



# Nano-optomécanique au coeur d'un faisceau laser focalisé : cartographie du champ de force optique et action en retour bidimensionnelle

Arnaud Gloppe

## ► To cite this version:

Arnaud Gloppe. Nano-optomécanique au coeur d'un faisceau laser focalisé : cartographie du champ de force optique et action en retour bidimensionnelle. Autre [cond-mat.other]. Université de Grenoble, 2014. Français. NNT : 2014GRENY080 . tel-01174074

**HAL Id: tel-01174074**

**<https://theses.hal.science/tel-01174074>**

Submitted on 8 Jul 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Nanophysique**

Arrêté ministériel : 7 Août 2006

Présentée par

**Arnaud Gloppe**

Thèse dirigée par **Joël Chevrier**  
et codirigée par **Olivier Arcizet**

préparée au sein **l'Institut Néel, CNRS, Grenoble**  
et de **l'école doctorale de physique de Grenoble**

## Nano-optomécanique au cœur d'un faisceau laser focalisé

Cartographie du champ de force optique et  
action en retour bidimensionnelle

Thèse soutenue publiquement le **19 Décembre 2014**,  
devant le jury composé de :

**Antoine Heidmann**

CNRS, Laboratoire Kastler Brossel, Paris, Rapporteur

**Romain Quidant**

ICFO, Barcelone, Rapporteur

**Jean-Michel Gérard**

CEA, Grenoble, Président

**Adrian Bachtold**

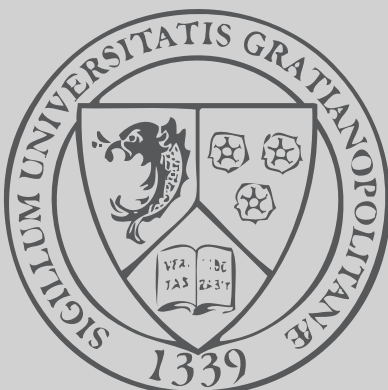
ICFO, Barcelone, Examineur

**Joël Chevrier**

Université Grenoble Alpes, Institut Néel, Grenoble, Directeur de thèse

**Olivier Arcizet**

CNRS, Institut Néel, Grenoble, Co-Directeur de thèse





*Il est doux, à travers les brumes, de voir naître l'étoile*

— C. B.



# Remerciements

J'ai eu la chance de pouvoir rencontrer Olivier à l'aube de la création du groupe, cet homme transmettant sa curiosité interstellaire à travers la présentation du général, du détail qui compte et de celui complètement annexe mais qui compte au moins autant, parce que lui aussi est sacrément élégant ... Appréhender l'élégance, de ce que la nature peut nous révéler et de ce que l'intelligence humaine peut concevoir, prédire et vérifier, quel beau programme pour un jeune scientifique ! Je suis heureux de m'être embarqué avec lui dans cette aventure. Sa rigueur, son intuition, son absence de renonciation face à la facilité et son humilité ont été les piliers de la construction de mon être scientifique. L'expérience présentée dans ce manuscrit a été construite en partant d'une salle vide à la fraîche peinture sur ses murs, merci Olivier pour m'avoir donné les moyens de la penser et de la concrétiser, et pour la confiance accordée tout au long de notre parcours commun.

Je remercie les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail ; Antoine Heidmann et Romain Quidant pour avoir accepté d'être rapporteurs et pris de leur précieux temps pour lire ce manuscrit en détails, Adrian Bachtold et Jean-Michel Gérard pour avoir accepté de faire partie de ce jury. Mention spéciale à Joël Chevrier, qui, au détour d'une anecdote mettant en scène d'éminents physiciens et l'oscillateur harmonique, a donné la banane à tout le monde ; merci d'avoir parfaitement joué le rôle de conseiller de l'ombre aux moments opportuns.

Travailler à l'Institut Néel permet de profiter de l'expertise et de l'amour du métier d'un grand nombre de personnes, rendant très agréable la construction d'une toute nouvelle expérience. Je remercie chaleureusement Daniel Lepoittevin pour les montages électroniques, en particulier les amplificateurs des photodiodes à quadrants ainsi que Christophe Hoarau. Je remercie en première passe l'intégralité du pôle *Ingénierie Expérimentale* et David Barral pour avoir accepté de monter à la chèvre la table optique de trois mètres sur deux, acte fondateur, avec l'apéritif qui a suivi dessus, d'une expérience épaulée par des services techniques irréprochables. Ce travail de thèse a joui des talents de Laurent Del-Rey, Julien Jarreau et Denis Maillard de l'atelier mécanique du département, toujours avec rapidité et souci du détail. En matière de vide, j'ai pu profiter des conseils avisés de Eric Eyraud, Didier Dufeu et de Richard Haettel. Je remercie les services administratifs de l'Institut, en particulier Sabine Gadal et Florence Pois pour leur travail de liaison entre les doctorants et le reste du monde, et Mathilde Mauro et Aurélie Linarès pour leur travail formidable de gestion des achats et des missions. Merci à Cécile Némiche, responsable de la reprographie, enroulant ses conseils colorimétriques avec vannes, coups de pied aux fesses et humanité.

J'ai pu voir le groupe naître et évoluer. Merci à Eva Dupont-Ferrier, qui en connaît un rayon question spin et électrons, bref le côté obscur du système hybride, et qui ne s'en laisse pas

conter en matière de blocage de Coulomb et de topologie. Son honnêteté et sa bienveillance ont beaucoup apporté au groupe. Ce manuscrit a profité de ses relectures.

Solidarité sainte de l'artisanat, je voudrais remercier mes zins montés en route dans le même raft de canyoning sur les pentes plus ou moins cascades de la physique expérimentale, Sven von Rohr et Laure Mercier de Lépinay, pour leur amour de la viande fraîche (*von Salat schrumpft der Bizeps*) et leur conversion rapide au *Python* (même si on peut faire presque la même en chose en beaucoup moins bien en *Mathematica*). Big up à mes autres cobureaux successifs, Peter van Zwol, Clément Godfrin, Jean-Baptiste Decombe, à mon cothésard d'adoption Simon Carpentier et autres membres de l'équipe Benjamin Besga, Benjamin Pigeau, Pierre Verlot et Aurélien Kuhn. Je suis heureux de voir que l'optomécanique bidimensionnelle a ses catéchumènes.

Merci à l'ensemble des membres ex- *Champ proche*, en particulier aux doctorants *oldtimers* Orianne Mollet, Sylvain Martin et Laëtitia Pascal qui, avec Clemens Winkelmann, furent mes premiers contact avec l'équipe quand j'étais encore en Master, à Guillaume Bachelier qui a fait couler un bon bain dans l'aridité de la théorie de Mie, Jean-François Motte capable de faire son trou dans des fils nanométriques et Signe Seidelin qui a co-encadré avec Olivier mon stage de Master 2. Merci à la famille scientifique élargie qui m'a entouré, en particulier Vincent Jacques et l'équipe de Cachan, Alex Grimm et Max Hofheinz.

Ce travail de thèse a engendré un grand nombre de collaborations. Je remercie en premier lieu Alessandro Siria, Philippe Poncharal et Pascal Vincent de l'Institut Lumière Matière de Lyon qui ont fourni les nanofils de carbure de silicium, mon gars sûr Antoine Reserbat-Plantey, Cornelia Schwarz, Nedjma Bendiab, Laetitia Marty et Vincent Bouchiat pour les projets autour des nanotubes de carbone et du graphène, Jessica Bousquet, David Eon, Etienne Gheeraert et Etienne Bustarret pour le diamant polycristallin, Patrick Maletinsky de l'Université de Bâle pour le diamant monocristallin, Joël Emery et Christophe Durand du CEA Grenoble pour les nanofils en GaN et enfin l'équipe mixte NPSC CEA-CNRS, et en particulier Jean-Philippe Poizat, pour les projets autour des microtrompettes, ouvrant un deuxième front optomécanique à l'Institut et une coopération qui, je l'espère, s'inscrira dans la durée.

J'ai eu le plaisir d'enseigner durant ces années. Merci à Jean-Christophe Toussaint de Grenoble INP pour la confiance témoignée et les cafés en coup de vent pour discuter pédagogie, à Nathalie Denos, Nathalie Liaud et l'équipe pédagogique de l'UFR SH de l'UPMF pour la liberté dont j'ai disposé.

J'en pose une pour mes frères de la Villette, pour ceux qui rêvent encore de leur passage sur le canapé rouge (ils sont nombreux), pour ceux qui roulent aux grattons et au rooibos, aux amateurs de spéléo, pour mon suisse bourguigno-marocain qui donne ça à l'ancienne. Dédicace à Roro pour les concours de dunks, à tous les amateurs du tourment d'amour, à BG, l'homme à la plus grande intelligence sociale du monde pour sa passion dévorante pour la danse classique et les mathématiques. L'équipe du sochiaul club et associées, Toto Cab pour m'avoir fait découvrir la biscotte et son intransigeance dans la proximité avec le produit, Joe 'DGSE' la Mitraïlle pour ses pantalons africains et la même solidité qu'il affiche devant un cupcake et une saucisse de Toulouse, Flo pour les buts en *overtime*, la pop sucrée et ses cabans de mannequin. Merci à Hana et Marco pour la fourniture de la partie non-ambigüe du déguisement légendaire du patient déguisé en médecin non habilité à opérer. Petite cassded à mes men de l'autre côté du

monde CB (futur président de la voie lactée) et PMT (the Australian Julian Kaye) pour le coup de main. Hugues, Chloé et Toto pour leur relecture du manuscrit d'une précision exquise et des discussions incluant des ramasse-miettes, des compilateurs, du tofu grillé et pour tout le reste (privé de boxe jusqu'à nouvel ordre). A ma famille, mes parents et ma sœur qui m'a fourni en vidéo de chutes d'enfants dans le dur de la rédaction. Pour ceux qui se sont intéressés (ou qui ont fait semblant pour me faire plaisir) de près ou de loin à la vibration de nanofils, merci à tous d'avoir été là.





# Structure de la thèse

Le Chapitre 1 est une introduction à la thèse présentant le contexte dans laquelle elle s'inscrit. L'expérience est décrite très succinctement et les premières observations expérimentales sont présentées. Les propriétés de vibration des nanorésonateurs ainsi que leur couplage à un faisceau lumineux sont détaillés.

Le Chapitre 2 présente la détection optique des vibrations d'un nanorésonateur mécanique. La mise en oeuvre expérimentale est détaillée, permettant la détection du mouvement Brownien d'un nanofil sous vide avec plus de 70 dB de dynamique. Le mouvement Brownien du nanofil est étudié. Les axes de vibrations du nanofil sont déterminés.

Dans le Chapitre 3, on exploite l'information vectorielle acquise sur le déplacement bidimensionnel du nanofil, ainsi que sa très grande sensibilité en force, pour réaliser la cartographie vectorielle de l'interaction optomécanique entre le nanofil et un faisceau laser focalisé.

Le Chapitre 4 est dédié à l'étude de l'action en retour de la lumière sur la dynamique du nanofil. Un cadre théorique est développé et confronté aux mesures du chapitre précédent. Le champ de force optique bidimensionnel est non-conservatif, au sens qu'il ne dérive pas d'une énergie potentielle. Il couple les deux polarisations mécaniques et est responsable d'une bifurcation et d'une instabilité dynamique d'un nouveau type, qu'on étudie en détails.

Le Chapitre 5 est consacré à la généralisation des mesures précédentes à un champ de force pouvant présenter un délai par rapport au changement d'intensité lumineuse. On réalise la cartographie de ce champ de force généralisé et on étudie ensuite l'action en retour, qui permet de modifier l'amortissement du nanorésonateur et induit un refroidissement ou un chauffage des modes fondamentaux. L'origine thermique du retard est discutée.

Le Chapitre 6 met en lumière d'autres résonateurs mécaniques dont les vibrations ont pu être étudiées au cours de cette thèse.

Enfin, une conclusion condense les principaux résultats de cette thèse et en présente les perspectives.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>5</b>
<b>Structure de la thèse</b>	<b>9</b>
<b>Table des matières</b>	<b>10</b>
<b>1 Introduction à la thèse</b>	<b>11</b>
1.1 Contexte et motivations . . . . .	11
1.1.1 Les oscillateurs mécaniques, une interface avec la Nature . . . . .	11
1.1.2 De l'optomécanique vers les systèmes hybrides . . . . .	14
1.1.3 Nano-optomécanique . . . . .	17
1.2 Principe de l'expérience . . . . .	20
1.2.1 Montage simplifié . . . . .	20
1.2.2 Diffraction par un nanofil . . . . .	21
1.2.3 Premières observations . . . . .	25
1.3 Des résonateurs pour l'optomécanique sans cavité . . . . .	28
1.3.1 Nanofils en carbure de silicium . . . . .	28
1.3.2 Modes propres de vibration, propriétés mécaniques des nanofils . . . . .	30
1.3.3 Dynamique d'un nanofil . . . . .	36
1.3.4 Interaction lumière-nanofil : résonances de Mie . . . . .	39
<b>2 Mesure optique ultrasensible des vibrations d'un nanorésonateur mécanique</b>	<b>47</b>
2.1 Mise en œuvre expérimentale . . . . .	48
2.1.1 Lasers et bruits d'intensité . . . . .	48
2.1.2 Le coeur de l'expérience . . . . .	51
2.1.3 Photodiodes à quadrants . . . . .	54
2.1.4 Interfaçage de l'expérience . . . . .	58
2.2 Mouvement Brownien du nanofil . . . . .	65
2.3 Détermination du vecteur de mesure . . . . .	67
2.4 Dépendance en pression, vérification du théorème fluctuation-dissipation . . . . .	68
2.5 Thermométrie Brownienne . . . . .	70
2.6 Profils mécaniques . . . . .	72
2.7 Masses effectives et orientation des modes propres . . . . .	75
2.8 Bruit de partition . . . . .	80
<b>3 Mesure du champ de force optique</b>	<b>83</b>
3.1 Principe de la mesure dynamique du champ de force . . . . .	83

3.2	Mise en oeuvre expérimentale . . . . .	87
3.2.1	Une sonde de force vectorielle . . . . .	87
3.2.2	Linéarité de la force . . . . .	89
3.3	Cartographie du champ de force optique . . . . .	90
3.3.1	Mesure . . . . .	90
3.3.2	Analyse et ajustement des $3 \times 40 \times 40$ spectres . . . . .	92
3.3.3	Interaction optomécanique à l'échelle nanométrique . . . . .	96
3.4	Discussion autour de la carte de force . . . . .	97
3.4.1	Ordres de grandeur . . . . .	99
3.4.2	Simulation numérique du champ de force optique . . . . .	100
3.4.3	Conclusion . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Action en retour et instabilité topologique</b>	<b>103</b>
4.1	Dynamique du nanofil plongé dans le champ de force bidimensionnel . . . . .	104
4.2	Action en retour dans un champ de force bidimensionnel . . . . .	106
4.2.1	Etablissement du champ des gradients de force . . . . .	106
4.2.2	Décalage en fréquence induit par les forces optiques . . . . .	107
4.2.3	Action en retour du laser sonde . . . . .	109
4.2.4	Rotation des polarisations mécaniques . . . . .	111
4.3	Bifurcation et instabilité topologique . . . . .	112
4.3.1	Dépendance spatiale de la bifurcation . . . . .	115
4.3.2	Dépendance locale en la puissance optique . . . . .	115
4.3.3	Evolution de l'aire de la zone d'instabilité . . . . .	117
4.3.4	Evolution avec la polarisation optique incidente . . . . .	123
4.3.5	Bifurcation à 532 nm . . . . .	125
4.3.6	Influence sur les harmoniques . . . . .	126
<b>5</b>	<b>Force retardée et absorption</b>	<b>129</b>
5.1	Dynamique dans un champ de force retardé . . . . .	129
5.1.1	Carte de force généralisée . . . . .	130
5.1.2	Généralisation de l'action en retour topologique aux gradients de force complexes . . . . .	131
5.1.3	Auto-oscillations induites par la force retardée . . . . .	132
5.1.4	Refroidissement et chauffage optique des vibrations mécaniques . . . . .	133
5.2	Origine du retard de la force . . . . .	134
5.2.1	Réponse thermique du nanofil . . . . .	134
5.2.2	Signatures expérimentales . . . . .	137
<b>6</b>	<b>Autres développements</b>	<b>139</b>
6.1	Nanotubes de carbone . . . . .	139
6.2	Micro-trompettes en arsénure de gallium . . . . .	143
6.3	Nanofils en diamant monocristallin . . . . .	146
6.4	Nanofils en nitrure de gallium et nanofils en diamant polycristallin . . . . .	146
	<b>Conclusion</b>	<b>149</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>155</b>

<b>Articles déjà parus</b>	<b>163</b>
6.5 Strain-mediated coupling in a quantum dot–mechanical oscillator hybrid system	163
6.6 Bidimensional nano-optomechanics and topological backaction in a non-conservative radiation force field . . . . .	168
<b>Abstract</b>	<b>175</b>
<b>Résumé de la thèse</b>	<b>177</b>

# Chapitre 1

## Introduction à la thèse

1.1	Contexte et motivations	11
1.1.1	Les oscillateurs mécaniques, une interface avec la Nature	11
1.1.2	De l'optomécanique vers les systèmes hybrides	14
1.1.3	Nano-optomécanique	17
1.2	Principe de l'expérience	20
1.2.1	Montage simplifié	20
1.2.2	Diffraction par un nanofil	21
1.2.3	Premières observations	25
1.3	Des résonateurs pour l'optomécanique sans cavité	28
1.3.1	Nanofils en carbure de silicium	28
1.3.2	Modes propres de vibration, propriétés mécaniques des nanofils	30
1.3.3	Dynamique d'un nanofil	36
1.3.4	Interaction lumière-nanofil : résonances de Mie	39

### 1.1 Contexte et motivations

#### 1.1.1 Les oscillateurs mécaniques, une interface avec la Nature

L'oscillateur mécanique est un élément de base dans notre représentation de la Nature. Les interactions avec son environnement se traduisent par une modification de son déplacement ou de sa façon de se déplacer. Il offre ainsi une interface simple pour mesurer et parfois agir sur des phénomènes physiques qui, par leur nature ou par l'échelle à laquelle ils s'appliquent nous sont difficiles d'accès. En 1798, H. Cavendish mesure la déflection statique d'un pendule de torsion (voir Figure 1.1), constitué de sphères en plomb positionnées aux deux extrémités d'un bras horizontal de deux mètres, due à la force gravitationnelle exercée par d'autres sphères en plomb placées à proximité[1], il déduit de ces résultats la densité de la Terre. Interprétée en langage moderne, cette expérience historique représente une détermination de la constante gravitationnelle  $G$  avec une erreur de l'ordre de 1%. L. Foucault montre en 1851, grâce au changement de plan d'oscillation d'un pendule de deux mètres, que la Terre tourne sur elle-même [2]. En 1935, A.D. Misener observe une anomalie dans l'amortissement d'un pendule de torsion centimétrique plongé dans de l'Hélium à très basse température préfigurant sa superfluidité [3].

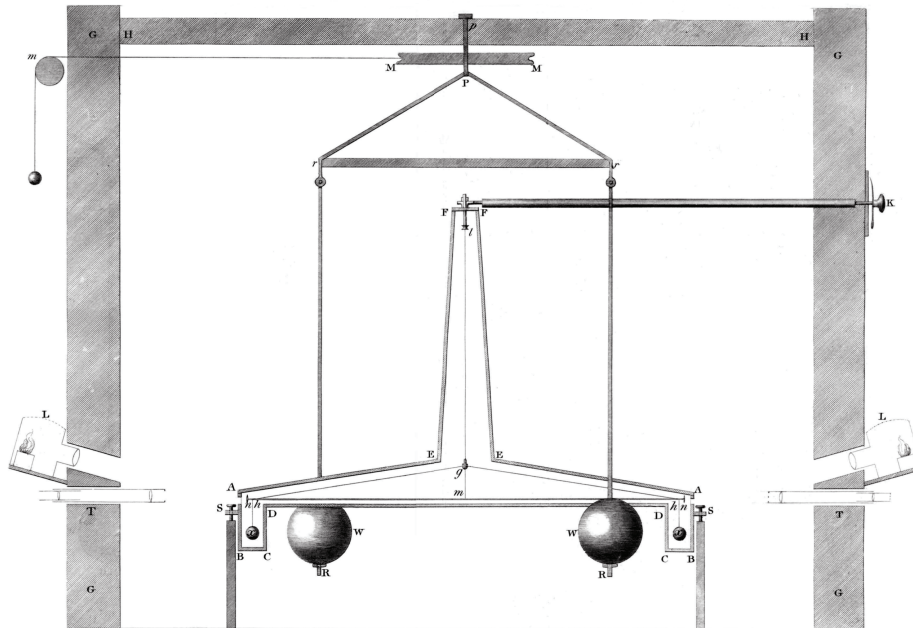


FIGURE 1.1: Expérience de Cavendish (1798) [1] : deux sphères de plomb (x) de 5 cm de diamètre sont accrochées aux deux extrémités d'un bras en bois de deux mètres suspendu horizontalement par un fil fin de 1 m à une potence qui forme un pendule de torsion. Deux sphères en plomb plus grandes (W) sont placées de part et d'autre des deux premières sur un système de suspension indépendant de façon à créer un couple mesurable dû à l'attraction gravitationnelle des sphères entre elles. La mesure optique de l'angle de déflexion statique permet de remonter à la constante gravitationnelle  $G$ . Elle est effectuée hors de la pièce avec un télescope pour ne pas perturber l'oscillateur.

G. Binnig, C.F. Quate et Ch. Gerber construisent le premier microscope à force atomique (AFM) en 1986 [4], permettant de faire la topographie de surface avec une résolution verticale de moins d'un angström en mesurant, grâce à un microscope à effet tunnel embarqué, la déflexion de l'extrémité d'un levier micrométrique induite par les interactions entre une pointe en diamant qui y est collée et la surface d'étude. La mesure de déflexion est rapidement simplifiée à IBM [5] en utilisant un interféromètre à fibre optique, développé originellement par A.D. Drake et D.C. Leiner [6] en 1984. Avec le même type de détection, D. Rugar et ses collaborateurs développent en 2004 un microscope à force magnétique résonant (MRFM) capable de mesurer l'influence, et donc la présence, d'un spin électronique unique sur la fréquence de résonance d'un micro-levier aimanté aux dimensions latérales nanométriques [7], agrandie à quelques micromètres carrés au niveau du point de mesure pour réfléchir entièrement le faisceau laser incident. J. Nichol dans le groupe de R. Budakian adapte cette expérience en 2012 en utilisant un nanofil de silicium sondant un ensemble de spins nucléaires [8].

La force appliquée sur un résonateur mécanique est déterminée en mesurant le déplacement qu'elle induit, ce qui requiert la connaissance des propriétés mécaniques du résonateur.

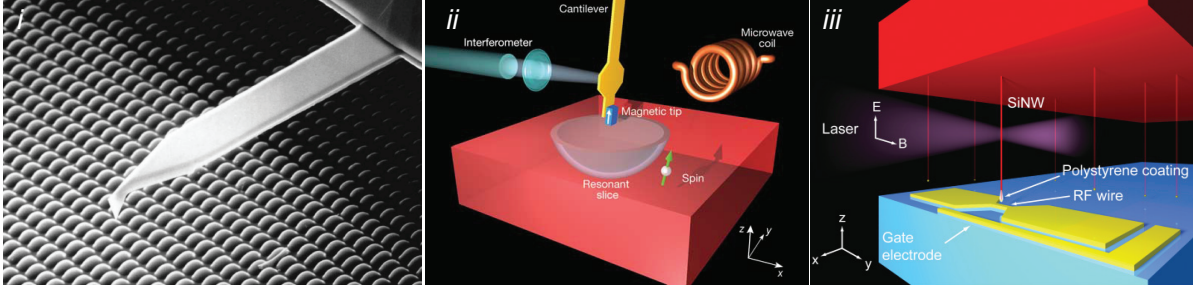


FIGURE 1.2: (i) Image sous microscope électronique à balayage d'un levier de microscope à force atomique de  $120\ \mu\text{m}$  de long commercialisé par *Olympus* [9]. Microscope à force magnétique résonant permettant de la détection d'un spin électronique unique avec une poutre de longueur micrométrique mais d'épaisseur nanométrique (ii) [7] et d'un ensemble de spins nucléaires avec un nanofil en silicium (iii) [8].

Structure	$M_{\text{eff}}$	$\Omega_m/2\pi$	$Q$	Sensibilité en force	Référence
Miroir millimétrique	$100\ \mu\text{g}$	1 MHz	10000	$100\ \text{fN}/\sqrt{\text{Hz}}$	[11]
Levier micrométrique d'AFM	10 ng	50 kHz	50000	$1\ \text{fN}/\sqrt{\text{Hz}}$	[12]
Nanofil	100 fg	100 kHz	5000	$10\ \text{aN}/\sqrt{\text{Hz}}$	[13]
Nanotube	10 ag	5 MHz	50000	$10\ \text{zN}/\sqrt{\text{Hz}}$	[14]
Ion	15 yg	800 kHz	-	$400\ \text{yN}/\sqrt{\text{Hz}}$	[15]

TABLE 1.1: Sensibilité en force de quelques résonateurs mécaniques (*femto* :  $10^{-15}$ , *atto* :  $10^{-18}$ , *zepto* :  $10^{-21}$ , *yocto* :  $10^{-24}$ ).

Un résonateur mécanique présente des fluctuations de position d'origine thermique qui se superposent au déplacement induit par la force à détecter. La densité spectrale de la force de Langevin, qui modélise ce couplage au bain thermique, fixe ainsi la sensibilité en force d'un résonateur. Elle est reliée par le théorème fluctuation-dissipation [10] à l'amortissement du système selon :

$$S_F^{th}[\Omega] = 2M_{\text{eff}}\Gamma k_B T \quad (1.1.1)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température du bain,  $\Gamma$  le taux d'amortissement mécanique et  $M_{\text{eff}}$  la masse effective du mode de vibration du résonateur. Pour sonder des interactions de plus en plus faibles, la tendance est à la réduction de la taille des résonateurs. La sensibilité en force de différents résonateurs mécaniques est présentée dans le Tableau 1.1. Le facteur de qualité mécanique  $Q = \Omega_m/\Gamma$  correspond au nombre d'oscillations mécaniques nécessaires au résonateur pour atteindre le régime stationnaire où  $f_m = \Omega_m/2\pi$  est sa fréquence de résonance.

Lorsque le réservoir auquel est thermalisé le résonateur mécanique est suffisamment grand, il peut être supposé markovien, c'est-à-dire sans mémoire. La force de Langevin est alors un bruit blanc. La mesure du bruit de position qu'elle induit, le mouvement Brownien, donne accès

à la fonction de transfert mécanique du résonateur  $\chi[\Omega]$ , appelée susceptibilité mécanique, sans avoir à mettre en oeuvre d'excitation externe qui, par sa nature ou son étendue spatiale, pourrait perturber ses propriétés mécaniques. Cependant, à mesure que les dimensions de ces résonateurs diminuent, la détection de leurs vibrations avec les techniques traditionnelles, optiques ou électroniques, devient de plus en plus délicate. Enfin, l'utilisation d'une sonde mécanique très sensible aux interactions signifie aussi que la mesure des vibrations elle-même peut induire une action en retour plus forte sur la dynamique du résonateur.

### 1.1.2 De l'optomécanique vers les systèmes hybrides

#### Optomécanique en cavité

L'optomécanique en cavité s'est développée en parallèle des expériences de détection des ondes gravitationnelles [16][17], qui ont été dynamisées aux débuts des années 1990 [18] par la construction d'interféromètres géants avec des bras de plusieurs kilomètres de long. Chaque bras est une cavité optique sous vide constituée par des miroirs suspendus de plusieurs dizaines de kilogrammes, avec des dimensions de l'ordre d'un demi-mètre. Une onde gravitationnelle incidente sur l'interféromètre crée une variation quadrupolaire de la métrique induisant un déphasage différentiel entre les deux bras, mesurable en sortie de l'interféromètre.

Pour comprendre la sensibilité et les limites fondamentales dans la mesure de ces grands instruments, des expériences à l'échelle d'une table optique ont vu le jour. Les miroirs sont devenus millimétriques [19] puis micrométriques [20], permettant d'étudier l'interaction entre la lumière et les déformations des miroirs d'une cavité Fabry-Pérot utilisée pour amplifier le couplage. Ce système modèle permet de tester les principes fondamentaux de la mesure, en particulier de sonder l'action en retour induite par la mesure sur la dynamique des miroirs[21][22].

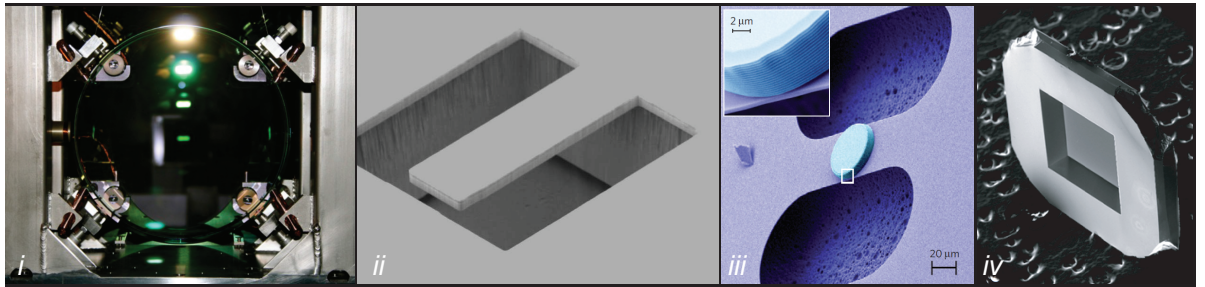


FIGURE 1.3: Quelques exemples de structures pour l'optomécanique en cavité : (i) miroir de 25 cm de diamètre fermant la cavité optique dans un bras de LIGO [23], (ii) poutre en silicium de 400  $\mu\text{m}$  de large et 1 mm de long avant traitement optique [11], (iii) poutre micrométrique en SiN sur laquelle est déposée un miroir de Bragg [24] , (iv) membrane de SiN sur une puce en silicium de 1  $\text{mm}^2 \times 50 \text{ nm}$  [25].

Ceci représente le cœur du couplage optomécanique. Le résonateur, en vibrant, module la longueur de la cavité et donc la phase du faisceau réfléchi par la cavité qui peut être mesurée



par une détection homodyne [19] ou par la technique de Pound-Drever-Hall [26]. Plus la puissance optique injectée augmente, plus le plancher de bruit de mesure dû au bruit de grenaille quantique sur les détecteurs diminue. En contrepartie, les fluctuations quantiques de l'intensité intracavité augmentent, ce qui accroît le bruit quantique de pression de radiation. Celui-ci est responsable d'une agitation supplémentaire des miroirs et représente l'action en retour de la mesure. Il existe donc une puissance optique optimale qui permet de maximiser la sensibilité d'une mesure de position. Cet optimum de détection est appelé la limite quantique standard et dépend uniquement des propriétés mécaniques du résonateur ( $\delta x_{SQL}[\Omega] = \sqrt{\hbar |\chi[\Omega]|}$ ). Observer le régime dans lequel le bruit de pression de radiation domine la dynamique du résonateur nécessite que le bruit thermique du mode mécanique concerné soit suffisamment faible. Etudiant les vibrations d'une membrane d'une section de  $(500 \mu\text{m})^2$  mais d'épaisseur nanométrique dans une cavité Fabry-Pérot placée dans un cryostat à 5 K et refroidie optiquement, T. Purdy, R. Peterson et C. Regal de l'Université du Colorado à Boulder ont mis en évidence en 2013 une première signature de l'existence du bruit de pression de radiation quantique [27].

### Refroidissement pour atteindre l'état fondamental de vibration

Le couplage optomécanique peut également être employé pour refroidir les fluctuations de position du résonateur mécanique. En particulier, on dit que le régime quantique est atteint si la température apparente vérifie  $k_B T \ll \hbar \Omega_m$ . Pour un oscillateur vibrant au mégahertz, la température doit être inférieure à 50  $\mu\text{K}$ , ce qui est inenvisageable avec des techniques de cryogénie passives. En 2006, deux expériences démontrent la possibilité de refroidir des résonateurs mécaniques grâce à la pression de radiation de 300 K à 10 K [28][29]. Les fluctuations de position du résonateur génèrent des fluctuations d'intensité du champ intracavité qui exercent en retour une force sur le résonateur. Cette dernière est partiellement retardée à cause du temps d'établissement fini du champ intracavité, ce qui lui confère un caractère visqueux sans pour autant ajouter de bruit supplémentaire, et permet de baisser sa température effective.

En 2010, l'équipe d'A. Cleland, à l'Université de Californie à Santa Barbara, passe outre ce problème expérimental en étudiant les vibrations d'un plongeur piézoélectrique micrométrique vibrant à haute fréquence (6 GHz) telle que l'utilisation d'un cryostat à dilution est suffisante pour atteindre l'état fondamental ( $25 \text{ mK} \ll \hbar \Omega_m / k_B \sim 0.1 \text{ K}$ ) [30]. L'année suivante, une équipe mixte de l'Université du Colorado et du NIST à Boulder, refroidit une membrane en aluminium de 15  $\mu\text{m}$  de diamètre couplée paramétriquement à un résonateur micro-onde [31]. Dans le domaine optique, l'équipe d'O. Painter à Caltech étudie les vibrations d'un cristal photonique et montre son refroidissement près de l'état fondamental [32]. Depuis, plusieurs expériences ont pu atteindre de très faibles occupations moyennes de phonons, grâce à l'emploi de micro-tores [33], de cavités supraconductrices [34][35].

### Systèmes hybrides

Au-delà de l'état fondamental, l'objectif est maintenant de créer des états mécaniques non-classiques. La stratégie employée consiste à coupler le résonateur mécanique à un qubit dans le but de transférer son caractère quantique. Pour cela, une force dépendante de l'état du spin est requise. De nombreux groupes se sont lancés dans le développement de tels systèmes hybrides. Une première expérience a été réalisée en 2009 dans le groupe de K. Schwab et de M. Roukes dans laquelle un nanorésonateur sondait l'état d'un qubit supraconducteur [36]. D'autres implémentations mettaient en jeu un levier d'AFM couplé capacitivement à une boîte

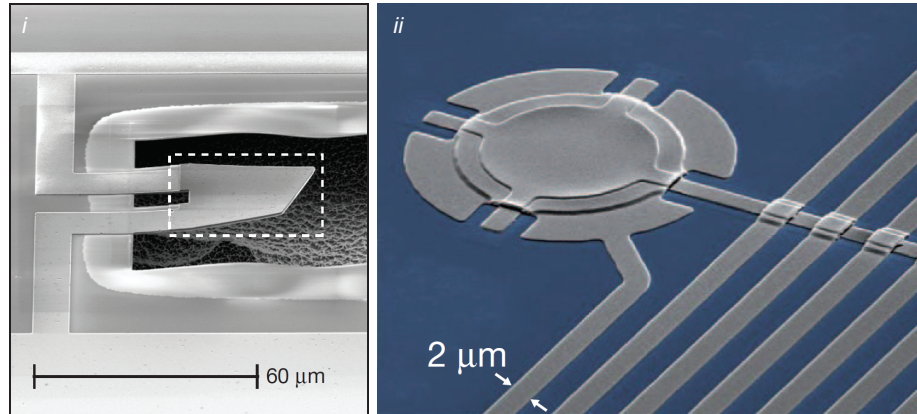


FIGURE 1.4: Images sous microscope électronique à balayage (i) d'un plongeur piézoélectrique en nitrure d'aluminium dont le mode de respiration résonne à 6 GHz [30], (ii) d'une membrane suspendue en aluminium de  $15\ \mu\text{m}$  de diamètre pour 100 nm d'épaisseur sur substrat de saphir vibrant à 10.56 MHz [31], qui ont pu être refroidis et observés dans leur état fondamental de vibrations.

quantique [37], ou *via* des forces surfaciques à un condensat de Bose-Einstein [38]. Ce dernier système a évolué vers le couplage à distance entre une membrane d'épaisseur nanométrique et un nuage d'atomes ultrafroids grâce à de la lumière [39].

En 2011, notre groupe a réalisé une première expérience sur le couplage magnétique entre un nanofil de carbure de silicium et un centre NV dans un nanodiamant attaché à son extrémité [40]. Le centre NV, pour *Nitrogen Vacancy*, est un défaut cristallin dans la maille diamant comportant un atome azote substitué à un atome de carbone et une lacune adjacente. Il se comporte optiquement comme une molécule fluoresçant dans le rouge, et représente une source de photons uniques très développée car photostable et fonctionnant à 300 K [41]. Son état fondamental est un triplet de spin électronique, sensible par effet Zeeman au champ magnétique. L'état de spin peut être manipulé au moyen de micro-ondes et lu grâce à l'intensité de la fluorescence moyenne qui dépend de l'état de spin. Le couplage entre l'état du spin et le nanorésonateur est assuré par un fort gradient de champ magnétique créé par une microstructure magnétique. Le fil en vibrant fait ressentir au centre NV un champ magnétique variable qui dépend de sa position. Ce premier travail a permis de démontrer que les vibrations du nanorésonateur étaient encodées sur les propriétés spectroscopiques du qubit. L'étape suivante dans l'exploration de ce système hybride est de pouvoir sonder l'état du centre NV en mesurant la position du nanofil. Le centre NV pourrait être alors utilisé comme une interface pour contrôler l'oscillateur et générer des états non-classiques. Dans ce travail de thèse, on établit la possibilité de lire optiquement les vibrations d'un nanofil avec une très grande dynamique, permettant de mesurer l'action mécanique d'un retournement du spin du centre NV contrôlé par le champ micro-onde.

Ce couplage entre résonateur et système quantique à deux niveaux peut aussi se réaliser par contrainte, suivant la proposition originelle de I. Wilson-Rae, P. Zoller et A. Imamoglu [42]. Dans une expérience réalisée en collaboration avec l'équipe NPSC de l'Institut Néel, on

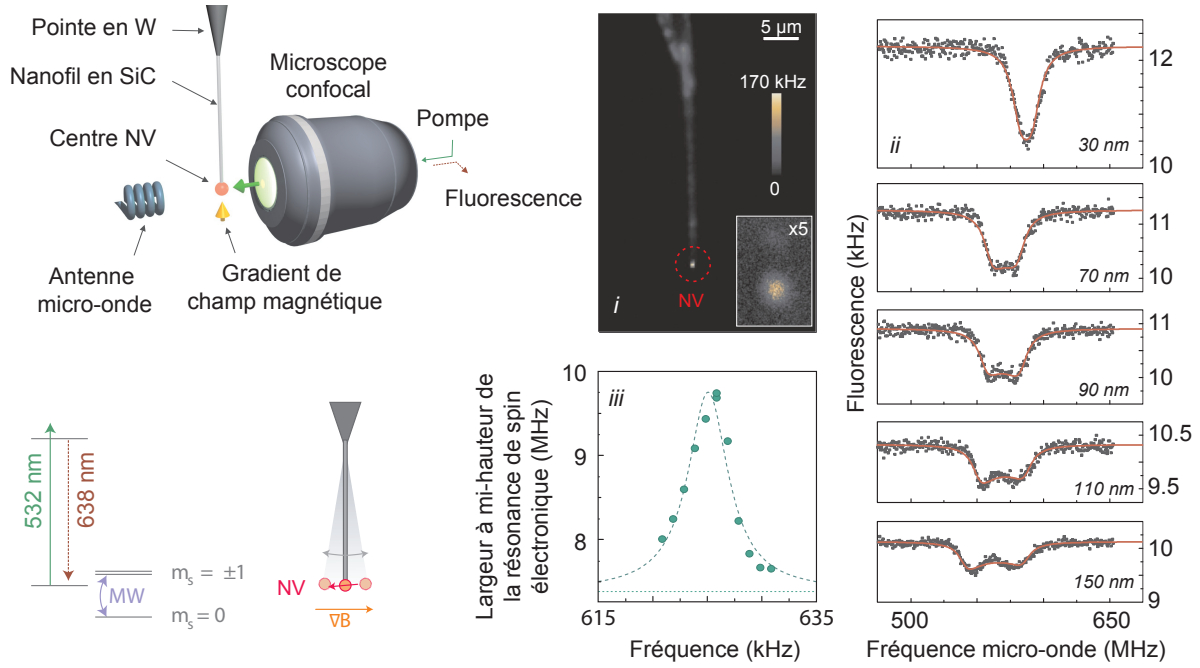


FIGURE 1.5: Le système hybride étudié dans l'équipe est un nanofil de carbure de silicium couplé magnétiquement à un centre NV contenu dans un nanodiamant attaché à son extrémité. Le gradient de champ magnétique est de  $10^5$  T/m. (i) Image du nanofil en fluorescence, (ii) résonances du spin électronique détectées optiquement centrées sur l'état  $m_s = -1$  quand le nanofil est mis en résonance par un élément piézoélectrique avec des amplitudes de plus en plus grandes (de 30 nm à 150 nm), (iii) largeurs à mi-hauteur des spectres en fonction de la fréquence d'excitation de l'élément piézoélectrique démontrant que les propriétés mécaniques de l'oscillateur y sont encodées [40].

a pu montrer le couplage paramétrique entre les vibrations d'une microtrompette en GaAs et l'énergie d'une boîte quantique en InAs localisée à sa base. La contrainte dynamique dans la structure module les niveaux d'énergie d'émission de la boîte suivant la vibration imposée à la structure [43]. Une expérience similaire a été réalisée récemment à l'Université de Bâle avec un nanofil auto-assemblé en GaAs et des boîtes en AlGaAs [44]. Des expériences menées à l'Université de Santa Barbara par le groupe d'A. Jayich [45] et à Bâle par le groupe de P. Maletinsky [46] ont mis en évidence le couplage par contrainte entre les vibrations d'une poutre de diamant et des centres NV implantés.

### 1.1.3 Nano-optomécanique

#### Nano-optomécanique en cavité

L'interaction avec un système quantique unique est naturellement ténue et invite les expérimentateurs à choisir pour résonateur mécanique des objets très légers nanométriques. Dans

le cas d'un nanofil hybridisé à un qubit de spin et immergé dans un gradient de champ magnétique  $\nabla B = 10^6$  T/m , la force différentielle dépendante de l'état du spin correspond à  $g\mu_B \nabla B \approx 20$  aN où  $g$  est le facteur de Landé et  $\mu_B$  le magnéton de Bohr, générant un déplacement de l'ordre de 80 fm. Un nanofil de carbure de silicium présente une sensibilité en force de cet ordre de grandeur. Néanmoins, les nanofils de dimensions latérales inférieures à la longueur d'onde diffusent fortement la lumière, ce qui rend impossible leur mise en cavité. Les problématiques liées à la détection d'objets si petits et à l'action en retour de la mesure sur ces nanosystèmes sont alors omniprésentes.

Des approches utilisant non plus des champs propagatifs mais des champs confinés ont été mises en oeuvre. On a évoqué plus haut le cristal photonique 1D d'O. Painter qui tient lieu de résonateur mécanique et optique. Le mode optique étudié est un mode confiné, créé grâce à un défaut volontaire dans la structure photonique [47]. Afin de découpler la mécanique de l'optique, une autre voie a été développée par l'équipe de T. Kippenberg : l'utilisation du champ évanescent d'un micro-tore en silice dans lequel était positionné un nanorésonateur en nitrure de silicium. Le micro-tore présente des modes optiques de galerie de très grand facteur de qualité dont les fréquences sont modulées par les vibrations du nanorésonateur qui modifie le chemin optique de la lumière dans le tore [48]. Le micro-tore est couplé à une fibre optique étirée qui permet d'injecter de la lumière dans le résonateur et de mesurer en transmission les variations des fréquences de résonances optiques. Il convient de noter que ces deux approches nécessitent une très grande attention et un savoir-faire conséquent en matière de nanofabrication.

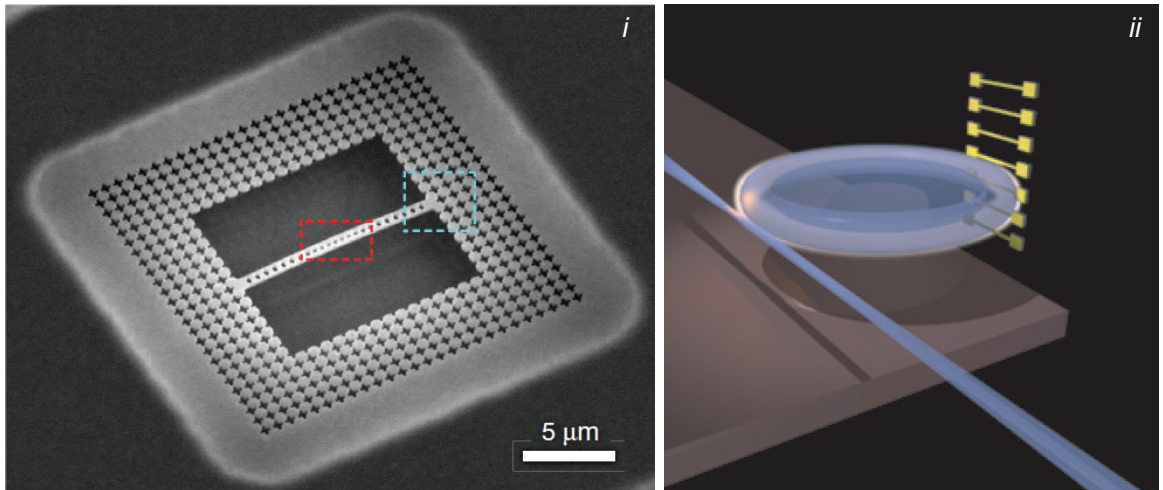


FIGURE 1.6: Exemples de systèmes pour la nano-optomécanique en cavité utilisant des champs confinés : (i) un cristal photonique en SiN soutenu par un bouclier phononique couplé à une fibre étirée [32], (ii) un micro-tore couplé à une fibre étirée dans le champ évanescent duquel vibre un nanofil de SiN [48].

## Pinces optiques

Le principe des pinces optiques est de manipuler des objets avec de la lumière. Ce travail, initié par A. Ashkin en 1970 [49] a essaimé tout particulièrement vers la biologie, permettant de travailler sur des cellules [50] ou des virus [51] sans nécessité de substrat et de les manipuler sans induire de contamination [52], une illustration marquante étant l'étude des propriétés mécaniques de l'ADN [53]. En physique, ce travail est précurseur du refroidissement [54] et du piégeage d'atomes par pression de radiation [55].

Les particules piégées sont des résonateurs mécaniques dont la raideur est définie par le piège. En cavité, les modes collectifs de vibrations d'un nuage atomique ultrafroid sont observés [56] et l'étude d'une nanosphère unique a été proposée théoriquement [57]. Ce sont des systèmes intéressants pour l'optomécanique car leur masse et leur couplage à l'environnement sont extrêmement faibles. Sans cavité optique, avec simplement un faisceau laser très focalisé, la thermodynamique [58] et le refroidissement de micro-objets piégés [59] sont étudiés par l'équipes de M. Raizen à l'Université du Texas d'Austin. D. Grier à l'Université de New York a mis en évidence des déviations au théorème fluctuation-dissipation dues à la non-conservativité du champ des forces optiques [60][61] qu'on se propose d'expliquer dans ce manuscrit. La thermodynamique de nanoparticules piégées est explorée à l'ICFO de Barcelone par l'équipe de R. Quidant qui utilise des particules de silice d'une centaine de nanomètre de diamètre pour faire de la nano-optomécanique [62][63][64].

Plus la taille des résonateurs mécaniques diminue, plus les frontières entre l'optomécanique, les pinces optiques et la nano-optique s'amenuisent [65]. Si en cavité, les modes mécaniques doivent avoir un recouvrement avec le mode de la cavité pour être détecté, les expériences traditionnelles de pinces optiques [66] mettant en jeu des faisceaux lasers très focalisés générés par des objectifs de grande ouverture numérique, et des platines de translation de précision, permettent de réaliser un couplage optomécanique avec les trois directions de vibrations en translation et les trois axes de rotation des particules. Aussi, l'interaction lumière-matière pour des objets de dimensions comparables à la longueur d'onde est non-triviale. Les conditions aux limites imposées au champ électromagnétique autorisent l'existence de résonances optiques qui sont telles que le champ diffusé n'est pas nécessairement celui d'un dipôle mais peut être beaucoup plus complexe. En mettant un tel objet en cavité, de très nombreuses pertes seraient à prévoir, réduisant l'intérêt de la cavité et éloignant la possibilité de faire une détection à la limite quantique standard. La détection de la position des particules piégées sans cavité peut se faire à l'aide d'une photodiode à quadrants<sup>1</sup> [69].

Comme les ions, grâce à leur faible masse et à leur très faible couplage à l'environnement, les systèmes à sphères en lévitation sont des sondes de force exceptionnelles. Néanmoins, ils peuvent être difficilement utilisés pour sonder une force externe qui ne soit pas optique, sans perturber les conditions de piégeage. Leur condition de particules piégées imposent des conditions fortes sur leur taille et matériau et sur la longueur d'ondes et la puissance des lasers

---

1. En parallèle au développement en Californie de la mesure interférométrique de déflexion d'un levier d'AFM, sur l'autre côte des Etats-Unis, toujours à IBM, Meyer et Amer proposent d'utiliser une photodiode à quadrants pour mesurer l'angle entre les faisceaux laser incident et réfléchi sur l'extrémité du levier [67]. Le montage, tout en espace libre et dont la mise en oeuvre simple va permettre au microscope à force atomique de se démocratiser très rapidement, permet d'atteindre des sensibilités similaires à son pendant interférométrique [68].



à utiliser. Cela rend très compliqué le découplage entre le piège et la mesure de force [70], alors qu'il est fondamental de comprendre l'influence du faisceau laser sur la dynamique de la particule.

Ces expériences nous invitent à proposer un compromis entre le contrôle sur la structure et la légèreté des systèmes. Nous proposons une détection optique sans cavité des vibrations d'un nanofil attaché à une platine piézoélectrique permettant d'imager l'interaction optomécanique et de quantifier l'action en retour due à la mesure.

## 1.2 Principe de l'expérience

### 1.2.1 Montage simplifié

Le principe de la détection est de placer un nanofil au waist d'un faisceau fortement focalisé par un objectif de microscope de grande ouverture numérique (Figure 1.7) [71]. Le faisceau transmis est collecté par un deuxième objectif et imagé sur une photodiode à quadrants en deux parties orientées le long de l'axe transverse au nanofil. Le nanofil dans le faisceau diffracte la lumière incidente et modifie ainsi la différence des intensités mesurées sur les quadrants.

Cette approche est similaire aux techniques développées pour des microrésonateurs en microscopie à force atomique ou pour des expériences de pinces optiques. Néanmoins, la taille d'un nanorésonateur est intrinsèquement plus petite que le spot laser, ce qui soulève la question de la sensibilité accessible. Cela explique l'utilisation d'objectifs de microscope de grande ouverture numérique (de 0.75 à 0.9) qui permettent de créer des waists de l'ordre de quelques centaines de nanomètres. Ainsi, une fraction importante des photons collectés sur la photodiode aura interagi avec le nanofil. Le diamètre du nanofil est de taille inférieure ou comparable à la longueur d'onde de la lumière utilisée. Plutôt qu'être un défaut, cela enrichit la physique de l'interaction en autorisant l'existence de résonances optiques dans le nanofil qui augmentent sa section efficace de diffusion et qui ainsi réduit encore le problème initial de détection des vibrations d'un résonateur nanométrique unique avec un pinceau de lumière.

En prenant la différence de la tension de sortie des deux quadrants, on accède à un signal avec une forte pente selon l'axe transverse au centre du faisceau (Figure 1.10). C'est-à-dire qu'en cette position, une faible variation de déplacement le long de l'axe transverse va induire une forte variation de tension en sortie des quadrants. Ainsi, en mesurant les fluctuations de tension aux bornes de la photodiode sur un analyseur de spectre, on accède au bruit de déplacement du nanofil<sup>2</sup>. Le fil est fixé sur un porte-échantillon attaché sur une platine piézoélectrique qui peut se déplacer dans les trois directions, ce qui permet de placer le nanofil

---

2. La fonction d'autocorrélation d'un signal à puissance moyenne finie  $f(t)$  est donnée par

$$C_{ff}(\tau) = \langle f(t)f(t + \tau) \rangle \quad (1.2.1)$$

où  $\langle \dots \rangle$  est la moyenne temporelle sur la durée du signal acquis. La densité spectrale de  $f(t)$  est la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation :

$$S_f[\Omega] = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau C_{ff}(\tau) e^{i\Omega\tau} \quad (1.2.2)$$

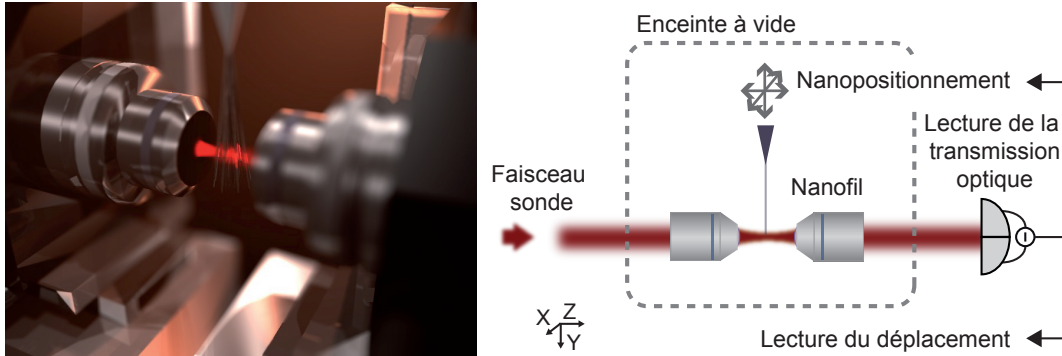


FIGURE 1.7: Montage simplifié de l'expérience permettant de mesurer les vibrations d'un nanofil sans cavité optique.

précisément dans le faisceau lumineux. Ceci donne la possibilité de faire varier l'interaction optomécanique entre le nanofil et la lumière - qui sera mesurée expérimentalement dans le Chapitre 3, et profitant de l'inhomogénéité du champ électromagnétique dans toutes les directions, permet au signal mesuré de présenter une grande variété de pentes dans le plan contenant les vibrations du fil et ainsi d'en avoir une information vectorielle. Le système ainsi constitué peut être utilisé comme sonde à balayage de force vectorielle ultrasensible. Les objectifs et la platine sont dans une enceinte à vide de façon à pouvoir augmenter le facteur de qualité mécanique, limité à pression atmosphérique par l'émission d'ondes acoustiques dans l'air et augmenter la sensibilité en force du nanofil. La Figure 1.7 représente le principe de la détection.

Un schéma complet se trouve en Figure 2.1. La détection des vibrations est faite préférentiellement avec un laser HeNe à 633 nm dont sont appréciés le bas bruit, la stabilité et l'éloignement de la bande interdite de tous polytypes du SiC. On dispose aussi de lasers à 532 nm, 488 nm et 405 nm qui seront utilisés par la suite pour exciter optiquement le nanofil ou pour le chauffer localement. Une pointe en tungstène au bout d'un bras sur translation peut servir à l'excitation électrostatique du nanofil.

### 1.2.2 Diffraction par un nanofil

Dans cette section, la théorie de la diffraction est utilisée pour prédire les signaux typiques qui seront observés sur la photodiode à quadrants. Cela permet de se familiariser avec les grandeurs mesurées et le profil des cartes obtenues en déplaçant le nanofil dans le waist optique en mesurant la différence d'intensité reçue sur les quadrants.

Le fil est modélisé par une lame diélectrique carrée de largeur  $2R$ . Elle est plongée dans un faisceau laser de mode  $TEM_{00}$ , se propageant le long de l'axe  $\mathbf{e}_z$  et focalisé sur l'origine du

repère (voir Figure 1.8). Le champ électrique incident s'écrit en  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  [72] :

$$E_{\text{inc}}(x, y, z) = \sqrt{\frac{2P}{\pi c \epsilon_0 w_0^2}} \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(ik_0 z + i\frac{k_0(x^2 + y^2)}{2R(z)} - i\text{Arctan}\left(\frac{z}{z_R}\right)\right) \quad (1.2.3)$$

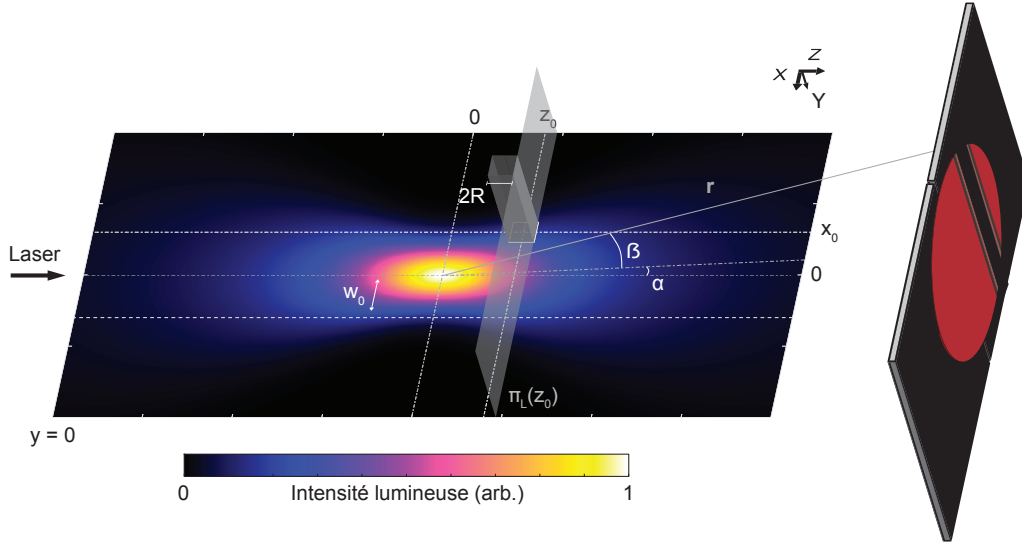


FIGURE 1.8: Section de l'intensité lumineuse ( $y = 0$ ) en absence du nanofil dans le plan XZ pour présenter les notations utilisées dans le calcul par la théorie de la diffraction. Le faisceau laser ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ,  $w_0 = 300 \text{ nm}$ ) se propage le long de  $\mathbf{e}_z$  et se focalise en  $(0, 0, 0)$ , le nanofil placé en  $(x_0, z_0)$  est supposé de section carré et de longueur infini le long de  $\mathbf{e}_y$ . La détection est effectuée en  $r$ .

Le vecteur d'onde dans le vide est noté  $\mathbf{k}_0$ ,  $w_0$  est le waist optique atteint en  $z = 0$  tel que l'intensité a chuté de  $1/e^2$  de sa valeur maximale,  $z_R$  la longueur de Rayleigh,  $w(z)$  la demi-largeur transverse du faisceau,  $R(z)$  la courbure de phase telles que

$$\begin{cases} z_R = \pi w_0^2 / \lambda \\ w(z) = w_0 \sqrt{1 + z^2 / z_R^2} \\ R(z) = z + z_R^2 / z \end{cases}$$

La lame est supposée infinie le long de  $\mathbf{e}_y$ , sa position est définie par les coordonnées  $(x_0, z_0)$ . En appliquant le principe de Huygens-Fresnel, le champ total en  $\mathbf{r}$  est calculé à partir du champ dans le plan transverse  $\Pi_L$  situé juste après la lame. On suppose ici que la lame ajoute simplement un déphasage local au champ électrique, ce qui est approprié pour des objets suffisam-



ment étendus devant la longueur d'onde<sup>3</sup> :

$$E(\mathbf{r}) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\Pi_L(z_0)} E_{\text{inc}}(x, y, z_0) t(\mathbf{r}_\perp) \frac{e^{ik_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_\perp|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_\perp|} d^2\mathbf{r}_\perp \quad (1.2.4)$$

où  $t(\mathbf{r}_\perp)$  est la fonction de transmission dans le plan  $\Pi_L$  qui s'écrit

$$t(\mathbf{r}_\perp) = t(x) = e^{ik_0 2R} \left\{ 1 + (e^{ik_f 2R} - e^{ik_0 2R}) \Pi_{x_0, R}(x) \right\}$$

avec  $\Pi_{x_0, R}$  la fonction porte centrée en  $x_0$  de largeur  $2R$ , et  $k_f = nk_0$  où  $n$  est l'indice du nanofil qui peut être pris complexe pour tenir compte des effets d'absorption. La mesure est réalisée en champ lointain, dans l'approximation de Fraunhofer  $|\mathbf{r}| \gg |\mathbf{r}_\perp|$ . En paramétrant le repère avec les angles  $(\alpha, \beta)$  (voir Figure 1.8) et en définissant

$$\frac{1}{\tilde{w}^2(z_0)} \equiv \frac{1}{w^2(z_0)} - ik_0 \frac{1}{2R(z_0)}$$

et

$$\gamma_\pm = \frac{x_0 \pm R}{\tilde{w}(z_0)} + i \frac{k_0 \sin \alpha}{2} \tilde{w}(z_0),$$

le champ propagé s'écrit :

$$E(r, \alpha, \beta) = E_{\text{inc}}(r, \alpha, \beta) \left\{ 1 + \frac{e^{i(k_f - k_0)2R} - 1}{2} (\text{Erf}(\gamma_+) - \text{Erf}(\gamma_-)) \right\} \quad (1.2.5)$$

On peut intégrer cette expression sur  $\alpha$  et  $\beta$  pour déterminer la puissance reçue par chacun des quadrants. En supposant que ces derniers ont une extension spatiale couvrant entièrement un demi-plan<sup>4</sup>, quand la lame est au waist ( $x_0 = 0$  et  $z_0 = 0$ ) et que  $R \ll w_0$ , la sensibilité au déplacement varie comme le rapport des surfaces  $\frac{R^2}{w_0^2}$  :

$$\left. \frac{d\Delta P}{dx_0} \right|_{x_0=0, z_0=0} \propto \frac{R^2}{w_0^2} \frac{P}{\lambda^2} (\text{Re}(k_f) - k_0) f(k_0, w_0) \quad (1.2.6)$$

où  $f$  est une fonction dépendant uniquement des propriétés d'éclairement. Si le fil devient trop fin par rapport au waist, le nombre de photons avec lesquels il interagit chute. La taille finie des quadrants et l'existence d'une zone morte entre les surfaces actives qui varie de quelques micromètres à une centaine de micromètres sur les photodiodes utilisées, peuvent être pris en compte en intégrant  $\alpha$  et  $\beta$  sur des intervalles appropriés.

3. Ceci n'est bien sûr pas vérifié pour un nanofil, mais cela permet d'introduire la phénoménologie du problème. Une description plus complète de l'interaction lumière-matière est détaillée en Section 1.3.4.

4. L'expression de la différence des puissances  $\Delta P = P_A - P_B$  est alors obtenue comme :

$$P_A = c\epsilon_0 r^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\alpha \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |E(r, \alpha, \beta)|^2 d\beta$$

$$P_B = c\epsilon_0 r^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 d\alpha \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |E(r, \alpha, \beta)|^2 d\beta$$

Ces expressions sont intégrées numériquement pour calculer le signal différentiel en sortie de la photodiode à quadrants quand le nanofil est déplacé selon l'axe transverse  $\mathbf{e}_x$ . Quand le fil est en dehors du faisceau ou parfaitement aligné sur l'axe optique, les quadrants reçoivent le même flux de photons ce qui induit un signal différentiel nul. Quand le fil entre dans le faisceau, les photons sont diffusés de façon asymétrique sur les quadrants, ce qui conduit au profil typique représenté en Figure 1.9ii. La variation du signal différentiel en fonction de la position  $(x, z)$  dans le waist optique peut être observée pour un nanofil de 50 nm de diamètre ( $\lambda = 633$  nm) en Figure 1.9i. On constate qu'un nanofil de petite taille permet ainsi d'imager le champ incident et en particulier de mesurer son waist et sa focalisation. En règle générale, la meilleure sensibilité au déplacement selon l'axe transverse est obtenue en positionnant le fil au centre du faisceau. La forme précise de la courbe dépend des propriétés du fil ( $n, R$ ), ainsi que des paramètres optiques ( $w_0$ ) et de la localisation du fil par rapport au waist optique  $\mathbf{r}_0$ .

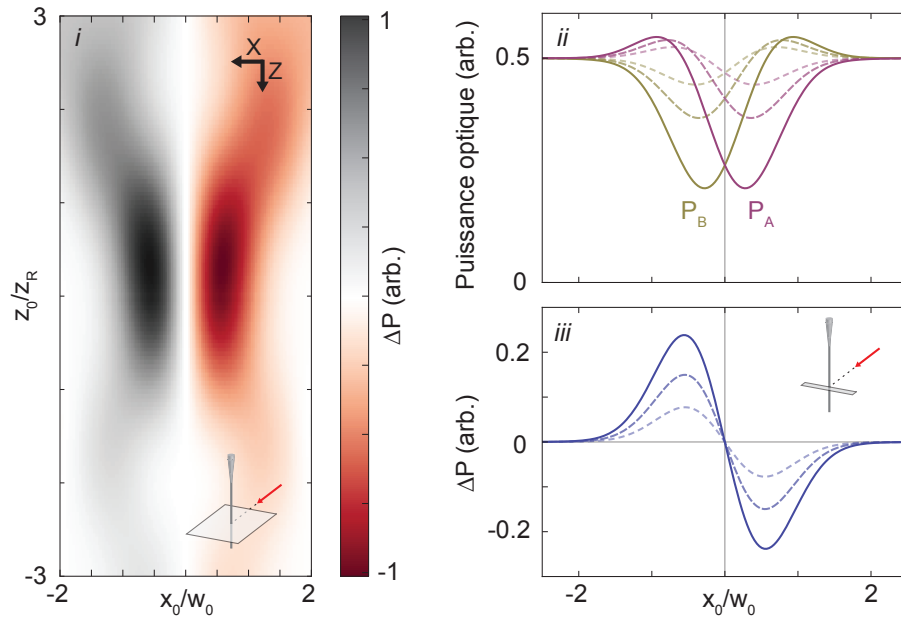


FIGURE 1.9: (i) Signal différentiel  $\Delta P(\mathbf{r}_0)$  attendu pour un fil de 50 nm de diamètre ( $w_0 = 300$  nm,  $\lambda = 633$  nm,  $n = 2.6$ ) alors que sa position est balayée dans le plan  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$ . (ii) Puissances attendues pour des fils de 50, 75, 125 nm de diamètre en balayant le fil dans l'axe transverse  $\mathbf{e}_x$  au waist ( $z_0 = 0$ ), avec des pointillés de moins en moins espacés, pour chacun des quadrants (violet et or). (iii) Signaux différentiels correspondants. Dans la limite  $R \ll w_0$ , le profil spatial de ces courbes n'évolue plus, le nanofil sonde alors la structure du champ lumineux incident.

### Sensibilité limitée par le bruit de grenaille quantique

Une fois évacués les bruits techniques, la limite fondamentale de sensibilité de cette mesure de vibrations est liée à la nature quantique de la lumière qui est responsable d'un bruit de partition intrinsèque sur le signal différentiel, chaque photon ne pouvant être détecté que

sur un seul détecteur. Une description en terme d'optique quantique est possible, prenant en compte la nature transverse des champs lumineux [73], mais une bonne estimation peut en être obtenue. Pour chaque quadrant, la variance du bruit quantique d'intensité peut s'écrire  $\delta P_{A,B}^2 = h\nu P_{A,B}$ , autrement dit, pour  $N$  photons détectés, le bruit est en  $\sqrt{N}$ . Ainsi, le bruit de partition s'écrit  $\delta P_{\ominus}[\Omega] = \sqrt{\delta P_A^2 + \delta P_B^2} = \sqrt{h\nu(P_A + P_B)}$ . Il s'ajoute de façon indépendante aux fluctuations d'intensité induites par l'oscillateur :

$$\delta \Delta P[\Omega] = \left. \frac{d\Delta P}{dx_0} \right|_{x_0} \delta x[\Omega] + \delta \Delta P_{\ominus}[\Omega] \quad (1.2.7)$$

Cela implique que la sensibilité au déplacement limitée par le bruit de grenaille de la lumière est :

$$\delta x_{\text{shot}}[\Omega] = \frac{\sqrt{h\nu(P_A + P_B)}}{\left. \frac{d\Delta P}{dx_0} \right|_{x_0}} \quad (1.2.8)$$

### 1.2.3 Premières observations

La position du nanofil dans le waist est déterminée en le déplaçant dans le faisceau focalisé à l'aide de la platine piézoélectrique. En chaque point, on enregistre la sortie différentielle reflétant la différence d'intensité reçue sur les deux quadrants. La Figure 1.10 présente les signaux typiques mesurés en balayant la position du fil selon l'axe transverse  $\mathbf{e}_x$ .

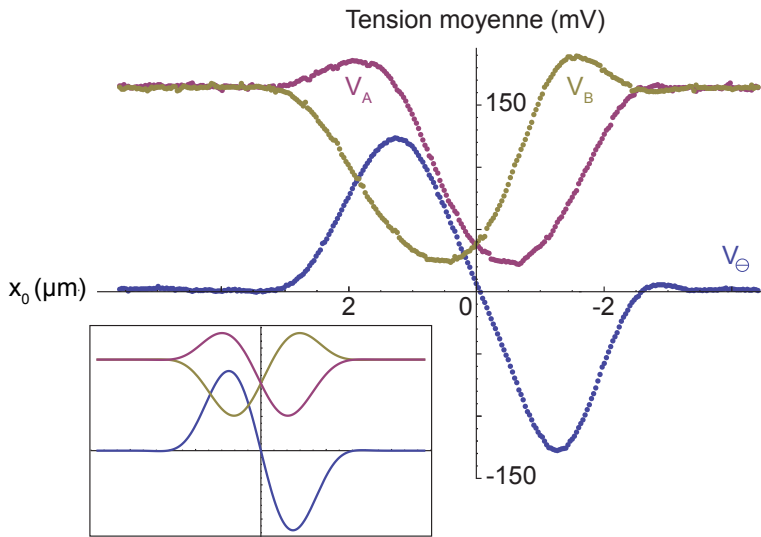


FIGURE 1.10: Signaux typiques mesurés en sortie des quadrants A (violet) et B (jaune) et sur la sortie différentielle  $V_{\ominus} = V_A - V_B$  (bleu) en déplaçant le fil selon  $\mathbf{e}_x$ , transversalement à l'axe optique. Le profil attendu par le modèle développé dans le paragraphe 1.2.2 est présenté en insert et est en bon accord avec les courbes expérimentales malgré la simplicité du modèle.

La platine piezoélectrique portant l'échantillon permet un mouvement tridimensionnel du nanofil. La Figure 1.11 représente deux balayages typiques de la position d'un nanofil dans le

plan vertical (XY) et dans le plan horizontal (XZ). Le plan vertical permet de positionner le fil dans le faisceau selon  $e_y$  et d'ajuster la distance à l'extrémité (en bas) et à la base (en haut) où il est attaché sur une pointe en tungstène. Le plan horizontal permet en particulier de choisir une position pour le nanofil présentant une bonne sensibilité au déplacement, c'est à dire avec une forte variation de transmission.

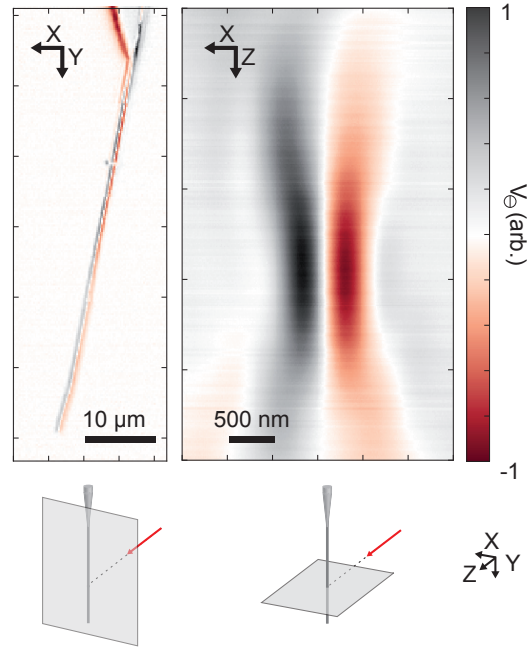


FIGURE 1.11: Carte typique de la différence d'intensité reçue sur les quadrants en déplaçant le fil dans le plan vertical et horizontal.

La zone autour du waist optique présente des variations de transmission importantes dans lesquelles de petites fluctuations de position sont converties en d'importantes fluctuations de tension. Le bruit de tension aux bornes de la photodiode à quadrants est mesuré grâce à un analyseur de spectre. La densité spectrale de bruit de position d'un nanofil à pression ambiante est représentée en Figure 1.12. Le mouvement Brownien sur le mode fondamental est résolu avec plus de 30 dB de dynamique malgré un facteur de qualité à l'air de l'ordre de l'unité ( $Q \approx 5$ ). Bien que le fil vibre selon deux directions propres, la dégénérescence n'est pas visible sur le mode fondamental à cause de ce faible facteur de qualité. Toutefois, c'est cela qui est responsable de l'épaulement distinguable sur le deuxième mode. Sans connaître ses directions propres de vibrations, le spectre ne peut pas être correctement calibré en déplacement absolu. Ici, la calibration a été faite comme si le mode dominant était orienté selon  $e_x$ , puisque la mesure est faite au waist, centrée en  $x$  et  $z$  où la pente est grande surtout en  $e_x$ . Ce résultat est très encourageant car il démontre la simplicité et la qualité de la détection.

Le fil peut être excité par une force électrostatique. Pour cela, une pointe en tungstène est fixée au bout d'un bras monté sur une platine de translation XYZ micrométrique pour pouvoir

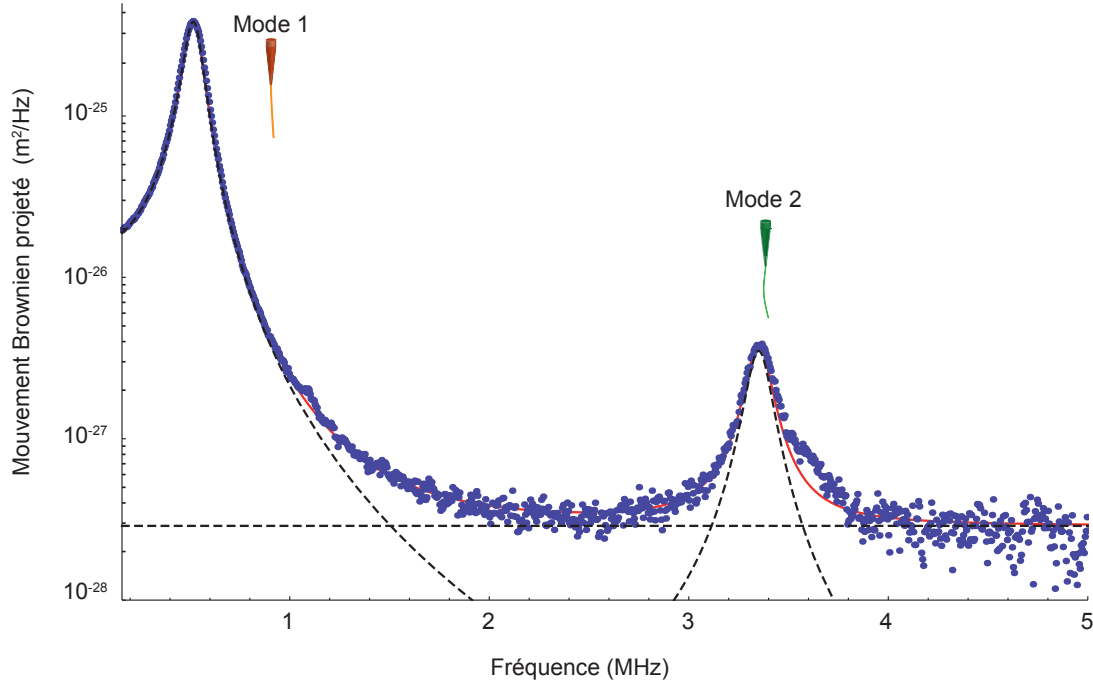


FIGURE 1.12: Densité spectrale de déplacement pour un nanofil à pression ambiante (RBW = 47 kHz). La calibration en déplacement est donnée à titre indicatif en supposant le mouvement purement selon  $\mathbf{e}_x$ .

s'approcher à quelques dizaines de micromètres du nanofil sans les entrechoquer durant le balayage de la platine. L'opération est effectuée avec l'aide d'une caméra CCD. Une tension issue d'un générateur de signal est appliquée entre la pointe électrostatique et la masse à laquelle est reliée la pointe portant le nanofil, éventuellement amplifiée par un amplificateur faible bruit de grande bande passante (*Falco Systems WMA-300*,  $\times 50$  sur 5 MHz). Cela permet de forcer le déplacement du nanofil grâce à la force électrostatique entre le fil et la pointe  $F_{\text{es}} \propto (V_{\text{es}} + \delta V_{\text{es}} \cos(\Omega_{\text{es}} t))^2$ . La Figure 1.13 présente le déplacement mesuré sur l'analyseur de spectre (calibré comme précédemment) pour une fréquence d'excitation proche de la résonance du mode fondamental ( $\Omega_{\text{es}}/2\pi = 250$  kHz). En balayant la fréquence de modulation sur une large plage et en enregistrant le déplacement induit, on mesure la réponse mécanique du nanofil à la force électrostatique, faisant apparaître également le deuxième mode qui était détecté peu efficacement avec la seule mesure de mouvement Brownien. L'excitation électrostatique a l'avantage d'être plate en fréquence sur la bande passante d'intérêt, et donc d'être adaptée aux mauvais facteurs de qualité, contrairement à une excitation piézoélectrique réalisée grâce à une céramique sur le porte-échantillon, plus adaptée aux mesures sous vide où les facteurs de qualité sont suffisamment grands.

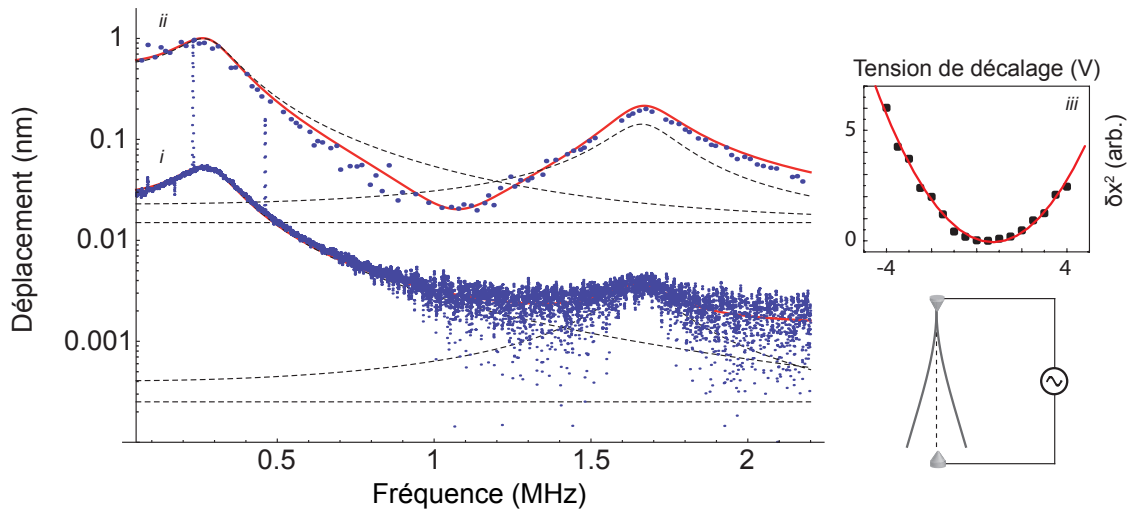


FIGURE 1.13: Excitation électrostatique du nanofil. (i) Spectre de vibration d'un nanofil en présence d'une modulation monochromatique de l'excitation électrostatique. Le déplacement induit est bien visible (à 250 kHz) au-dessus du mouvement Brownien, ainsi que son harmonique. (ii) Le balayage de la fréquence de modulation permet de reconstituer la réponse du nanofil. (iii) On vérifie la dépendance quadratique de la force avec la tension de décalage en mesurant le déplacement induit à profondeur de modulation constante.

## 1.3 Des résonateurs pour l'optomécanique sans cavité

### 1.3.1 Nanofils en carbure de silicium

Les nanorésonateurs étudiés dans la partie principale du manuscrit sont des nanofils de carbure de silicium (SiC) de longueur variant entre 10 et 150  $\mu\text{m}$  et de diamètre entre 50 et 400 nm attachés à l'extrémité d'une pointe en tungstène effilée. Ils sont crus chimiquement par une méthode apparentée à la CVD (*Chemical Vapor Deposition*) au Laboratoire des Multimatériaux et Interfaces à Lyon [74]. Deux nacelles contenant du polypropylène et un mélange de silicium et d'oxyde de silice sont placées dans un four tubulaire à 1400°C sous flot d'argon pendant 10 h. Les espèces se condensent sur un support en graphite au-dessus de la nacelle de silicium en un nuage cotonneux par un mécanisme qui serait de type Vapeur-Solide<sup>5</sup>. Cette méthode de croissance a un très grand rendement et permet une grande pureté chimique en se passant de catalyseurs. Elle se distingue des méthodes en *bottom-up* comme la MBE (*Molecular Beam Epitaxy*) par des longueurs des fils qui peuvent dépasser la centaine de microns. Néanmoins, cette méthode ne permet pas une localisation précise des lieux des croissances et, contrairement à une fabrication *top-down*, présente une large distribution statistique de longueur, de diamètre et de géométrie.

5. Le polypropylène se décompose à 500°C et vient former un corail de nanoparticules de carbone à la surface du graphite. Le gaz de SiO formé à 1100°C réagit avec ce corail pour former les premiers germes cristallins du nanofil en SiC qui croît dans cet environnement chargé en SiO et  $\text{C}_x\text{H}_y$  gazeux. Pour plus de détails, se référer à la thèse de M. Bechelany [74]

Les nanofils sont collés individuellement sur des pointes en tungstène. Le tungstène a l'avantage d'être un matériau résistant mécaniquement, manipulable avec de simples brucelles. Sa température de fusion est très élevée ( $>3000^{\circ}\text{C}$ ) ce qui autorise le recuit des échantillons de SiC. Les pointes sont préparées à partir de bobines de fil en tungstène de  $125\text{ }\mu\text{m}$  de diamètre, découpées en brins d'environ un centimètre. Elles sont ensuite affinées chimiquement à une de leur extrémité pour faciliter le collage d'un nanofil unique dans l'axe de la pointe. Pour cela, elles sont plongées dans une solution électrolytique de soude diluée, et une tension alternative pulsée à 3 V est appliquée entre deux électrodes en nickel, reproduisant la méthode de fabrication des pointes de STM. La géométrie de la pointe est déterminée par le temps de taille et la position du ménisque. Ils sont choisis de façon à ce que la pointe soit suffisamment fine pour coller un nanofil dans son axe, et assez épaisse pour ne pas se tordre quand elle pénètre dans la colle ou dans le nuage de fils. La colle, extraite de scotch carbone commercial, offre une excellente prise en dégazant peu et en ne contaminant pas le nanofil, même après recuit [75]. Pour attacher un nanofil à la pointe en tungstène, elle est fixée à un micromanipulateur sous binoculaire. Son extrémité est plongée dans un nuage visqueux de colle, puis elle est approchée du nuage de nanofils dans une zone suffisamment dégagée, de façon à n'attacher qu'un seul nanofil à la pointe. Un seul contact suffit en général à extraire le nanofil du nuage, ce qui se vérifie par retrait lent de la pointe. Cette préparation est réalisée à l'Institut Lumière Matière de Lyon, dans le cadre d'une collaboration impliquant A. Siria, P. Poncharal et P. Vincent.

Cette étape est suivie d'une première caractérisation rapide des propriétés mécaniques du nanofil sous microscopes électroniques à balayage et en transmission dans lesquels il est possible d'exciter électrostatiquement le fil à l'aide d'une électrode placée en regard, sous ultravide. Un recuit de l'échantillon peut y être effectué à l'aide de fils en tantale enroulés dans lesquels passe un courant de l'ordre de l'ampère pour chauffer l'échantillon à environ  $800^{\circ}\text{C}$ , de façon à désorber d'éventuelles impuretés à la surface du nanofil, et surtout à rigidifier la colle, ce qui permet d'augmenter le facteur de qualité d'au moins un ordre de grandeur [76]. Pour maintenir de très grands facteurs de qualité pouvant dépasser  $10^5$ , il faudrait pouvoir faire ce recuit dans l'enceinte de mesure à Grenoble car ils se dégradent d'un ordre de grandeur en quelques minutes dans l'air. Dans notre expérience, les objectifs de microscope sont à seulement quelques millimètres du nanofil : de la matière désorbée pourrait se déposer sur les optiques de façon irrémédiable. On se contentera ainsi de facteurs de qualité mécaniques de l'ordre de 1000, bien suffisants pour les expériences réalisées. Un recuit léger peut être opéré dans l'enceinte en chauffant la pointe en tungstène avec les faisceaux lasers à plus forte puissance ( $\approx 100\text{ mW}$ ) pendant une journée permettant de doubler le facteur de qualité.

Le carbure de silicium se présente selon différents arrangements cristallins ou polytypes (3C, 4H, 6H majoritairement). La structure cristalline favorisée par la méthode de croissance est la forme 3C (ou  $\beta$ -SiC, en structure zinc blende). Durant la croissance, des fautes d'empilement peuvent apparaître, changeant localement les propriétés du nanofil (Figure 1.14) et augmentant en général le rayon du nanofil.

La masse volumique du carbure de silicium massif est  $\rho = 3210\text{ kg.m}^{-3}$  [78]. Les nanofils étudiés sont donc très légers avec des masses de l'ordre de la centaine de femtogrammes. Le facteur de qualité atteignant quelques milliers sous vide, la sensibilité en force attendue est de l'ordre de quelques  $\text{aN}/\sqrt{\text{Hz}}$  à température ambiante, comparable aux sensibilités record atteintes à basse température [7]. Son module de Young est relativement élevé, de l'ordre



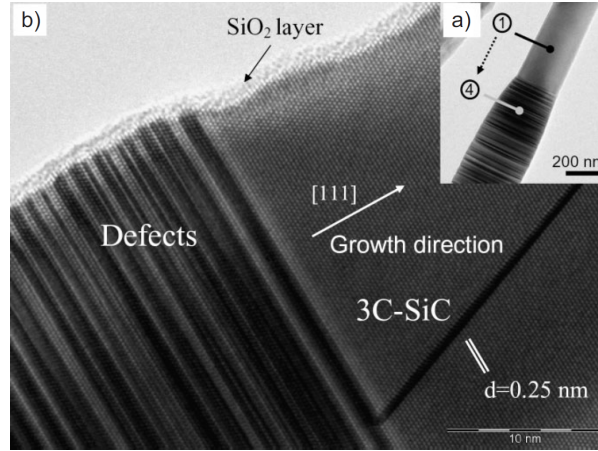


FIGURE 1.14: Images d'un nanofil au microscope électronique en transmission issues de l'article [77] mettant en évidence l'interface entre une zone monocristalline de polytype 3C (partie claire) et un ensemble de fautes d'empilement (partie sombre).

de 300-400 GPa [78], induisant des fréquences du mode mécanique fondamental entre la dizaine de kHz et la dizaine de MHz. Cette grande étendue permet d'ajuster facilement la fréquence mécanique selon les applications envisagées en coupant le fil au laser. Dans le cadre du couplage au centre NV, elle doit être supérieure au MHz pour atteindre le régime des bandes latérales résolues, lorsque le spin présente un temps de cohérence plus long que la période mécanique. Pour effectuer des mesures de force de très grande sensibilité, il faudra plutôt travailler avec des nanofils longs et de petit diamètre.

Le carbure de silicium présente une large bande interdite, variant selon le polytype de 379 nm (4H) et 403 nm (6H) à 529 nm (3C) à 300 K [79]. Cela signifie que l'on peut travailler avec de la lumière visible sur le nanofil sans être à priori dominé par des effets d'absorption. Son indice de réfraction est important, d'environ 2.6 à 300 K [80][81]. On verra dans la Section 1.3.4 que cet indice et les dimensions latérales du fil autorisent l'existence de résonances optiques internes au nanofil dans le visible. Cela a des implications très importantes sur l'interaction lumière-matière entre le faisceau laser et le nanofil. Ainsi, le nanofil observé au microscope optique sous lumière blanche est coloré différemment selon son rayon local. Cela permet de faire une première sélection sur l'homogénéité du fil et sur son rayon selon l'utilisation que l'on veut en faire.

### 1.3.2 Modes propres de vibration, propriétés mécaniques des nanofils

On décrit ici les propriétés mécaniques d'un nanofil en s'appuyant sur la théorie générale des vibrations des poutres.

#### Equation de la poutre

Le nanofil est modélisé par une poutre simplement encastree, de section  $A$  et de longueur  $L$ . On appelle  $\delta r(y, t)$  la déflexion de la poutre par rapport à sa position au repos selon  $\mathbf{e}_i$  une direction orthogonale à  $\mathbf{e}_y$ . Dans les conditions d'Euler-Bernoulli, dans lesquelles on néglige les



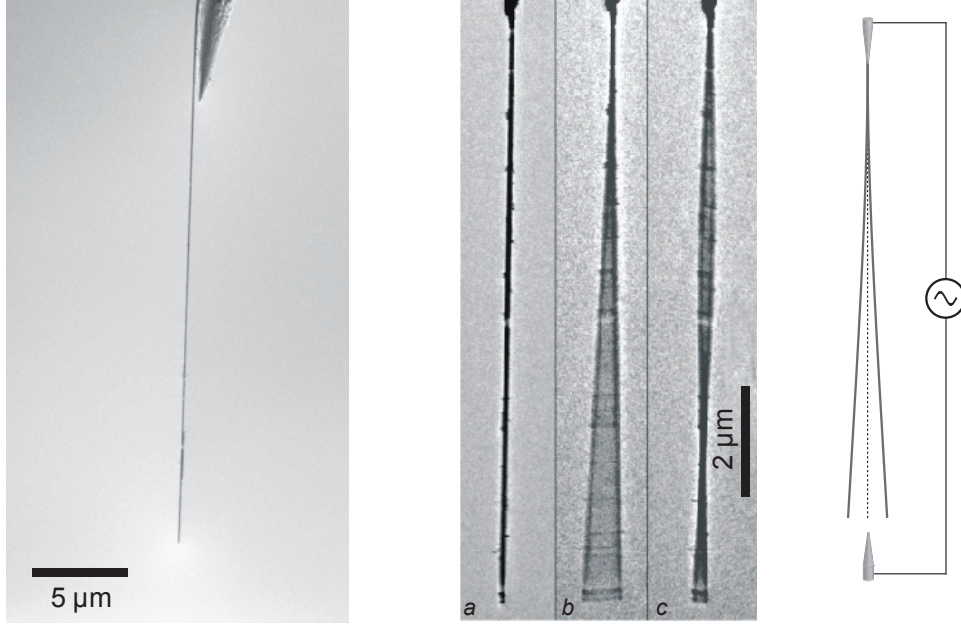


FIGURE 1.15: Gauche : image obtenue sous microscope électronique à balayage d'un nanofil de carbure de silicium typique [13]. On voit l'extrémité de la pointe en tungstène en haut de l'image à laquelle est attachée le fil. Droite : images obtenues sous microscope électronique à transmission [40] d'un fil au repos (a) puis excité électrostatiquement à la fréquence de son mode fondamental (b) et du second mode longitudinal (c).

déformations de la section dues aux cisaillements, l'équation décrivant les petites déflexions est [82] :

$$\frac{\partial^2 \delta r}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho A} \frac{\partial^4 \delta r}{\partial y^4} = 0 \quad (1.3.1)$$

avec  $E$  le module de Young du matériau et  $I$  le moment quadratique lié seulement à la géométrie de la section. En cherchant des solutions stationnaires sous la forme  $\delta r_n(y, t) = \text{Re}(\delta r_n(y)e^{i\Omega_n t})$ , on obtient pour le mode d'ordre  $n \in \mathbb{N}^*$  :

$$\delta r_n(y) = A_n \cos(k_n y) + B_n \cosh(k_n y) + C_n \sin(k_n y) + D_n \sinh(k_n y) \quad (1.3.2)$$

avec

$$k_n = \left( \frac{\Omega_n^2 \rho A}{EI} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.3.3)$$

Les coefficients spatiaux  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$  et  $D_n$  sont déterminés par les conditions aux limites : dans notre cas, le fil est attaché à une de ses extrémités ( $y = 0$ ), l'autre étant libre ( $y = L$ ). Il n'y a alors ni déplacement, ni rotation à l'encastrement :

$$\delta r_n(0) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \delta r_n}{\partial y}(0) = 0$$

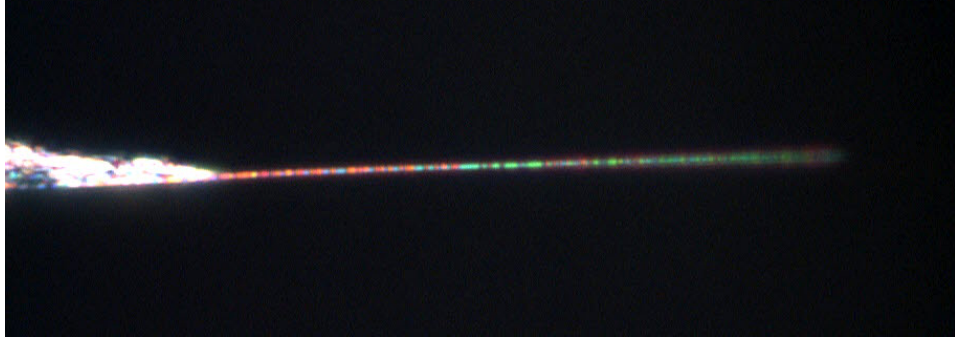


FIGURE 1.16: Image en réflexion d'un nanofil présentant de grandes variations de rayon, observé au microscope optique sous lumière blanche. Les différentes couleurs dépendent des résonances optiques internes au fil qui varient avec son rayon, offrant une façon simple de pré-sélectionner les fils.

et ni moment de flexion ni effort tranchant à l'extrémité libre :

$$\frac{\partial^2 \delta r_n}{\partial y^2}(L) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^3 \delta r_n}{\partial y^3}(L) = 0$$

Il vient que  $B_n = -A_n$ ,  $D_n = -C_n$  dont on peut déduire la relation de dispersion de la poutre simplement encastrée :

$$\cos(k_n L) \cosh(k_n L) = -1 \quad (1.3.4)$$

qui, en déterminant les valeurs acceptables de  $k_n$ , définit le profil spatial de vibration (voir Figure 1.17) par l'expression (1.3.2) et les fréquences propres par l'expression (1.3.3). Cette équation se résout numériquement :  $k_1 L = 1.875$ ,  $k_2 L = 4.694$ ,  $k_3 L = 7.855$ ,  $k_4 L = 10.996$ ,  $k_5 L = 14.137$ . En résolvant complètement le système, le profil mécanique normalisé du mode  $n$  s'écrit :

$$\frac{\delta r_n(y)}{\delta r_n(L)} = \frac{-(\sin k_n L + \text{sh } k_n L)(\cos k_n y - \text{ch } k_n y) + (\cos k_n L + \text{ch } k_n L)(\sin k_n y - \text{sh } k_n y)}{2(\sin k_n L \text{ch } k_n L - \text{sh } k_n L \cos k_n L)} \quad (1.3.5)$$

Pour une section circulaire, le moment quadratique est  $I = \pi R^4/4$  et en conséquence la fréquence du mode fondamental vaut

$$f_1 = 0.280 \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{R}{L^2} \quad (1.3.6)$$

La fréquence de l'harmonique  $n$  peut se déduire de la fréquence du fondamental par un facteur  $(k_n/k_1)^2$  valant 6.3 et 17.5 respectivement pour  $n = 2$  et  $n = 3$ . La dépendance de la fréquence du mode fondamental attendue pour une poutre cylindrique en SiC en fonction de son rayon et de son diamètre est tracée en Figure 1.18. On a également représenté les isovaleurs de masse effective correspondante ( $M_{\text{eff}} = \rho L \pi R^2/4$ , voir Section 2.6) et de sensibilité en force attendue pour  $Q = 10000$  à 300 K. Les nanofils étudiés dans ce manuscrit ont un rayon d'environ 50 nm pour une longueur de quelques dizaines de micromètres, plaçant le fondamental dans la région de la centaine de kHz, avec une masse effective de l'ordre de 100 fg et une sensibilité en force proche de la dizaine d'aN/ $\sqrt{\text{Hz}}$ .

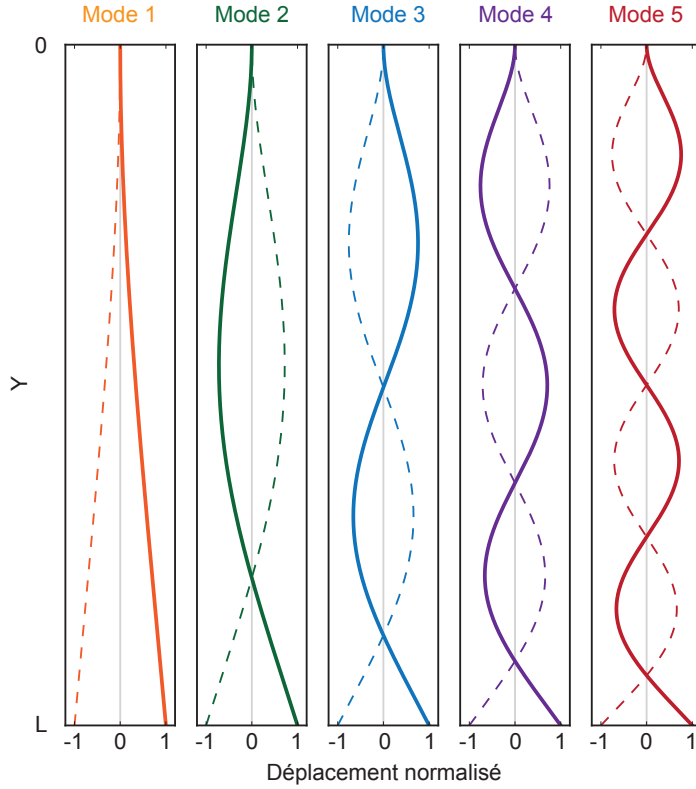


FIGURE 1.17: Profils mécaniques normalisés  $\frac{\delta r_n(y)}{\delta r_n(L)}$  des cinq premiers modes longitudinaux pour une poutre simplement encastree de section quelconque, décrits par l'expression (1.3.5).

### Axes de vibrations, brisure de la symétrie cylindrique

Pour de petits déplacements, l'extrémité du nanofil évolue au premier ordre dans le plan horizontal, orthogonal à  $\mathbf{e}_y$ . Une brisure de la symétrie cylindrique lève la dégénérescence des modes propres. Emergent alors deux polarisations par mode longitudinal oscillant selon des directions différentes. On les appelle par la suite polarisations mécaniques du mode  $n$  et on les note  $\mathbf{e}_{n,1}$  et  $\mathbf{e}_{n,2}$ .

Les fils de SiC ne sont jamais des cylindres parfaits et réguliers. Pour évaluer les conséquences de la géométrie imparfaite des fils, on estime ici la levée de dégénérescence liée à une section non circulaire. Les moments quadratiques pour une section elliptique de demi-axe  $a$  selon  $x$  et  $b$  selon  $z$  valent

$$I_x = \pi \frac{ab^3}{4} \quad \text{et} \quad I_z = \pi \frac{ba^3}{4}$$

L'écart en fréquence induit par une ellipticité  $e \equiv 1 - b/a$  est donnée par :

$$\Delta f \propto k_n^2 (\sqrt{I_x} - \sqrt{I_z}) \propto k_n^2 e$$

Il augmente avec l'ordre de la résonance. Les fréquences attendues pour un fil de longueur  $L = 50 \mu\text{m}$  et de rayon originel  $r = 75 \text{ nm}$ , en variant l'ellipticité de la section de 0 à 0.5, sont représentées en Figure 1.19. Pour un mode fondamental oscillant à 95 kHz (avec  $E = 400$

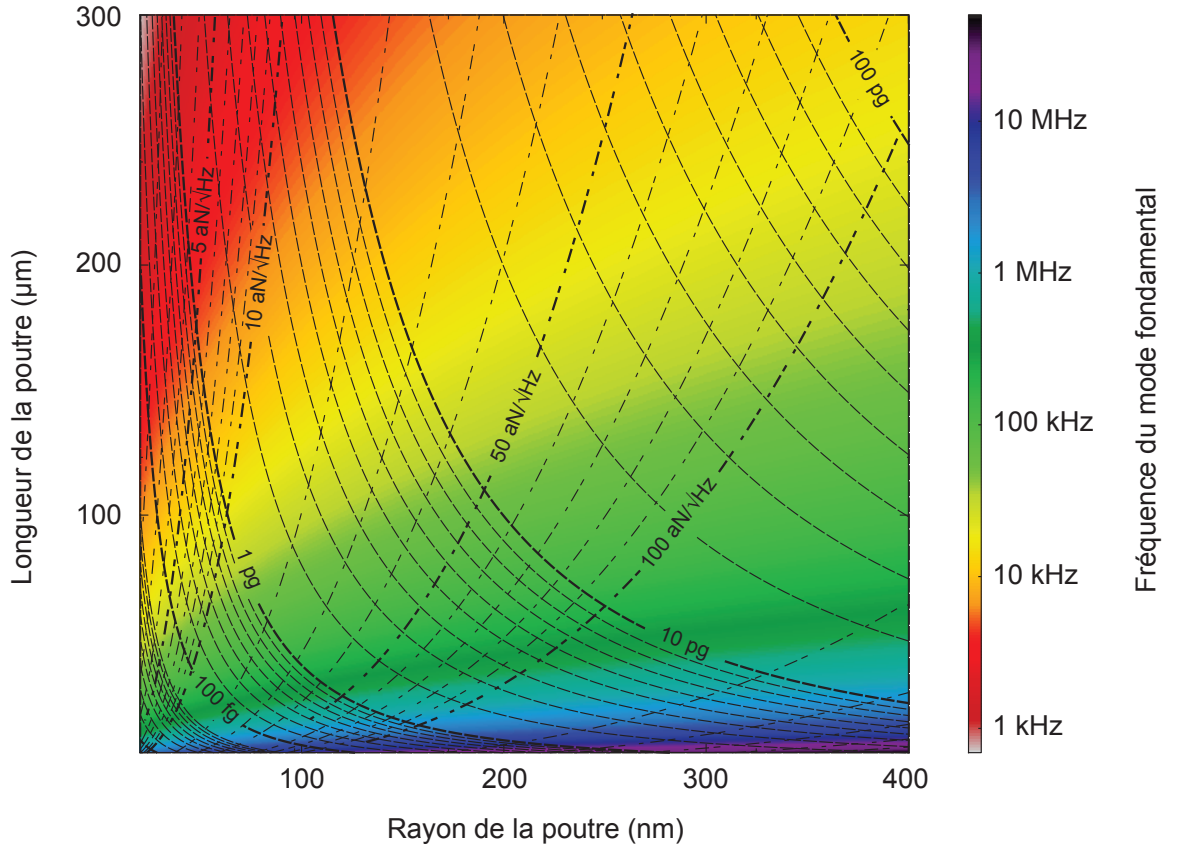


FIGURE 1.18: Fréquence du mode fondamental attendue pour une poutre cylindrique en SiC en fonction de son rayon et de sa longueur. Les isofréquences suivent  $R/L^2$ . La fréquence de l'harmonique  $n$  se déduit par un facteur  $(k_n/k_1)^2$ . Les isovaleurs de masse effective sont tracées en traitillés réguliers et celles de sensibilité en force en traitillés irréguliers ( $E = 400$  GPa,  $Q = 10000$ ).

GPa), la levée de dégénérescence est de 1 kHz pour une ellipticité de 1 %. L'irrégularité de la section le long du fil ou la présence de défauts, non prises en compte ici, influencent chaque mode différemment selon leur position dans le profil mécanique du mode.

La liaison entre le nanofil et la pointe en tungstène ne se fait pas exactement pointe à pointe mais face à face sur environ  $10 \mu\text{m}$  de long. Ainsi, la symétrie à l'encastrement est sévèrement brisée et varie fortement selon l'échantillon. Cette asymétrie n'est responsable que d'un changement négligeable sur les fréquences. Ce phénomène peut être étudié grâce à une simulation par éléments finis réalisée sur le logiciel propriétaire *Comsol* en variant les paramètres *via Matlab*. Pour simplifier la condition d'encastrement, on considère un fil de section carrée dont une partie est de longueur fixe  $L$  et une partie a une de ses faces fixée. La longueur de celle-ci est augmentée de  $0.02 L$  à  $L$  et les variations de fréquences propres du fil estimées. L'écart relatif obtenu sur les fréquences propres en faisant varier la longueur de la partie à la

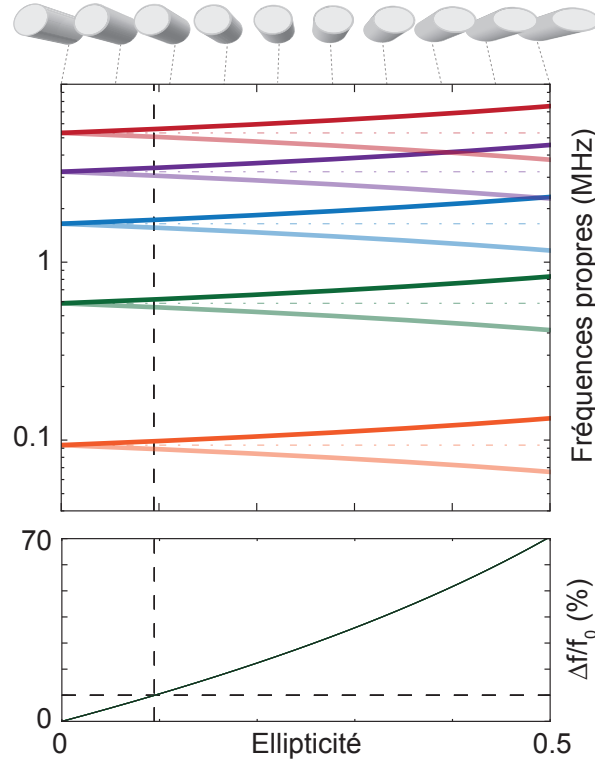


FIGURE 1.19: Fréquence des premiers modes mécaniques pour une poutre de section elliptique (mode 1 : orange, mode 2 : vert, mode 3 : bleu, mode 4 : violet, mode 5 : rouge) en SiC de  $L = 50 \mu\text{m}$  et  $r = 75 \text{ nm}$ . L'ellipticité est variée en gardant la section constante. La brisure de symétrie entraîne une levée de la dégénérescence des deux polarisations mécaniques. Les lignes en point et traitillés sont les fréquences propres pour une section circulaire. La ligne verticale en traitillés correspond à une variation de 10% d'écart à  $f_0$ . Cet écart relatif est le même pour tous les modes mais l'écart absolu est une fonction de  $k_n^2$ .

face fixée varie très peu, autour de 0.05%. A partir du moment où une des faces est fixée, la contrainte se propage peu volumiquement. Les écarts de fréquences entre polarisations mécaniques s'expliqueront donc plus volontiers avec des arguments de géométrie du fil plutôt que d'encastrement.

### Ajustement des propriétés mécaniques

L'écart en fréquences entre les polarisations mécaniques peut être contrôlé en adaptant la longueur  $L$  du fil, en le coupant au laser par exemple. Dans le cas d'un fil de section elliptique,  $\Delta f \propto k_n^2 \propto \frac{1}{L^2}$  : pour doubler l'écart en fréquence, il suffit de réduire la longueur du fil d'un facteur  $\sqrt{2}$ . Dans la partie sur l'action en retour topologique (Chapitre 4), on démontre qu'un champ de force bidimensionnel peut coupler les deux polarisations mécaniques et que ce phénomène dépend de leur écart en fréquences originel. Pour pouvoir faire la cartographie du champ des forces optiques (Chapitre 3) plus facilement, sans être perturbé par la bifurcation,

le fil a été réduit de  $30\ \mu\text{m}$ .

Il est également possible d'utiliser un faisceau d'ions focalisé (FIB) pour changer localement la section d'un nanofil ou le façonner. La Figure 1.20i présente une image sous microscope électronique à balayage d'un nanofil troué vers sa base pour lever la dégénérescence entre les modes propres et modifier la réponse optique des nanofils. Ce travail préliminaire a été réalisé au laboratoire par Jean-François Motte. Pour avoir un contrôle précis sur l'écart en fréquence, des fils lithographiés de section rectangulaire bien choisie pourraient être utilisés. De très nombreuses avancées en fabrication ont été réalisées récemment en particulier sur des matériaux à grande bande interdite, en carbure de silicium dans l'équipe de J. Vučković [83], en diamant dans l'équipe de M. Lončar [84] ou en nitrure de silicium dans l'équipe de M. Lukin [85].

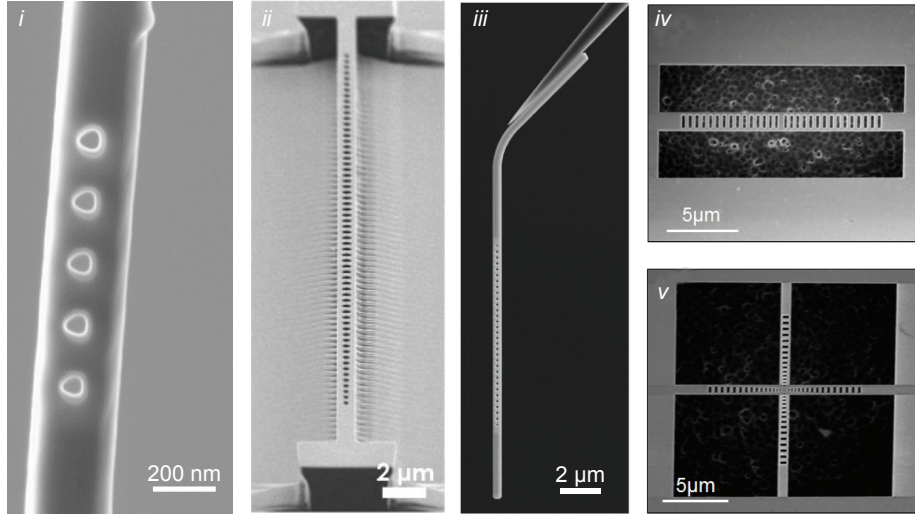


FIGURE 1.20: Travaux récents et perspectives en nanofabrication : nanofil de SiC façonné au FIB (i : J.F Motte - Institut Néel), cristal photonique nanométrique en diamant (ii : Harvard [84]), cristal photonique en SiN (iii : Harvard [85]), cristaux photoniques en SiC (iv et v : Stanford [83]).

### 1.3.3 Dynamique d'un nanofil

Dans cette section, on développe le formalisme décrivant la dynamique du nanofil et sa mesure. Précédemment, on a présenté les modes longitudinaux et la levée de dégénérescence donnant lieu à deux polarisations mécaniques. La déformation totale du nanofil peut se projeter sur les différents modes propres :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\substack{n \in \mathbb{N}^* \\ \epsilon \in \{1,2\}}} a_{n,\epsilon}(t) \mathbf{u}_{n,\epsilon}(\mathbf{r}) \quad (1.3.7)$$

où  $n$  est l'ordre du mode et  $\epsilon$  désigne l'une des deux polarisations mécaniques du nanofil. Si on restreint notre étude aux basses fréquences, on peut se limiter aux premiers modes propres de vibrations, dont le profil spatial s'écrit  $\mathbf{u}_{n,\epsilon}(\mathbf{r}) = u_{n,\epsilon}(\mathbf{y}) \mathbf{e}_{n,\epsilon}$  où on a introduit le vecteur



unitaire  $\mathbf{e}_{n,\epsilon}$  décrivant la direction de vibration. Les vecteurs  $\mathbf{u}_{n,\epsilon}$  sont orthogonaux pour le produit scalaire

$$\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle \equiv \int_V \mathbf{f}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{g}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \quad (1.3.8)$$

où  $V$  est le volume du nanofil. La levée de dégénérescence entre les deux polarisations mécaniques est supposée suffisamment faible pour que le profil longitudinal des modes propres au sein de chaque famille  $n$  reste identique :  $u_{n,1}(y) = u_{n,2}(y)$ .

L'énergie cinétique totale du résonateur est donnée par :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} \rho \int_V |\dot{\mathbf{u}}(r, t)|^2 d^3\mathbf{r} = \sum_{n,\epsilon} \frac{1}{2} M_{n,\epsilon} \dot{a}_{n,\epsilon}^2(t)$$

où on a introduit la masse dynamique définie pour chaque mode

$$M_{n,\epsilon} \equiv \rho \langle \mathbf{u}_{n,\epsilon}, \mathbf{u}_{n,\epsilon} \rangle$$

qui correspond à la masse du résonateur mise en mouvement par la déformation. Cette masse dynamique dépend du choix des modes propres  $\mathbf{u}_{n,\epsilon}$  et de leur normalisation et ne peut donc être qu'un intermédiaire de calcul. Dans le cas d'un nanofil présentant un grand rapport d'aspect et si on se restreint aux premiers modes propres de vibration, présentant des variations de déformation négligeables sur leur épaisseur, les masses dynamiques peuvent être simplement reliées au déplacement de la ligne neutre, qui ne dépend que de  $y$  (voir paragraphe précédent) :

$$M_{n,\epsilon} = M \int_0^L \frac{|u_{n,\epsilon}(y)|^2}{L} dy \quad (1.3.9)$$

où  $M$  est la masse réelle du nanofil.

L'énergie potentielle du résonateur non contraint s'écrit [19] :

$$\mathcal{E}_p = \sum_{\substack{n \in \mathbb{N} \\ \epsilon \in \{1,2\}}} \frac{1}{2} M_{n,\epsilon} \Omega_{n,\epsilon}^2 a_{n,\epsilon}^2(t) \quad (1.3.10)$$

L'énergie totale du résonateur est donc

$$\mathcal{E} = \sum_{\substack{n \in \mathbb{N} \\ \epsilon \in \{1,2\}}} \frac{1}{2} M_{n,\epsilon} (\dot{a}_{n,\epsilon}^2(t) + \Omega_{n,\epsilon}^2 a_{n,\epsilon}^2(t)) \quad (1.3.11)$$

qui est l'énergie d'une assemblée d'oscillateurs harmoniques indépendants de masse  $M_{n,\epsilon}$  et de pulsation de résonance  $\Omega_{n,\epsilon}$ .

Une force volumique  $\mathbf{f}_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t)$  s'appliquant sur le nanofil cause une variation de l'énergie totale du système par une quantité :

$$\mathcal{W} = - \langle \mathbf{f}_{\text{ext}}(t), \mathbf{u}(t) \rangle \quad (1.3.12)$$

$$= - \sum_{\substack{n \in \mathbb{N} \\ \epsilon \in \{1,2\}}} \langle \mathbf{f}_{\text{ext}}(t), \mathbf{u}_{n,\epsilon} \rangle a_{n,\epsilon}(t) \quad (1.3.13)$$

L'énergie totale devient alors équivalente à celle d'une somme d'oscillateurs harmoniques sur chacun desquels est appliquée une force  $\langle \mathbf{f}_{\text{ext}}(t), \mathbf{u}_{n,\epsilon} \rangle$  :

$$\mathcal{E} + \mathcal{W} = \sum_{\substack{n \in \mathbb{N} \\ \epsilon \in \{1,2\}}} \frac{1}{2} M_{n,\epsilon} (\dot{a}_{n,\epsilon}^2(t) + \Omega_{n,\epsilon}^2 a_{n,\epsilon}^2(t)) - \langle \mathbf{f}_{\text{ext}}(t), \mathbf{u}_{n,\epsilon} \rangle a_{n,\epsilon}(t) \quad (1.3.14)$$

Jusqu'à présent, l'amortissement des vibrations du résonateur n'a pas été abordée. Elle est modélisée par un amortissement visqueux<sup>6</sup>, indépendant pour chaque mode.

Le couplage au bain thermique est modélisé par une force de Langevin  $\delta F_{n,\epsilon}^{\text{th}}(t)$  qui s'applique indépendamment sur chaque mode. En adaptant (1.3.14) en conséquence et en utilisant l'équation de Hamilton, l'amplitude  $a_{n,\epsilon}(t)$  du mode mécanique acoustique  $\mathbf{u}_{n,\epsilon}$  vérifie :

$$\ddot{a}_{n,\epsilon}(t) = -\Omega_{n,\epsilon}^2 a_{n,\epsilon}(t) - \Gamma_{n,\epsilon} \dot{a}_{n,\epsilon}(t) + \frac{1}{M_{n,\epsilon}} \delta F_{n,\epsilon}^{\text{th}}(t) + \frac{1}{M_{n,\epsilon}} \langle \mathbf{f}_{\text{ext}}(t), \mathbf{u}_{n,\epsilon} \rangle \quad (1.3.15)$$

qui s'écrit dans le domaine fréquentiel

$$a_{n,\epsilon}[\Omega] = \chi_{n,\epsilon}[\Omega] (\delta F_{n,\epsilon}^{\text{th}}[\Omega] + \langle \mathbf{f}_{\text{ext}}[\Omega], \mathbf{u}_{n,\epsilon} \rangle) \quad (1.3.16)$$

où on introduit la susceptibilité mécanique  $\chi_{n,\epsilon}[\Omega] = \frac{1}{M_{n,\epsilon}(\Omega_{n,\epsilon}^2 - \Omega^2 - i\Omega\Gamma_{n,\epsilon})}$

La densité spectrale de la force de Langevin est régie par le théorème fluctuation-dissipation [10]. Dans ces conditions, elle est indépendante de la fréquence :

$$S_{F_{n,\epsilon}}[\Omega] = \frac{2k_B T}{\Omega} \text{Im} \left( -\frac{1}{\chi_{n,\epsilon}[\Omega]} \right) = 2M_{n,\epsilon} \Gamma_{n,\epsilon} k_B T \quad (1.3.17)$$

Ces expressions ne sont en fait valables que pour des pertes homogènes dans le résonateur. On reviendra sur cette hypothèse au Chapitre 5 : si elle n'est pas vérifiée, un couplage entre les modes est à prévoir [86].

Dans notre système, le profil spatial des premiers modes mécaniques varie peu sur la taille du spot laser. On peut ainsi considérer que nous faisons une mesure ponctuelle des déformations du nanofil [21] en une position  $\mathbf{r}_0$ .

Pour une force appliquée localement en  $\mathbf{r}_0$ ,  $\mathbf{f}_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \mathbf{F}_{\text{ext}}(t)$ , la déflexion mesurée est  $\delta \mathbf{r}(t) \equiv \mathbf{u}(\mathbf{r}_0, t)$ , c'est-à-dire que

$$\delta \mathbf{r}[\Omega] \equiv \sum_{\substack{n \in \mathbb{N}^* \\ \epsilon \in \{1,2\}}} \chi_{n,\epsilon}[\Omega] (\delta F_{n,\epsilon}^{\text{th}} + \mathbf{F}_{\text{ext}}[\Omega] \cdot \mathbf{u}_{n,\epsilon}(\mathbf{r}_0)) \mathbf{u}_{n,\epsilon}(\mathbf{r}_0) \quad (1.3.18)$$

On définit la masse effective qui dépend de la position du nanofil dans le faisceau laser

$$M_{n,\epsilon}^{\text{eff}}(\mathbf{r}_0) \equiv \frac{M_{n,\epsilon}}{u_{n,\epsilon}^2(\mathbf{r}_0)} \quad (1.3.19)$$

---

6. Un modèle d'amortissement plus compliqué affecterait principalement le déplacement loin de la résonance mécanique. Cette hypothèse nous convient car nous nous intéresserons aux spectres qu'autour des résonances.



qui est indépendante du choix de normalisation des modes propres et qui permet d'écrire la déflexion mesurée du nanofil

$$\delta \mathbf{r}[\Omega] = \sum_{\substack{n \in \mathbb{N}^* \\ \epsilon \in \{1,2\}}} \chi_{n,\epsilon}^{\text{eff}}[\Omega] (\delta F_{n,\epsilon}^{\text{th,eff}} + \mathbf{F}_{\text{ext}}[\Omega] \cdot \mathbf{e}_{n,\epsilon}) \mathbf{e}_{n,\epsilon} \quad (1.3.20)$$

Le théorème fluctuation-dissipation est toujours vérifié en exploitant une susceptibilité effective  $\chi_{n,\epsilon}^{\text{eff}}$  et une force de Langevin effective  $\delta F_{n,\epsilon}^{\text{th,eff}}$  telles que :

$$\chi_{n,\epsilon}^{\text{eff}}[\Omega] = \chi_{n,\epsilon}[\Omega] u_{n,\epsilon}^2(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{M_{n,\epsilon}^{\text{eff}}(\Omega_{n,\epsilon}^2 - \Omega^2 - i\Omega\Gamma_{n,\epsilon})} \quad (1.3.21)$$

$$S_{F_{n,\epsilon}}^{\text{eff}}[\Omega] = 2M_{n,\epsilon}^{\text{eff}}\Gamma_{n,\epsilon}k_B T \quad (1.3.22)$$

La mesure des vibrations du nanofil est réalisée en focalisant fortement un faisceau laser sur le nanofil et en mesurant l'intensité transmise avec une photodiode à quadrants. En sortie du boîtier de la photodiode (voir Section 2.1.3), on mesure une tension  $V_\ominus$  proportionnelle à la différence d'intensité reçue sur chacun des deux quadrants. La déformation du nanofil vue par le laser est  $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \delta \mathbf{r}(t)$  où  $\mathbf{r}_0$  est contrôlée par la platine piézoélectrique et  $\delta \mathbf{r}$  représente la déflexion du nanofil en cette position de mesure.

Pour de petits déflexions, on mesure

$$V_\ominus(\mathbf{r}, t) = V_\ominus(\mathbf{r}_0) + \boldsymbol{\beta} \cdot \delta \mathbf{r}(t) \quad (1.3.23)$$

où on a introduit le vecteur projectif de mesure

$$\boldsymbol{\beta} \equiv \nabla V_\ominus(\mathbf{r}_0) = \beta \mathbf{e}_\beta \quad (1.3.24)$$

qui varie avec la position de mesure.

Dans l'espace Fourier, la mesure projetée de la déflexion est

$$\delta V_\ominus[\Omega] = \delta \mathbf{r}[\Omega] \cdot \boldsymbol{\beta} \equiv \beta \delta r_\beta[\Omega] \quad (1.3.25)$$

où  $\delta \mathbf{r}[\Omega]$  est donné par l'expression (1.3.18). Il convient de noter que nous aurions aussi pu définir une masse effective relative à cette mesure scalaire. Cependant, comme nous nous intéressons dans la suite aux déformations 2D du nanofil et que l'on peut changer à volonté le vecteur projectif, nous avons préféré nous référer à une approche vectorielle de la mesure.

#### 1.3.4 Interaction lumière-nanofil : résonances de Mie

L'interaction lumière-matière pour des objets de taille comparable à la longueur d'onde ne peut être traitée par l'approximation dipolaire mais entre dans le cadre de la théorie de Mie. Pour décrire cette interaction quantitativement, il faut résoudre les équations de Maxwell en prenant en compte les conditions aux limites à la surface du nanofil. Apparaissent alors des résonances optiques, les résonances de Mie, correspondant aux premiers modes propres du nanofil.

Dans un premier temps, on décrit les expressions analytiques du champ électromagnétique total pour le cas d'un cylindre infini éclairé par une onde plane, dont on déduit la dépendance des sections efficaces avec le rayon du cylindre et la longueur d'onde du champ. On détermine ensuite la force exercée par le champ électromagnétique sur le cylindre. L'analyse est beaucoup plus complexe pour décrire l'interaction dans le cas d'un faisceau focalisé : des simulations par éléments finis seront alors employées (voir Section 3.4.2).

### 1.3.4.1 Champ électromagnétique diffusé par un cylindre diélectrique infini

On étudie ici le champ électromagnétique diffusé par un cylindre infini diélectrique non magnétique, dans le cas d'un éclairage plan, normal à l'axe du cylindre [87]. Cet exemple permet d'introduire le formalisme nécessaire au calcul des champs diffusés ainsi qu'à la force exercée sur le cylindre par le champ électromagnétique.

On introduit une base orthogonale de fonctions d'ondes vectorielles  $\mathbf{M}_n^{(i)}$ ,  $\mathbf{N}_n^{(i)}$ <sup>7</sup> adaptées à la symétrie du problème :

$$\mathbf{M}_n^{(i)}(r, \varphi, k) \equiv ke^{in\varphi} \left( in \frac{J_n(kr)}{kr} \mathbf{e}_r - J'_n(kr) \mathbf{e}_\varphi \right) \quad (1.3.26)$$

$$\mathbf{N}_n^{(i)}(r, \varphi, k) \equiv -ke^{in\varphi} J_n(kr) \mathbf{e}_y \quad (1.3.27)$$

Le repère cylindrique  $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, -\mathbf{e}_y)$  est représenté en Figure 1.21 ;  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde du champ incident dans le milieu de propagation et  $J_n$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre  $n$ . Dans le cas où le champ incident  $(\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i)$  est polarisé le long de l'axe du cylindre :

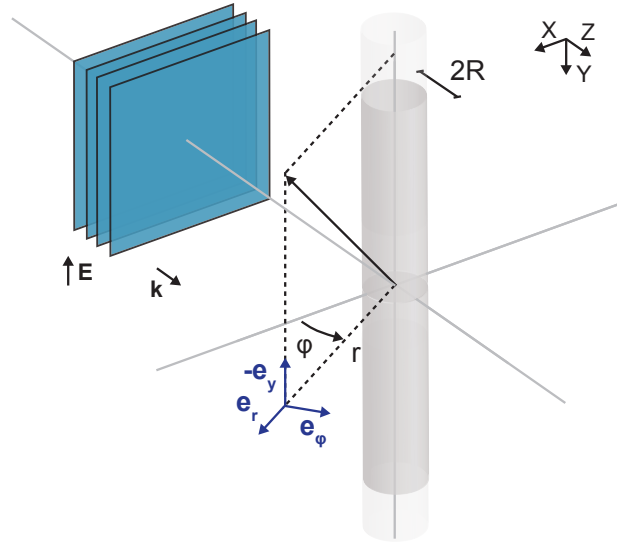


FIGURE 1.21: Schéma représentant les notations dans le repère cylindrique utilisé pour le calcul du champ électromagnétique diffusé par un cylindre infini.

$$\mathbf{E}_i(r, \varphi) = -E_0 e^{-ikr \sin \varphi} \mathbf{e}_y$$

7. Les vecteurs sont orthogonaux pour le produit scalaire  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \int_0^{2\pi} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^* d\varphi$  :  $(\mathbf{M}_m, \mathbf{M}_n) = (\mathbf{N}_m, \mathbf{N}_n) = (\mathbf{M}_m, \mathbf{N}_n) = 0$  pour  $m \neq n$ , ils vérifient l'équation de Helmholtz vectorielle  $\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = \mathbf{0}$  et  $\nabla \times \mathbf{M}_n = k \mathbf{N}_n$ .

il se projette<sup>8</sup> sur la base des  $\mathbf{M}_n^{(i)}$ ,  $\mathbf{N}_n^{(i)}$  en :

$$\mathbf{E}_i(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \mathbf{N}_n^{(i)}(r, \varphi, k) \quad (1.3.28)$$

$$\mathbf{H}_i(r, \varphi) = -\frac{ik}{\omega\mu_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \mathbf{M}_n^{(i)}(r, \varphi, k) \quad (1.3.29)$$

avec  $E_n = E_0(-1)^n/k$  dont la norme est constante pour tout  $n$ .

Le champ diffusé s'exprime dans une base similaire  $\mathbf{M}_n^{(s)}$ ,  $\mathbf{N}_n^{(s)}$  où les  $J_n$  sont remplacés par  $H_n = J_n + iY_n$ , les  $Y_n$  étant les fonctions de Bessel de seconde espèce qui ont la particularité de diverger en zéro.

Le profil spatial des résonances optiques est plus familier en considérant la base des  $M_n \pm M_{-n}$  et  $N_n \pm N_{-n}$ . Les premiers ordres de  $\mathbf{N}_n^{(s)} + \mathbf{N}_{-n}^{(s)}$ <sup>9</sup> sont représentés en Figure 1.22. Ainsi, le premier mode optique présente un profil spatial similaire à celui d'un dipôle orienté selon  $\mathbf{e}_y$ . Le nombre de lobes du mode optique d'ordre  $n$  est  $2n$ , augmentant la complexité de la structure du champ diffusé.

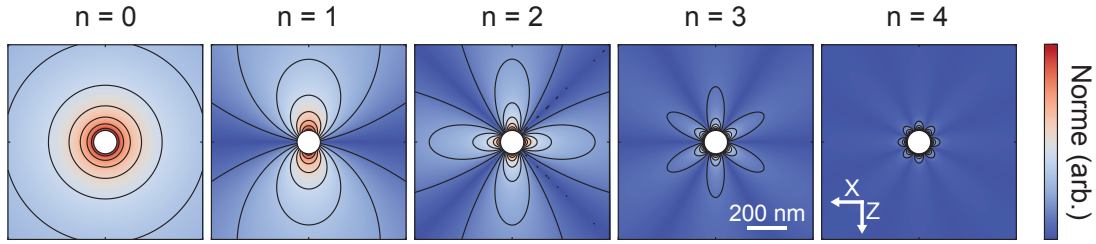


FIGURE 1.22: Norme de la composante de  $\mathbf{N}_n^{(s)} + \mathbf{N}_{-n}^{(s)}$  dans l'axe du cylindre pour  $n \in \llbracket 0, 4 \rrbracket$  et  $\lambda = 532$  nm dans le plan XZ. Le cercle blanc représente un cylindre de 120 nm de rayon. Les contours noirs sont des isovaleurs pour guider le regard.

Le champ diffusé ( $\mathbf{E}_s$ ,  $\mathbf{H}_s$ ) par le cylindre s'écrit :

$$\mathbf{E}_s(r, \varphi) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n b_n(k, R) \mathbf{N}_n^{(s)}(r, \varphi, k) \quad (1.3.30)$$

$$\mathbf{H}_s(r, \varphi) = \frac{ik}{\omega\mu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n b_n(k, R) \mathbf{M}_n^{(s)}(r, \varphi, k) \quad (1.3.31)$$

Les coefficients  $b_n$  vérifient  $b_n = b_{-n}$ . Ils sont obtenus par les conditions aux limites à la surface du cylindre. En absence de courant en surface du nanofil, les composantes tangentielles du champ magnétique et du champ électrique sont continues à la surface du cylindre, alors

$$b_n(k, R) = \frac{J_n(mkR)J'_n(kR) - mJ'_n(mkR)J_n(kR)}{J_n(mkR)H'_n(kR) - mJ'_n(mkR)H_n(kR)} \quad (1.3.32)$$

8. Le développement de Jacobi-Anger :  $e^{iz \cos \theta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(z) e^{in\theta}$  permet d'exprimer une onde plane en série d'ondes cylindriques.

9. Les vecteurs  $\mathbf{N}_n - \mathbf{N}_{-n}$  ont une représentation similaire aux  $\mathbf{N}_n + \mathbf{N}_{-n}$ , mais tournés de  $\pi/2n$ .

où  $m$  est le rapport entre l'indice optique du cylindre et l'indice optique du milieu. Dans le cas du carbure de silicium 3C,  $n_{\text{SiC}}(\lambda) = 2.5538 + 3.42 \times 10^{-14}/\lambda^2$  [81]. Le poids de chacune des résonances optiques dans le champ diffusé et leur position en longueur d'onde dépend des conditions d'éclairement et des propriétés du nanofil. Avec un éclairage dans le visible (400-800 nm) et des diamètres de fil de l'ordre de la centaine de nanomètres, environ sept résonances peuvent apparaître, les coefficients  $b_n$  pour  $n > 6$  tendant rapidement vers zéro. Une fois connus, ils permettent de calculer le champ électromagnétique total, nécessaire à la détermination de la force appliquée par le champ électromagnétique sur le nanofil, mais aussi des sections efficaces de diffusion et d'absorption.

### Sections efficaces linéiques de diffusion et d'absorption

Les sections efficaces de diffusion et d'absorption<sup>10</sup> se calculent en évaluant les puissances diffusée et absorbée à travers une surface fermée cylindrique de longueur arbitraire concentrique avec le cylindre d'étude, et en les normalisant par la puissance surfacique de l'onde plane incidente interceptée par le cylindre. Ces puissances sont obtenues en intégrant le vecteur de Poynting sur la surface du cylindre. Il vient :

$$R_{\text{sca}}(k, R) = \frac{2}{k} \left( |b_0(k, R)|^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} |b_n(k, R)|^2 \right) \quad (1.3.33)$$

$$R_{\text{abs}}(k, R) = \frac{2}{k} \text{Re} \left( b_0(k, R) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_n(k, R) \right) - R_{\text{sca}}(k, R) \quad (1.3.34)$$

La section efficace linéique de diffusion normalisée par le rayon réel  $R_{\text{sca}}/R$  est représentée en Figure 1.23 pour une illumination plane et des cylindres de rayon variant entre 50 nm et 500 nm, faisant ainsi apparaître des résonances optiques dont la finesse augmente avec l'ordre de la résonance car les pertes radiatives deviennent plus faibles pour les modes de moment cinétique plus élevé [88].

### Force induite par le champ électromagnétique sur le cylindre

Dans le paragraphe suivant, on calcule la force exercée par une onde plane sur un cylindre infini. On lie les résonances précédentes et leur profil spatial avec leur contribution à la force totale.

Le champ à considérer pour le calcul de la force est le champ total à la surface du cylindre en faisant l'hypothèse que le cylindre est indéformable et qu'il n'y a pas d'absorption surfacique. Utilisant la conservation de la quantité de mouvement, l'intégration du tenseur de Maxwell sur la surface du cylindre donne la force appliquée par le champ électromagnétique sur le cylindre :

$$\mathbf{T} = \epsilon_0 \left( \frac{E^2}{2} \delta_{ij} - E_i E_j \right) + \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{B^2}{2} \delta_{ij} - B_i B_j \right) \quad (1.3.35)$$

$$\mathbf{F} = - \iint_S \mathbf{T} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.3.36)$$

avec  $(i, j) \in \{x, y, z\}^2$ . Donc la force linéique moyennée sur la période optique s'écrit :

$$\mathbf{f} = -\frac{R}{2} \int_0^{2\pi} d\theta \left( \frac{\epsilon_0}{2} |\mathbf{E}|^2 + \frac{|\mathbf{B}|^2}{2\mu_0} \right) \mathbf{e}_r - \text{Re} \left( \epsilon_0 \mathbf{E}^* (\mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_r) + \frac{\mathbf{B}^*}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_r) \right) \quad (1.3.37)$$

10. Considérant un cylindre infini, la section efficace est donnée par unité de longueur.

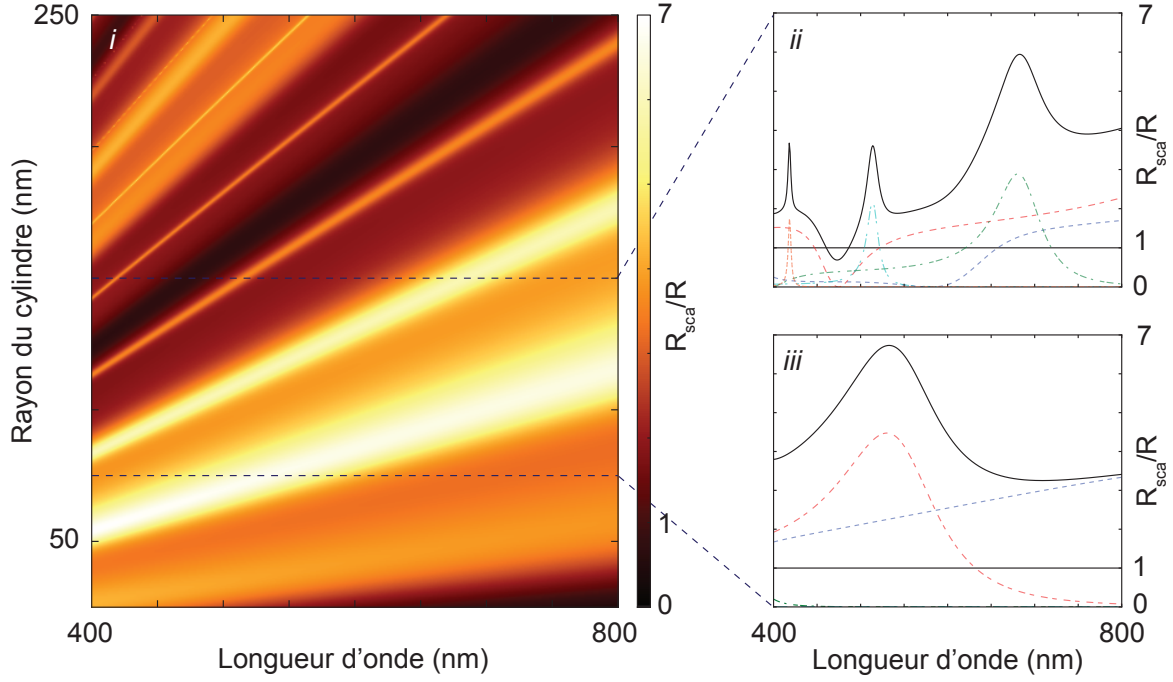


FIGURE 1.23: (i)  $R_{\text{sca}}/R$  en fonction de la longueur d'onde du champ incident et du rayon du cylindre. Sections à  $R = 150$  nm et  $R = 75$  nm, (ii) et (iii) respectivement, en noir et la contribution de chaque mode de  $n = 0$  à 4 respectivement en bleu, rouge, vert, cyan et orange.

où les champs sont évalués à la surface du nanofil. En suivant la dérivation de Grzegorzczuk et Kong [89], la force linéique appliquée sur le nanofil dans le cas d'une polarisation verticale s'écrit :

$$\mathbf{f} = \frac{8\epsilon_0 E_0^2}{k} \left( \frac{m^2 - 1}{\pi k R} \right)^2 \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{J_n^2(mkR) J_{n+1}^2(mkR)}{|\tau_n \tau_{n+1}|^2} \mathbf{e}_z \quad (1.3.38)$$

avec

$$\begin{aligned} \tau_n &= -H_{n+1}(kR)J_n(mkR) + mH_n(kR)J_{n+1}(mkR) \\ \tau_{n+1} &= H_n(kR)J_{n+1}(mkR) - mH_{n+1}(kR)J_n(mkR) \end{aligned}$$

La force linéique est représentée en Figure 1.24. Elle présente également une structure de résonances, mais on constate que leurs hauteurs relatives ne correspondent pas aux hauteurs des pics de diffusion. Ceci est normal car les diagrammes de rayonnement varient fortement d'un mode à l'autre, ce qui modifie le transfert d'impulsion total. Tandis que la section efficace linéique représente une mesure de l'intensité totale diffusée, la force est sensible à la direction d'émission des photons diffusés et est maximisée pour une émission le long de l'axe optique.

L'ordre de grandeur attendu pour un faisceau gaussien de puissance  $P$  focalisé sur un waist  $w_0$  peut être estimé. Dans l'approximation paraxiale, les fronts d'onde sont plans au waist du

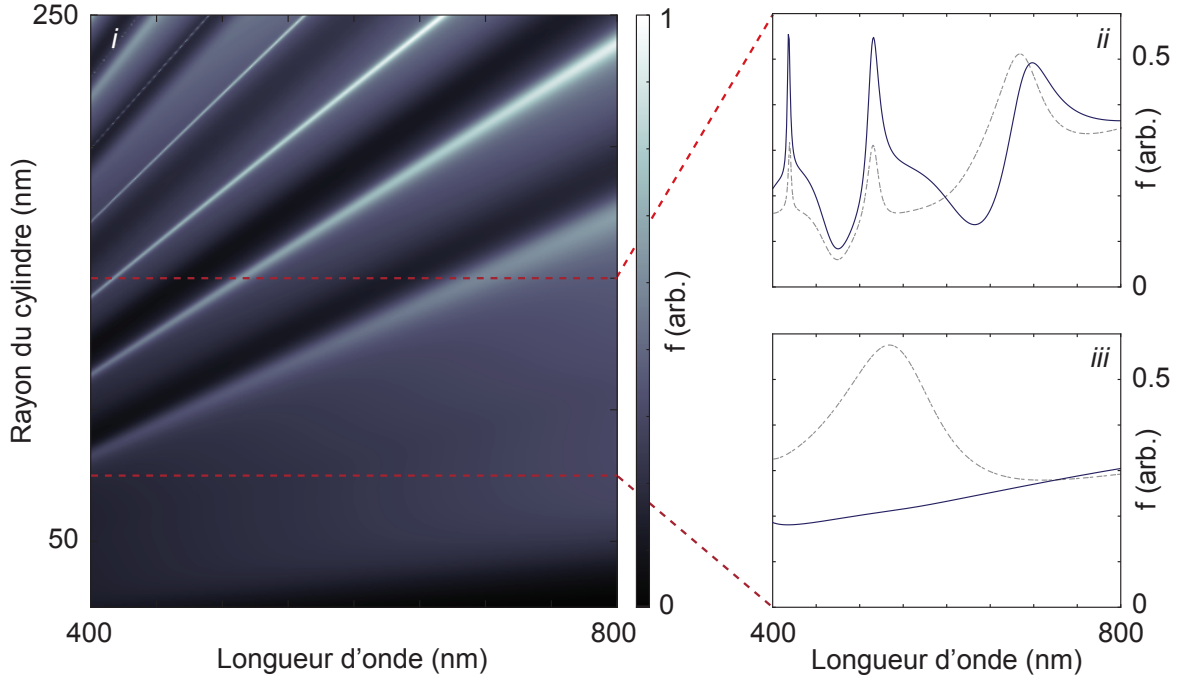


FIGURE 1.24: (i) Force linéique exercée par une onde plane sur un cylindre infini en fonction de son rayon et de la longueur d'onde de la lumière (à  $E_0$  constant). Sections à  $R = 150$  nm et  $R = 75$  nm, (ii) et (iii) respectivement, en traits pleins. La section efficace de diffusion est rappelée en pointillés pour comparaison. Dans le cas d'un faisceau laser à 532 nm, la force attendue est de 1.35 fN/ $\mu$ W pour un nanofil de rayon  $R = 75$  nm et un waist de  $w_0 = 330$  nm.

faisceau laser. Si la taille du waist est grande devant le diamètre du nanofil, l'éclairage du nanofil est homogène transversalement, on retrouve alors les conditions du calcul précédent. En remplaçant  $E_0$  par  $|\mathbf{E}(x = 0, y, z = 0)|$  donné par l'expression (1.2.3), l'intégration de la force linéique verticalement s'écrit :

$$\mathbf{F} = \frac{|\mathbf{f}|}{E_0^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dy \frac{2P}{\pi c \epsilon_0 w_0^2} e^{-2y^2/w_0^2} \mathbf{e}_z \quad (1.3.39)$$

$$= \frac{P}{c} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{8}{k w_0} \left( \frac{m^2 - 1}{\pi k R} \right)^2 \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{J_n^2(mkR) J_{n+1}^2(mkR)}{|\tau_n \tau_{n+1}|^2} \mathbf{e}_z \quad (1.3.40)$$

Pour un fil de rayon  $R = 75$  nm et un faisceau laser tel que  $w_0 = 330$  nm,  $\lambda = 532$  nm et  $P = 96 \mu$ W, la force obtenue est  $F = 130$  fN, ce qui est bien au-delà des sensibilités en force attendues d'une dizaine d'aN/ $\sqrt{\text{Hz}}$ .

Le même formalisme peut être utilisé pour une onde plane polarisée orthogonalement à l'axe du cylindre. On ne le développera pas ici, néanmoins, notons que les résonances sont observées à peu près aux mêmes longueurs d'onde à rayon fixé, mais que les poids de chaque résonance changent, ainsi que la force appliquée.

### Bruit quantique de pression de radiation

On peut utiliser le calcul précédent pour estimer l'ordre de grandeur du bruit quantique de pression de radiation  $P_{\text{rad}}$  exercé par le laser sur le nanofil. Pour un faisceau laser limité au bruit quantique, ses fluctuations d'intensité s'écrivent  $\delta P_q[\Omega] = \sqrt{h\nu P}$ , ce qui génère un bruit de pression de radiation de  $\delta F_q[\Omega] = 1.35 \text{ fN}/\mu\text{W} \delta P_q[\Omega]$ . Pour un faisceau de  $100 \mu\text{W}$ , on obtient  $\delta F_q[\Omega] = 8 \cdot 10^{-21} \text{ N}/\sqrt{\text{Hz}}$ , ce qui reste faible comparé au niveau de la force de Langevin, mais pourrait devenir bien plus favorable dans une expérience dédiée.





## Chapitre 2

# Mesure optique ultrasensible des vibrations d'un nanorésonateur mécanique

2.1	Mise en œuvre expérimentale . . . . .	48
2.1.1	Lasers et bruits d'intensité . . . . .	48
2.1.2	Le coeur de l'expérience . . . . .	51
2.1.3	Photodiodes à quadrants . . . . .	54
2.1.4	Interfaçage de l'expérience . . . . .	58
2.2	Mouvement Brownien du nanofil . . . . .	65
2.3	Détermination du vecteur de mesure . . . . .	67
2.4	Dépendance en pression, vérification du théorème fluctuation-dissipation . . . .	68
2.5	Thermométrie Brownienne . . . . .	70
2.6	Profils mécaniques . . . . .	72
2.7	Masses effectives et orientation des modes propres . . . . .	75
2.8	Bruit de partition . . . . .	80

La détection optique présentée succinctement dans la partie précédente permet la mesure des vibrations d'un nanofil avec une très grande sensibilité sans employer de cavité optique. Dans ce chapitre, on détaille le montage complet permettant l'étude extensive des vibrations du nanofil (Section 2.1). A pression ambiante, la source principale de dissipation mécanique du nanofil étant l'émission d'ondes acoustiques dans l'air, une enceinte à vide a été construite, afin de pouvoir discriminer les deux polarisations mécaniques et augmenter la sensibilité en force. Un premier spectre de mouvement Brownien sous vide est présenté en Section 2.2. La détection mise en place permet de résoudre, avec une très grande dynamique, le mouvement Brownien du nanofil. Le plancher de sensibilité atteint quasiment la limite quantique standard, c'est-à-dire la sensibilité nécessaire pour détecter les fluctuations de point-zéro du nanofil s'il était dans son état fondamental.

Cette grande sensibilité en déplacement peut être mise à contribution pour étudier le mouvement Brownien du nanofil consécutif au couplage entre le nanofil et son bain thermique. Il permet de déterminer les propriétés intrinsèques du résonateur tels que sa température, ses

directions propres de vibrations, le profil spatial de ses modes mécaniques et leurs masses effectives, sans qu'il ne soit nécessaire de forcer le mouvement du fil avec une excitation externe.

On présente la calibration du signal dynamique mesuré (Section 2.3). On s'assure ensuite que le bruit de déplacement observé est du mouvement Brownien en ce qu'il vérifie le théorème fluctuation-dissipation (Section 2.4) et en particulier la proportionnalité de la densité spectrale de déplacement avec l'amortissement. On vérifie que le laser de sonde a un effet négligeable sur la dynamique du nanofil (Section 2.5). Le mouvement Brownien est ensuite étudié le long du fil afin d'établir le profil spatial des modes mécaniques (Section 2.6). Dans la Section 2.7, on détermine les directions propres de vibrations du nanofil pour le mode fondamental et on présente comment la levée de dégénérescence va pouvoir être utilisée pour obtenir des informations sur le déplacement bidimensionnel du nanofil ; l'influence de l'inclinaison du fil par rapport à l'axe vertical est discutée à cette occasion.

## 2.1 Mise en œuvre expérimentale

On décrit le montage complet permettant de mesurer les déplacements du nanofil et d'appliquer une force optique contrôlée avec un second laser. Il peut être divisé en blocs fonctionnels : la préparation des faisceaux lasers en amont de l'enceinte à vide qui constitue le cœur de l'expérience, la détection optique et l'asservissement de position et enfin le système d'acquisition des données, comme présenté en Figure 2.1.

### 2.1.1 Lasers et bruits d'intensité

Le laser rouge de lecture des déplacements est un laser Hélium-Néon (HeNe) polarisé (633 nm, *Melles-Griot*) fournissant environ 20 mW de puissance. Plusieurs lasers ont été employés au cours de cette thèse pour sonder l'étude de l'interaction lumière-matière : un laser YAG doublé (532 nm, *Laser Quantum, gem*), deux lasers monomodes ultrastables (532 nm et 488 nm, *Azur Light Systems*) et des diodes lasers (405 nm et 515 nm, *Oxxius*). Chaque faisceau laser est préparé de la même façon avant d'être injecté dans l'objectif d'entrée<sup>1</sup>. Un modulateur acousto-optique (*AA-Optoelectronics MT200*) en simple passage, afin de ne pas dégrader la qualité du profil spatial du faisceau, permet de moduler son intensité lumineuse, puis une lame demi-onde et un cube séparateur de polarisation permettent de contrôler l'intensité lumineuse en aval et d'assurer une polarisation linéaire. La lame demi-onde est montée sur une platine motorisée (*Thorlabs PRM1/MZ8E*) pour faire varier l'intensité lumineuse de façon automatisée. L'autre sortie du cube séparateur peut être utilisée pour contrôler la stabilité de l'intensité lumineuse du faisceau laser, ainsi que la profondeur de modulation. Un montage en télescope permet de mettre en forme le faisceau, et d'assurer un diamètre supérieur à la pupille d'entrée de l'objectif de microscope (4 mm), de façon à profiter de l'intégralité de l'ouverture numérique. Enfin, pour contrôler la polarisation du faisceau, une lame demi-onde adaptée à la longueur d'onde est placée avant le filtre dichroïque qui permet de mélanger les faisceaux de

---

1. Sauf pour les diodes laser : le faisceau bleu à 405 nm nécessite un nettoyage spatial qui est effectué grâce à une fibre monomode dont le couplage est assuré par un objectif de microscope (*Nikon Plan  $\times 10$* ) monté sur une platine de translation. La modulation en intensité peut être directement commandée via le courant de pompe (environ 5 MHz de bande passante pour l'entrée analogique). La linéarité de la polarisation est assurée par un prisme de Wollaston, les cubes séparateurs de polarisation disponibles se comportant mal autour de 400 nm.

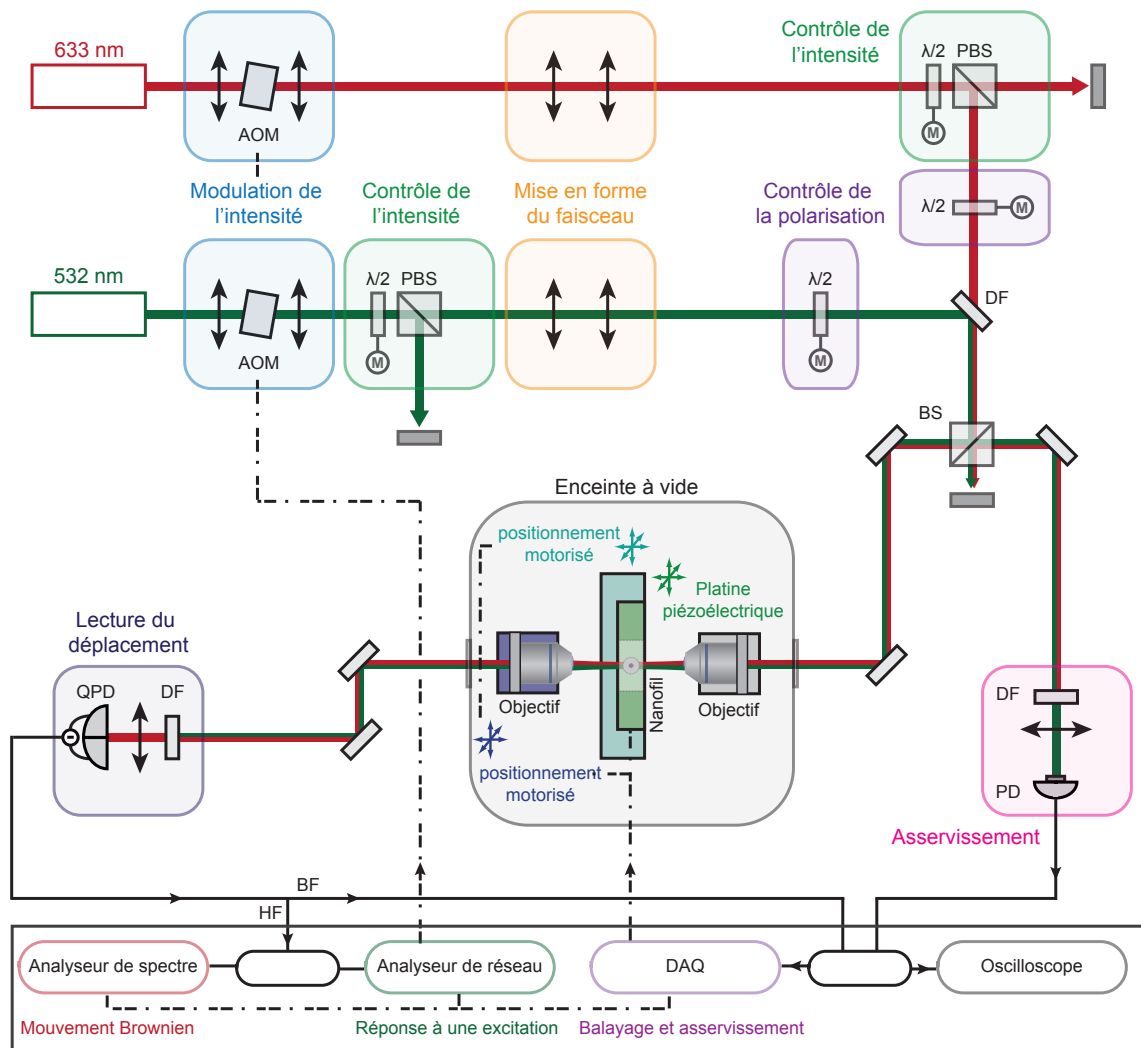


FIGURE 2.1: Schéma de l'expérience. *QPD* signifie photodiode à quadrants, *PD* photodiode,  $\lambda/2$  lame demi-onde, *PBS* cube séparateur de polarisation, *BS* cube séparateur, *AOM* modulateur acousto-optique, *DF* filtre dichroïque et *DAQ* fait référence à la carte d'acquisition de données 16 bits qui contrôle l'expérience. La configuration présentée ici est celle qui permet de mesurer les déplacements du fil avec un laser rouge et d'appliquer une force optique avec un laser vert. Le système de mesure est asservi sur la position du waist vert. Les rôles peuvent être inversés en changeant les filtres dichroïques devant la photodiode à quadrants et la photodiode d'asservissement.

pompe avec le faisceau rouge. Les deux lasers monomodes suivant exactement le même chemin optique, on choisit l'un ou l'autre à l'aide d'un miroir amovible, monté sur base aimantée et d'un filtre dichroïque adapté.

## Bruit des lasers

Le bruit d'intensité des lasers principaux, à 633 nm et 532 nm, est étudié afin de vérifier que la mesure est limitée par le bruit de grenaille de la lumière et que le bruit d'intensité du faisceau vert applique un bruit de force négligeable par rapport à la force de Langevin des nanofils.

Le plancher de sensibilité en déplacement est donné par le bruit de grenaille de la lumière sur le détecteur. Cela peut être vérifié en enregistrant des spectres de bruit comme celui présenté en Figure 1.12. Cette expérience a été réalisée à pression ambiante, sur la première génération des amplificateurs de photodiode qui présentent un gain faible, idéal pour travailler avec d'importantes puissances optiques (jusqu'à quelques milliwatts) avec le laser à 633 nm. Les spectres mesurés sont centrés sur le mode fondamental dont on ne distingue pas les deux polarisations mécaniques, séparées de 80 kHz. Le signal mesuré et le plancher de bruit sont ajustés à l'aide de

$$S_{V_\Theta}[\Omega] = S_V^{\text{fond}} + S_V^{\text{th}} \frac{\Omega_m^2 \Gamma^2}{((\Omega_m^2 - \Omega^2)^2 + \Omega^2 \Gamma^2)} \quad (2.1.1)$$

où  $S_V^{\text{th}}$  et  $S_V^{\text{fond}}$  correspondent respectivement aux amplitudes de la contribution du bruit thermique et du plancher. Quand la puissance optique injectée augmente, le gradient de transmission différentielle  $\beta$  augmente proportionnellement. Ainsi la densité spectrale de tension correspondante au mouvement Brownien varie quadratiquement avec la puissance injectée. Ceci ne serait pas le cas si de l'absorption était présente dans le système, puisque la température du nanofil augmenterait avec la puissance optique (voir Chapitre 5), en conséquence une loi de puissance supérieure serait attendue. Quand le plancher de détection est limité par le bruit de grenaille quantique, il doit varier linéairement avec la puissance injectée [90]. Ces dépendances sont vérifiées en Figure 2.2 qui montre qu'il n'y a pas de chauffage significatif dans l'air jusqu'à plusieurs milliwatts et que le plancher de détection est de nature quantique. Concernant le chauffage, une mesure similaire a été réalisée sous vide (voir Section 2.5) ne montrant pas non plus d'excès de chauffage, alors que la thermalisation du nanofil devrait pourtant être moins efficace.

Alors que le bruit d'intensité du laser rouge est au niveau quantique aux fréquences d'étude, le laser vert YAG doublé, utilisé dans la plupart des mesures suivantes pour forcer optiquement le nanofil, présente un bruit classique d'intensité plus important. On estime ici sa contribution en mesurant la densité spectrale de son bruit d'intensité. Pour cela, on enregistre sur l'analyseur de spectre son bruit d'intensité  $S_p$  (résolution spectrale de 51 Hz), en prenant en compte la fonction de transfert du photodétecteur pour différentes puissances optiques de 30  $\mu\text{W}$  à 100  $\mu\text{W}$  en utilisant la lame demi-onde sur monture motorisée. Le bruit d'intensité sur 50 kHz autour de 265 kHz atteint une valeur maximale de  $(2.7 \text{ nW}/\sqrt{\text{Hz}})^2$  pour 100  $\mu\text{W}$  incident sur le détecteur.

L'ordre de grandeur de la force optique induite par un laser de 1 mW est 1 pN. Il peut être utilisé pour traduire le bruit d'intensité du laser sur cette plage de fréquence en une densité spectrale de force de  $(2.7 \text{ aN}/\sqrt{\text{Hz}})^2$  qui doit être comparée avec une densité spectrale typique de la force de Langevin de  $(30 \text{ aN}/\sqrt{\text{Hz}})^2$  pour les nanofils étudiés. Ceci montre que le bruit d'intensité du laser est responsable d'un bain thermique équivalent représentant moins de 1% de la température de Langevin sur cette plage de fréquence et peut être négligé.

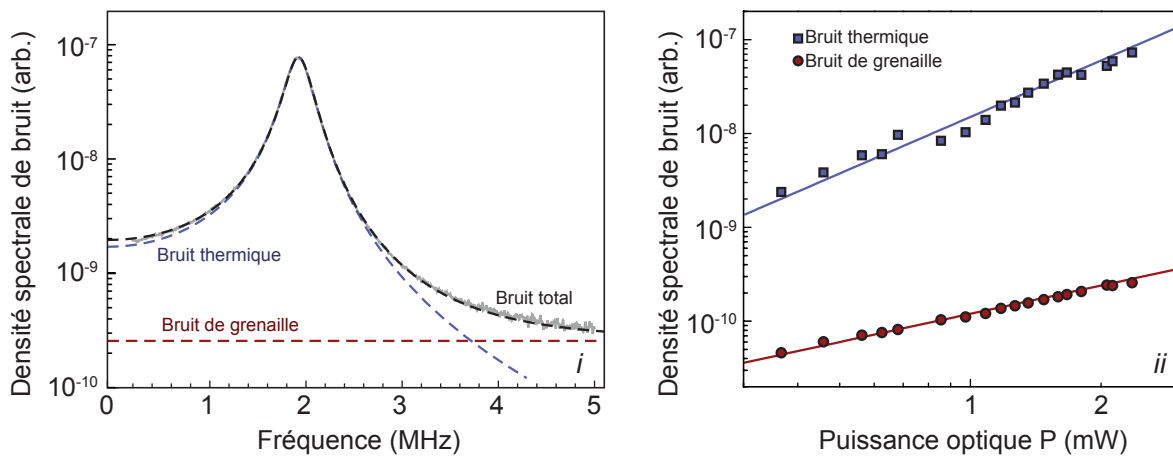


FIGURE 2.2: Dépendance en puissance de la densité spectrale de bruit de position et du plancher de bruit à 633 nm à pression ambiante pour un fil oscillant à 1.96 MHz. Pour chaque puissance optique, un spectre de la tension différentielle issue de la photodiode à quadrants est acquis et ajusté avec l'expression (2.1.1) (i). L'amplitude de la lorentzienne et la valeur du plancher après soustraction du courant d'obscurité sont présentées en fonction de la puissance optique incidente (ii), montrant respectivement une dépendance quadratique, signant l'absence de chauffage du mode, et linéaire, assurant que l'origine du plancher est la nature quantique de la lumière.

### 2.1.2 Le coeur de l'expérience

Placer le résonateur sous vide permet d'augmenter son facteur de qualité de plusieurs ordre de grandeurs. Développée en collaboration avec le service mécanique du département NANO de l'Institut Néel<sup>2</sup>, l'enceinte à vide de  $45 \times 45 \times 18 \text{ cm}^3$  taillée dans un bloc de dural est suffisamment grande pour y intégrer les objectifs de microscope et la platine piézoélectrique et ainsi profiter de la forte ouverture numérique des objectifs<sup>3</sup>, mais aussi pour accueillir des développements futurs. Les parois latérales ont une épaisseur de 2.6 cm. Elles disposent de ports pour accueillir les jauges de pression, les câbles de la platine piézoélectrique et de six vis motorisées. Une plaque taraudée pour fixer les éléments mécaniques est vissée dans le fond de l'enceinte avec des vis trouées. Un joint en caoutchouc de 8 mm de diamètre se loge dans une gorge sur le dessus de l'enceinte et assure l'étanchéité avec un couvercle en dural réhaussé de 11 cm pour permettre la présence d'éléments hauts<sup>4</sup>. Les parois latérales sont taraudées M8 dans la profondeur de façon à pouvoir faire passer des longues vis à travers le couvercle pour le centrer sur la base avant le pompage. L'enceinte est anodisée afin de protéger sa surface

2. L. Del-Rey, J. Jarreau, D. Maillard.

3. Une première piste a été de développer une petite enceinte ne contenant que le nanofil fixe dans une cuve pour la spectroscopie, l'objectif devant travailler derrière la paroi à au moins 5 mm du nanofil. La calibration en déplacement du faisceau en transmission est rendue compliquée par le fait que l'objectif est sur la platine piézoélectrique et balaye le faisceau sur la photodiode.

4. Le volume total à pomper est d'environ 60 L.



et de diffuser les faisceaux lasers qui viendraient s'y réfléchir. Les hublots, montés sur des brides KF50, de part et d'autre de l'enceinte, sont traités anti-reflets pour les longueurs d'onde comprises entre 400 nm et 800 nm (voir Figure 2.3).

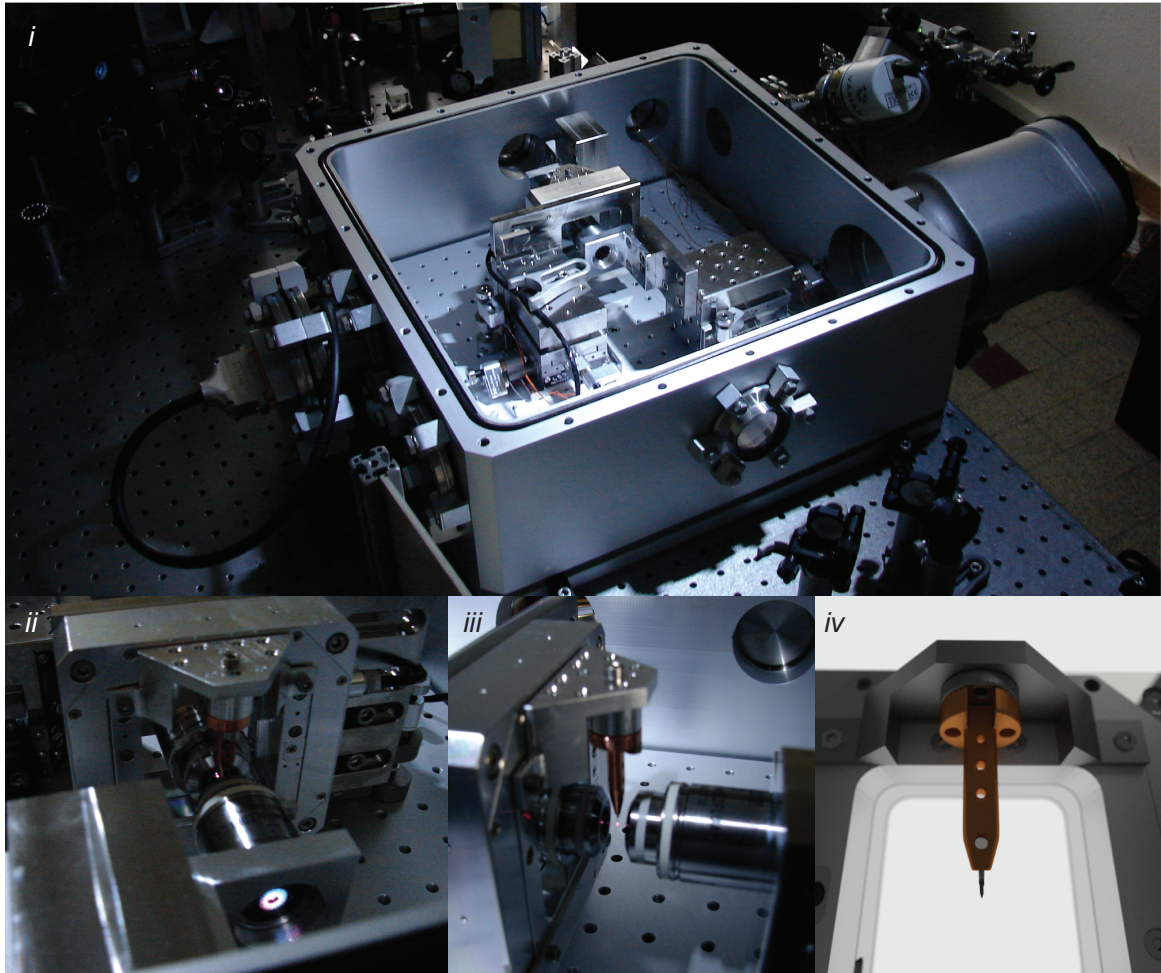


FIGURE 2.3: (i) Photographie de l'enceinte à vide. Les faisceaux laser arrivent par le haut de l'image à travers le premier hublot et sont focalisés par le premier objectif fixé à l'enceinte. Le nanofil se trouve au bout du porte-échantillon en cuivre monté sur une potence, autorisant une rotation du nanofil et de ses axes de vibration. La potence est fixée sur une platine piezoélectrique, elle-même montée sur une translation motorisée. Le deuxième objectif est lui aussi positionné par une translation motorisée et passe à travers l'ouverture centrale de la platine (ii). Sur la droite, la vanne en DN100 connecte la pompe à l'enceinte à vide par un tuyau flexible. La jauge de pression de la pompe ainsi que la micro-fuite et la jauge Pirani sont visibles au-dessus. Un joint en caoutchouc dans la rigole permet d'assurer l'étanchéité de l'enceinte lors de sa fermeture avec un couvercle en dural de 30 kg. (ii) et (iii) Zooms sur le cœur de l'expérience. Le nanofil diffuse la lumière fortement focalisée par l'objectif d'injection. (iv) Représentation du porte-échantillon sur la platine.

Les faisceaux entrent dans l'enceinte à vide à travers un hublot et sont fortement focalisés par un objectif de microscope (*Zeiss Epiplan-Neofluar 100X*) de grande ouverture numérique ( $NA = 0.75$ ), ayant une distance de travail de 4 mm et une très bonne transmission dans le visible, fixé à un support en inox. La lumière transmise est collectée via un second objectif identique. Il est monté sur une platine de translation XYZ (*Newport 562-XYZ*), avec des vis motorisées, qui permet une optimisation de la collection optique une fois l'enceinte pompée. Il faut noter que tous les objectifs de microscope présentent des aberrations chromatiques résiduelles, ce qui conduit à un léger décalage, de l'ordre du micron, de la position des waists optiques le long de l'axe optique. On n'a pas cherché à les compenser en ajustant la divergence des faisceaux incidents car ces aberrations peuvent être utilisées avantageusement pour discriminer spatialement les effets des différents lasers. Le nanofil est monté sur un porte-échantillon en cuivre (Figure 2.3) attaché à la platine de nanositionnement piézoélectrique (*Physik Instrumente P-733.3* adaptée au vide) dont le débattement est de  $30 \times 30 \times 10 \mu\text{m}^3$  et avec une précision de positionnement sous le nanomètre en utilisant de l'électronique bas bruit. Elle est elle-même vissée sur une platine (*Newport 562-XYZ*) de translation motorisée XYZ pour assurer un contrôle grossier de la position de l'échantillon par rapport aux faisceaux lasers une fois l'enceinte refermée : les vis motorisées (*Newport Picomotors 8301-UHV*) ont un débattement de 12.7 mm et un déplacement minimal non reproductible d'environ 30 nm. Les vis motorisées et la platine piézoélectrique sont contrôlées via une interface conçue spécifiquement au début de la thèse (voir 2.1.4).

La pompe (*Agilent TPS Compact*) est constituée d'une pompe primaire en amont d'une pompe turbomoléculaire (200 L/s) raccordée à l'enceinte par des connexions KF100, permettant d'assurer une descente à un vide primaire de 1 mbar en quelques minutes.

La pompe permet d'atteindre  $5 \times 10^{-6}$  mbar en pompage continu. Durant les mesures, la pompe est éteinte de façon à éviter les vibrations et le bruit électrique supplémentaire. Une pression statique inférieure à  $5 \times 10^{-2}$  mbar peut être maintenue plus de trois jours. Le vide dans l'enceinte est mesuré par une jauge liée à la pompe (*Varian FRG-700*, Pirani et magnétron inverse pour couvrir jusqu'à  $6 \times 10^{-9}$  mbar) et par une jauge Pirani indépendante (*Adixen AP 2004*, jusqu'à  $5 \times 10^{-4}$  mbar). Une micro-fuite est placée en sortie de l'enceinte pour permettre des études en pression. Le banc de pompage est interfacé comme les autres instruments, ce qui permet d'enregistrer la pression au cours du temps ainsi que la vitesse de rotation de la pompe turbomoléculaire pour analyser d'éventuels dégazages ou fuites et pouvoir y remédier.

Le nanofil est attaché avec une colle carbonée à une pointe en tungstène rigide et longue d'environ un centimètre qui permet de le manipuler facilement (voir Section 1.3). Une aiguille de seringue en inox de 0.2 mm de diamètre interne est utilisée pour porter la pointe en tungstène et le nanofil. Elle a été coupée afin d'avoir une longueur de deux centimètres et glissée dans un porte-échantillon en cuivre avec une ouverture en T à son extrémité, en laissant l'ouverture biseauté accessible pour faciliter l'insertion de la pointe portant le nanofil. L'orifice est rempli avec de la colle epoxy qui a l'avantage de dégazer moins que de la colle monocomposant standard et d'être visqueuse durant quelques minutes avant de sécher complètement, ce qui laisse le temps d'ajuster la verticalité de l'axe de l'aiguille de la seringue.

La pointe en tungstène est glissée avec une pince aux deux tiers de sa longueur dans l'aiguille. La pointe est maintenue principalement par la friction solide avec l'aiguille, mais un

point de colle epoxy est tout de même déposé sur le biseau de l'aiguille pour ajouter un point d'attache à la pointe en tungstène qui évoluera ensuite tête en bas. Pour changer d'échantillon, le point de colle peut être facilement enlevé avec une pince et la pointe en tungstène retirée pour laisser la place à une autre pointe portant un nouveau nanofil.

Le passage carré dans la base circulaire assure un repérage pour la rotation du porte-échantillon le long de l'axe vertical. On dispose de deux épaisseurs différentes pour le barillet en inox qui connecte le porte-échantillon à la potence afin d'ajuster la hauteur finale du nanofil. Le barillet a huit positions permettant de faire tourner les axes de vibration du nanofil (voir Section 2.7). La potence en inox est vissée sur la platine piézoélectrique. Le porte-échantillon est ainsi suspendu et sa section effilée lui permet de s'insérer entre les objectifs travaillant à 4 mm du nanofil de chaque côté. Ce montage laisse libre toute la partie inférieure sous le nanofil, ce qui sera important pour la suite quand le nanofil sera fonctionnalisé, avec un centre NV, par exemple, pour lequel il est nécessaire de disposer d'antennes micro-ondes à proximité, ou utilisé pour étudier des surfaces. Enfin, il est extrêmement polyvalent puisqu'il peut accepter sans effort d'adaptation tous types d'échantillons, qu'ils soient monodimensionnels ou sur substrat 2D.

Certaines expériences demandent un temps de mesure long (24 h pour une carte de force typique) durant lequel les dérives spatiales du système peuvent ne plus être négligeables (voir Section 2.1.4). Pour compenser ces dérives, une routine a été spécifiquement développée, en utilisant le signal de réflexion du nanofil. Il revient *via* le cube séparateur précédant l'entrée dans l'enceinte à vide et est imagé sur la photodiode à avalanche (*Thorlabs APD110A*, avec un amplificateur intégré) afin de pouvoir travailler à basse puissance réfléchie ( $< 10 \mu\text{W}$ ). Selon le laser au waist duquel on veut s'asservir spatialement, un filtre dichroïque adapté est placé avant la photodiode.

Un ingrédient clé de l'expérience est la photodiode à quadrants et son amplificateur fabriqué au laboratoire. Le faisceau de mesure transmis est imagé sur une photodiode à quadrants après filtrage du faisceau de pompe. Le bon équilibrage du faisceau entre les deux quadrants est crucial pour supprimer les bruits classiques éventuels du laser. Durant des mesures longues, un déséquilibre entre les quadrants peut apparaître, indépendant de l'asservissement en réflexion qui stabilise la position du nanofil. Pour faire face à ce problème, le second objectif est déplacé dans la direction transverse pour rééquilibrer les quadrants de façon automatisée juste avant que l'asservissement soit mis en route.

### 2.1.3 Photodiodes à quadrants

Dans cette section, on décrit la photodiode à quadrants et son électronique développée spécifiquement au cours de cette thèse au laboratoire, avec l'aide de D. Lepoittevin du pôle électronique. Le montage, ainsi que la photodiode elle-même, ont connu plusieurs déclinaisons, selon les puissances optiques employées et les bandes passantes recherchées. On détaille ici les choix de conception et les caractéristiques de cet élément central pour la détection des vibrations d'un nanorésonateur.



## Photodiodes

Les photodiodes PIN à quadrants en Silicium utilisées sont fabriquées par *Hamamatsu*. Les premiers détecteurs étaient montés avec des photodiodes *S4349* à quatre quadrants, offrant une grande surface active de  $3 \times 3 \text{ mm}^2$ , limitant capacitivement la bande-passante à 20 MHz pour une charge de  $50 \Omega$ . Les quadrants sont séparés par une zone morte de  $100 \mu\text{m}$ . Ils sont appariés verticalement, sauf dans le cas où l'intensité sur chacun des quatre quadrants séparément nous intéresse comme dans l'expérience sur les micro-trompettes. Le modèle *S4204* avec deux quadrants a également été adopté, avec  $1 \times 2 \text{ mm}^2$  de surface active - augmentant la bande passante à 30 MHz, et une zone morte de seulement  $20 \mu\text{m}$ <sup>5</sup> qui permet de gagner environ 5 dB sur la détection. Ces nouvelles photodiodes équipent la plupart des nouvelles générations de détecteurs sur l'ensemble des expériences du groupe qui ne nécessitent que deux quadrants. L'orientation verticale des quadrants est réglée précisément en ajustant l'horizontalité de la tache de diffraction du faisceau laser sur les quadrants au moyen des vis supportant le circuit imprimé.

## Amplificateurs

Les photons incidents sur les quadrants de la photodiode sont convertis en courant d'électrons avec un rendement quantique annoncé d'environ 84% à 633 nm. Ces photodiodes peuvent être utilisées raisonnablement sur une large plage allant de 350 nm à 900 nm à condition de travailler avec des puissances d'au moins quelques dizaines de  $\mu\text{W}$ . Les quadrants sont polarisés en inverse ( $V_p = 12 \text{ V}$ ) de façon à avoir un courant linéaire avec le flux de photons [91]. Pour chaque quadrant, les parties basse fréquence (BF) et haute fréquence (HF) du signal sont séparées et amplifiées séparément. La composante BF du signal demande en général plus de puissance aux amplificateurs opérationnels alors que la composante HF doit pouvoir être amplifiée avec la plus grande dynamique possible : elle mesure les fluctuations d'intensité générées par les vibrations du nanofil. La voie BF ( $f \lesssim 1 \text{ kHz}$ ) est utilisée pour positionner le fil dans le faisceau, pour équilibrer les quadrants et pour calibrer les signaux en déplacement. Elle est envoyée sur un oscilloscope pour un contrôle visuel en temps réel, avec une impédance d'entrée ajustée à  $50 \Omega$ , et sur la carte d'acquisition, de très grande impédance, sur l'ordinateur (*NI PCIe-6323*) qui gère toutes les mesures. La voie HF ( $f \gtrsim 80 \text{ kHz}$ ), sur laquelle sont imprimées les vibrations du nanofil, est envoyée sur un diviseur de puissance (*Mini-Circuits ZFRSC-42+*) connecté à l'analyseur de spectre (*Agilent MXA*) et à l'analyseur de réseau (*Agilent ENA*), tous deux ayant une impédance d'entrée de  $50 \Omega$ <sup>6</sup>. L'analyseur de spectre est utilisé pour mesurer le mouvement Brownien du nanofil. L'analyseur de réseau est utilisé pour mesurer la réponse en amplitude et en phase du nanofil à une excitation optique modulée en intensité. Cela permet de mesurer la norme, l'orientation et le délai de la force optique (voir Chapitre 3). Tous ces instruments sont contrôlés *via* le système général d'acquisition des données (voir Section 2.1.4).

Un soin particulier est apporté à la symétrie du montage des deux quadrants. Les composants électroniques (résistances, condensateurs et amplificateurs opérationnels) utilisés pour traiter le signal généré par chacun des quadrants sont des réseaux issus du même substrat

---

5. Cela se fait au détriment du courant d'obscurité, de l'ordre de 100 pA à température ambiante soit près de dix fois plus que sur le précédent modèle pour une tension inverse de 10 V.

6. Il existe un déséquilibre des signaux mesurés sur chacun des instruments de 1.25 dB. Comme la calibration des photodiodes est faite grâce à l'analyseur de réseau, il est notre référence : les signaux mesurés sur l'analyseur de spectre sont corrigés en post-traitement.

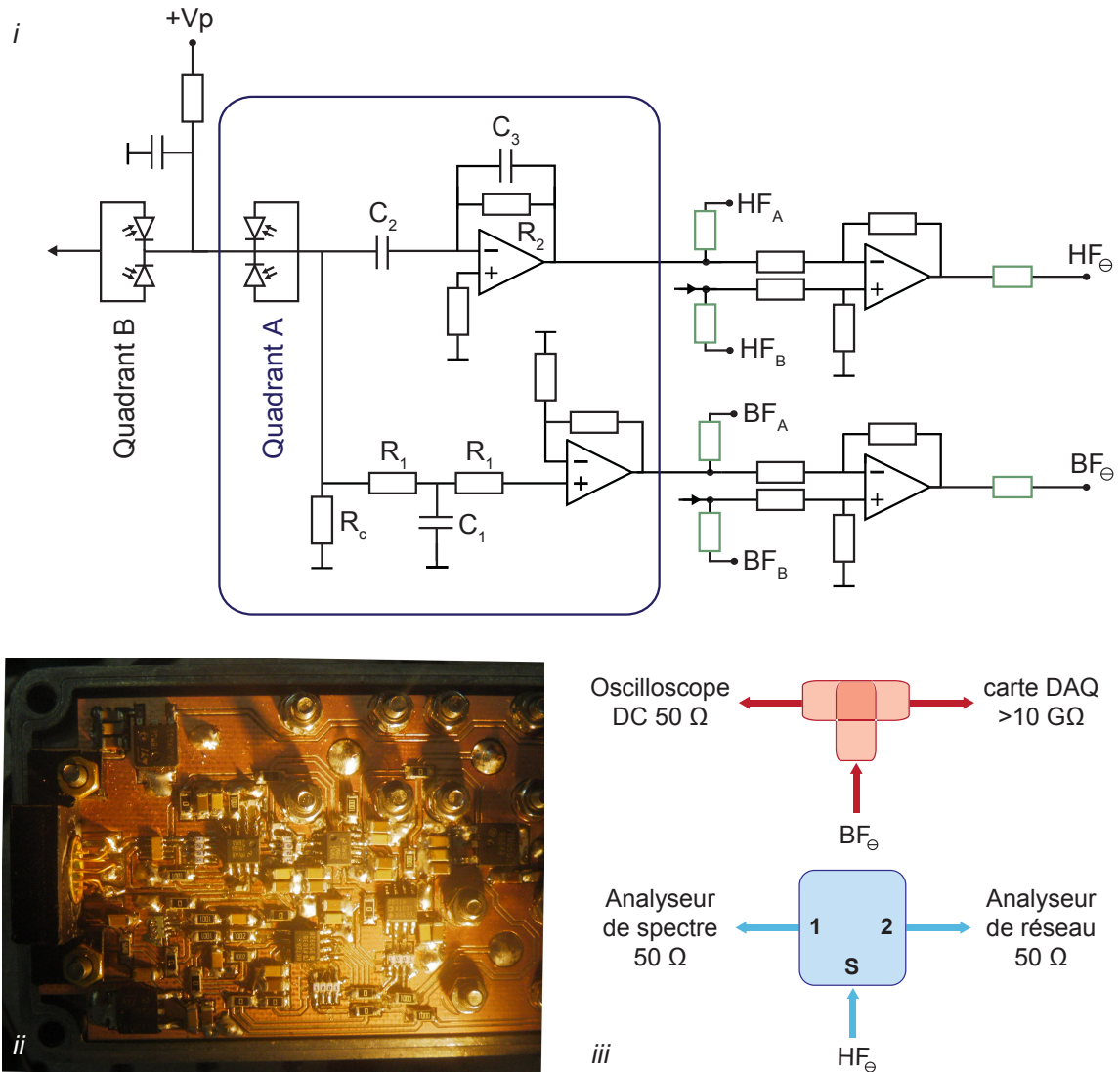


FIGURE 2.4: (i) Schéma simplifié du montage électronique conçu pour transformer le photocourant issu des quadrants d'une photodiode en une tension différentielle mesurable, les résistances en vert-gris sont de 50  $\Omega$ . (ii) Photographie de la carte électronique, la photodiode est à gauche de l'image. (iii) Schéma explicatif du câblage des signaux de sortie sur les appareils de mesure qui est important pour la bonne calibration des signaux. La voie BF est connectée grâce à un simple té à l'oscilloscope et la carte d'acquisition. La voie HF est connectée à un splitter adapté 50  $\Omega$  pour être mesurée simultanément sur les analyseurs de spectre et de réseau.

de façon à posséder les mêmes propriétés intrinsèques et à se comporter identiquement en cas de variation de la température. Le montage simplifié est décrit en Figure 2.4. Les modes mécaniques étant attendus à plusieurs centaines de kilohertz, l'électronique HF est conçue pour couper le signal haute fréquence en-dessous de 80 kHz. Pour les fils très longs, vibrant à quelques dizaines de kilohertz ou les fils très courts avec un fondamental à quelques méga-

hertz, les composants sont adaptés pour avoir une bande passante aussi grande que possible dans la plage d'étude avec le plus grand gain disponible.

**Voie basse fréquence** Les composantes basse fréquence du photocourant sont converties en tension par une résistance de charge  $R_c$ , le condensateur  $C_2$  assurant la coupure avec la voie HF. Cette tension est amplifiée grâce à un montage non-inverseur de gain 10. Pour ne pas saturer l'amplificateur opérationnel polarisé à  $\pm 5$  V, la résistance de charge est adaptée à la puissance optique de travail. Pour les mesures sous vide, la puissance optique est de l'ordre de  $100 \mu\text{W}$ , on choisit  $R_c = 2 \text{ k}\Omega$ <sup>7</sup>. Pour les expériences à pression ambiante, les puissances optiques sont de l'ordre du milliwatt, on choisit alors  $R_c = 100 \Omega$ . Un filtre en T est placé avant l'entrée de l'amplificateur opérationnel de façon à couper les fréquences hautes (1.5 kHz) du signal à amplifier et à réduire le bruit haute fréquence de l'amplificateur opérationnel de la voie BF qui pourrait revenir en direction des photodiodes et de la voie HF. L'amplificateur opérationnel *Analog Devices 8672* utilisé a deux couples d'entrées, une pour chacun des deux quadrants<sup>8</sup>. Le produit gain-bande est de 10 MHz, ce qui donne une grande marge disponible pour le gain de la voie BF. Un condensateur en parallèle sur chacune des boucles de rétroaction du montage permet de couper les fluctuations haute fréquence à la sortie des amplificateurs qui pourraient être réinjectées en entrée.

Les tensions amplifiées basse fréquence provenant de chacun des quadrants sont récupérées à ce niveau sur deux sorties BNC, utiles pour les opérations de routine d'alignement du faisceau laser incident sur les quadrants. La différence des tensions amplifiées est obtenue en utilisant un *Analog Devices 8671*, technologiquement similaire au 8672 avec un seul couple d'entrées, monté en soustracteur, toutes les résistances employées étant égales ( $1 \text{ k}\Omega$ ) issues du même substrat. Une version plus récente fournit également la somme des deux photocourants en sortie.

**Voie haute fréquence** La partie haute fréquence du photocourant est envoyée dans un montage à amplificateur opérationnel transimpédance. Cela permet de convertir le photocourant en tension en maintenant la tension constante aux bornes de la photodiode ce qui assure une meilleure linéarité. Il est couplé à un passe-haut coupant à 80 kHz. On utilise un amplificateur opérationnel rapide et faible bruit à deux canaux *Texas Instruments LMH6626* avec un bruit de tension d'entrée de  $0.92 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  et un produit gain-bande de 1.3 GHz. Le condensateur  $C_3$  permet de couper les hautes fréquences ( $\gtrsim 5 \text{ MHz}$ ). L'étage soustracteur est assuré par un amplificateur simple canal *LMH6624* de même technologie que le premier.

La carte électronique employée est double-face, les composants sont exclusivement montés en surface (CMS). Ils ont l'avantage d'être non-traversants : la face arrière peut ainsi être réservée pour un plan de masse en cuivre assurant un blindage électromagnétique. Ces composants sont aussi plus petits que leurs équivalents classiques, ce qui permet de réduire la taille totale du circuit et la longueur des pistes, améliorant la compatibilité électromagnétique [92].

---

7. Cela correspond à une tension de 0.2 V qui est suffisamment faible par rapport à la tension de polarisation de la diode pour assurer une bonne linéarité.

8. Les impédances en entrée ne sont pas équilibrées : le courant de polarisation d'entrée de l'amplificateur opérationnel n'est pas nul et la tension de décalage d'entrée n'est pas compensée. Ce n'est pas important car le signal qui nous intéresse est la différence des deux signaux amplifiés par la même électronique.

Avoir une seule couche de composants implique l'utilisation de cavaliers pour pouvoir croiser les pistes. Comme ils peuvent distordre le signal des pistes qu'ils croisent, ils sont positionnés dans les zones les moins sensibles. Les sorties sont toutes adaptées à 50  $\Omega$ . Enfin, le circuit est placé dans une boîte métallique isolée électriquement de la table optique. L'alimentation (ELC) utilisée pour la carte est modifiée pour pouvoir accueillir un câble blindé, et est filtrée sur la carte au moyen d'une série de condensateurs.

### Calibration des photodiodes à quadrants

Il est déterminant de connaître la réponse spectrale des photodétecteurs : la connaissance du rapport des gains entre les voies HF et BF permet de calibrer les signaux mesurés à l'analyseur de réseau et les spectres de vibration (voir Section 2.3). Les photodiodes ont une sensibilité variant avec la longueur d'onde, mais le rapport des gains de la voie HF et BF n'en dépend pas. On présente maintenant le protocole pour calibrer de façon dynamique le détecteur utilisé pour réaliser les mesures du Chapitre 3. Les impédances vues par les voies HF et BF sont inchangées (voir Figure 2.4). Le nanofil a simplement été déplacé très loin du faisceau. Le filtre dichroïque qui réfléchit le vert et laisse passer le rouge en amont de la photodiode à quadrants a été retiré. Les mesures suivantes ont été réalisées avec laser YAG doublé à 532 nm. Il est modulé en intensité par un modulateur acousto-optique. Il est contrôlé au moyen de l'analyseur de réseau qui superpose également une tension de décalage permettant d'ajuster l'intensité moyenne. On a vérifié auparavant que la réponse du modulateur acousto-optique est plate sur la plage d'étude grâce une photodiode de référence (Thorlabs DET100 A/M) et que le point de fonctionnement assure une bonne linéarité.

Pour effectuer la calibration, le faisceau est positionné sur un seul des deux quadrants (arbitrairement le quadrant négatif dans la soustraction). La puissance optique moyenne est de 99  $\mu$ W. Pour faire la mesure de la voie BF sur l'analyseur de réseau, l'entrée de celui-ci est intervertie avec l'oscilloscope de façon à ce que les deux voies voient toujours la même impédance. Les fonctions de transfert obtenues sont tracées en Figure 2.5. La résolution spectrale de l'analyseur de réseau est de 70 Hz, 16 balayages de fréquences de 5 Hz à 1.5 MHz sont moyennés.

Les fréquences de coupure mesurées sont de 1.35 kHz sur la voie basse fréquence, ce qui permet de réaliser des images en transmission suffisamment rapidement en étant seulement limité par l'inertie de la platine, et de 84 kHz sur la voie haute fréquence, comme attendues par le choix des composants. La coupure haute fréquence de la voie HF apparaît vers 8 MHz. Le rapport des gains en puissance entre les deux voies, évalué en prenant la moyenne des plateaux, est de 8.28. La fonction de transfert, en amplitude et en phase, est interpolée et réutilisée lors des mesures de déplacement afin d'obtenir une calibration sur n'importe quelle plage de fréquences.

#### 2.1.4 Interfaçage de l'expérience

Le choix a été fait de développer *ex nihilo* un programme informatique pour contrôler l'expérience toute entière. Cela nous a donné une flexibilité, une compréhension physique des signaux mesurés et une rapidité de mise en oeuvre de nouvelles mesures impossibles à obtenir en s'appuyant sur des solutions commerciales. La nécessité de connaître l'évolution des phénomènes dans plusieurs directions de l'espace ou en faisant varier les paramètres de plusieurs

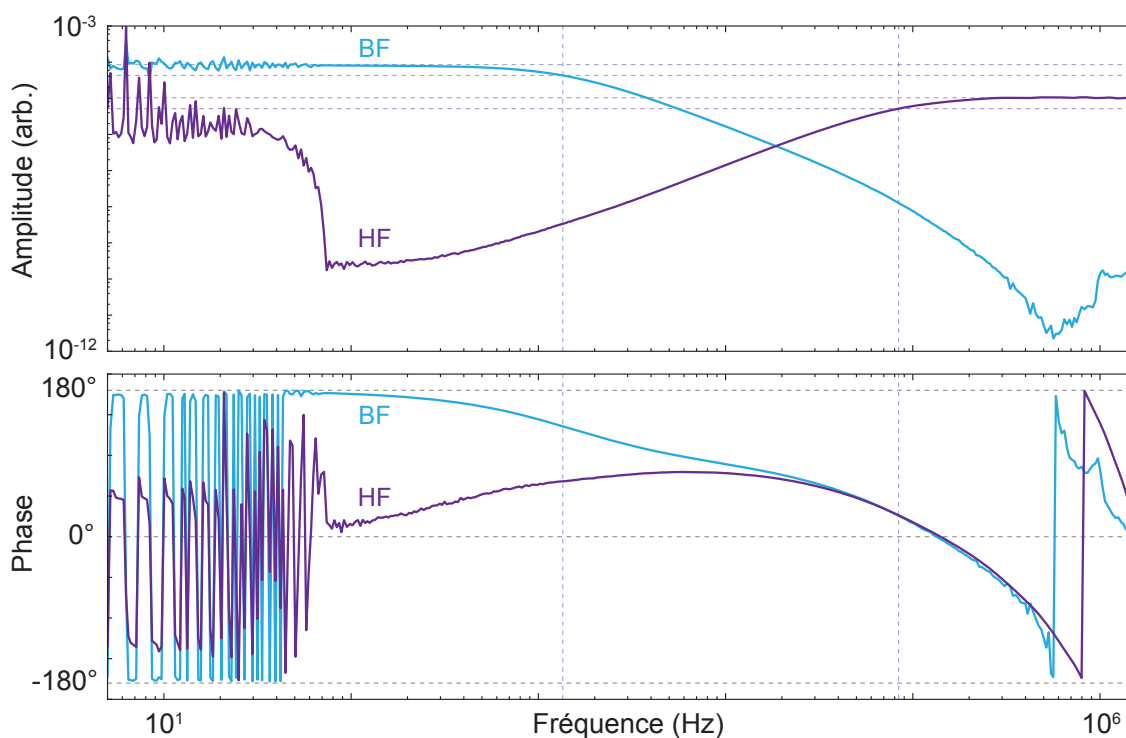


FIGURE 2.5: Fonctions de transfert de la photodiode et de son amplificateur, utilisés pour calibrer les mesures de forces, avec en bleu la réponse sur la voie BF et en violet la réponse sur la voie HF. Les lignes verticales en pointillés marquent les fréquences de coupure. La photodiode montée est le modèle *Hamamatsu S4349* dont les quadrants ont été appariés deux à deux. Le niveau DC de la voie BF correspond à 346 V/W.

instruments lors de mesures s'étalant sur plusieurs journées nous a incité à automatiser autant que possible toutes les tâches.

Pour la plupart des expériences, l'évolution des paramètres se fait sur des temps de l'ordre de la seconde, si ce n'est de la minute. Les instructions peuvent donc être exécutées de façon séquentielle sans électronique rapide à synchroniser. Le langage *Python* a été choisi pour sa portabilité, sa licence libre et la présence d'un très grand nombre de bibliothèques qui permettent de couvrir l'intégralité des besoins d'une expérience de physique allant de la communication avec les instruments au traitement des données<sup>9</sup> et d'une console interactive qui donne accès

9. Il existe des bibliothèques pour communiquer avec les instruments en *VISA* (Virtual Instrument Software Architecture) via *GPIB* (General Purpose Interface Bus), en série ou ethernet, pour contrôler les entrées et les sorties du système de fichiers et du système d'exploitation, sa mémoire. Il est possible d'envoyer des commandes formatées en C, ce qui permet de communiquer avec la carte d'acquisition ou avec un code compilé en C qui contient des fonctions qui nécessitent un temps d'exécution raccourci, pour les simulations par exemple. Une bibliothèque permet de faire du traitement numérique (*numpy*) avec la possibilité de faire appel à des fonctions mathématiques complexes, et une autre d'afficher graphiquement les données (*matplotlib*). Enfin, *PyQt*, qui lie *Python* avec *Qt* est utilisé pour créer une interface graphique. Les données expérimentales sont toutes traitées et affichées en *Python*.

à l'état des variables à tout moment afin de réagir en direct, comme lors d'un alignement par exemple.

Ce programme donne à l'utilisateur un contrôle tridimensionnel de la position du nanofil. Des tâches d'imagerie ou d'asservissement peuvent être planifiées, ce qui en fait une plateforme générique pour les expériences en balayage comme la microscopie. Il intègre également le contrôle de nombreux instruments de mesure, en particulier des analyseurs de spectre et de réseau. On présente succinctement les fonctions accessibles depuis l'interface graphique, puis le contrôle de la platine piézoélectrique et enfin les asservissements en position du nanofil.

### 2.1.4.1 Interface graphique

Une interface graphique a été développée pour les actions les plus courantes combinant le déplacement du nanofil et la mesure de tension sur les voies du bornier de la carte d'acquisition (*NI PCIe-6323*). La platine permettant un déplacement tridimensionnel, le contrôle du déplacement dans les plans vertical XY et horizontal XZ est effectué dans une même fenêtre.

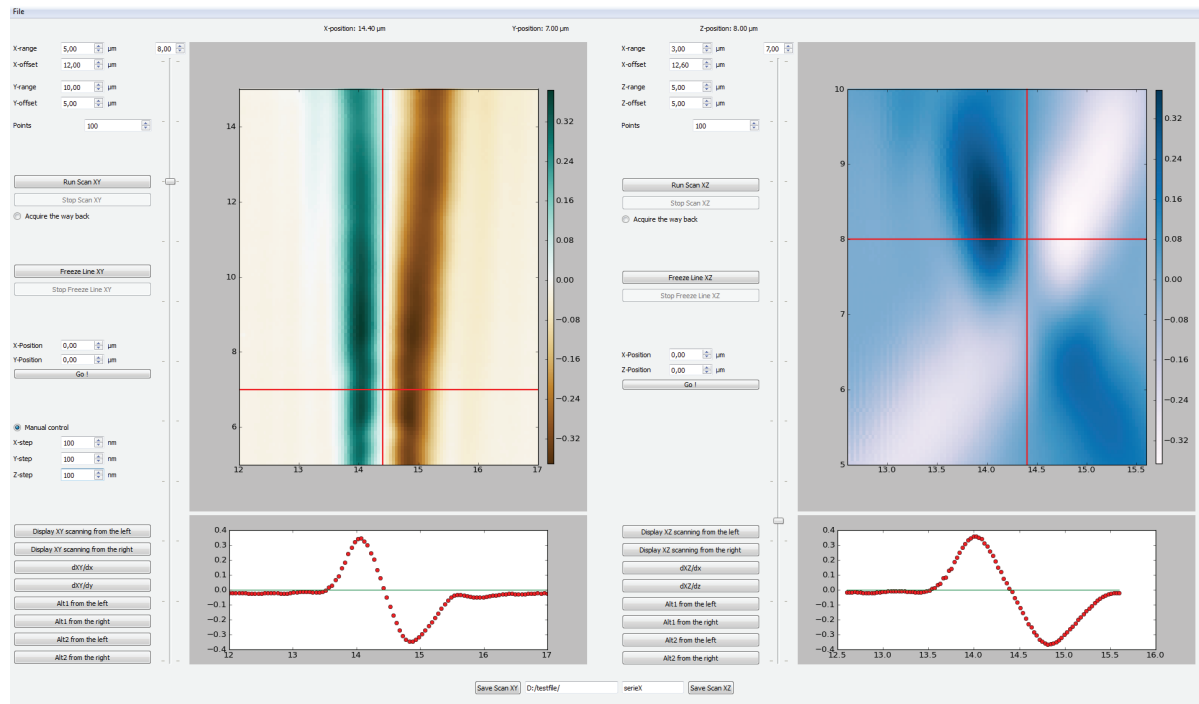


FIGURE 2.6: Interface développée spécifiquement pour l'expérience. La fenêtre principale permet d'effectuer des cartes dans le plan horizontal XZ et dans le plan vertical XY. Des paramètres secondaires comme le temps entre chaque point est modifiable sur une autre fenêtre, ou le contrôle de chaque triplet de vis motorisées déplaçant les platines de translation. Les commandes complexes ou utilisées seulement de façon ponctuelle sont lancées directement dans la console.

**Déplacement discret de la platine** Pour commander la platine piézoélectrique de façon discrète, l'utilisateur dispose de plusieurs solutions. Il peut, grâce au bouton 'Go', indiquer une



position de commande en micromètre. Les paramètres de la platine ont été renseignés après calibration ; le programme convertit la position de commande en trois tensions correspondant aux trois directions, et il les applique aux trois sorties du bornier auxquelles est connectée la platine piézoélectrique.

Un curseur rouge est représenté sur les cartes XY et XZ. Il correspond à la position courante du nanofil dans l'espace. Il peut être glissé-déposé à la position voulue pour déplacer le nanofil dans le plan de manière rapide et intuitive. Pour la troisième dimension, il existe un curseur de défilement pour chaque coupe.

Enfin, un contrôle au clavier numérique permet d'avancer pas à pas dans l'une des six directions. Le pas est ajustable avec une borne inférieure arbitraire de 10 nm qui permet d'être toujours au-dessus de la limite de résolution de la carte d'acquisition 16 bits qui permet pour les axes X et Y une résolution de 0.46 nm et pour l'axe Z de 0.15 nm. Des indicateurs de la commande en position envoyée à la platine sont mis à jour pour tout mouvement discret en parallèle du déplacement du curseur rouge qui peut se trouver hors de la plage spatiale affichée.

**Balayage rapide d'un plan** Pour positionner le nanofil dans le faisceau, des cartes de transmission comme présentées en Figure 1.11 sont effectuées de façon routinière. L'utilisateur choisit le nombre de points et l'étendue spatiale sur laquelle effectuer la carte. La position dans la dimension orthogonale à la carte est fixée à sa position courante. Pour avoir une acquisition plus rapide, le déplacement de la platine (écriture sur les sorties du bornier) est synchronisé sur le front montant d'une horloge et l'acquisition des données (lecture de trois entrées du bornier) sur le front descendant (voir 2.1.4.2). Une carte XZ usuelle est de  $50 \times 50$  points sur  $5 \times 5 \mu\text{m}^2$  en restant 5 ms par point. Elle dure une quinzaine de secondes. Trois entrées sont simultanément enregistrées, ce qui permet d'acquérir par exemple la carte de transmission différentielle et la carte de la réflexion totale sur la photodiode de suivi. Les images sont enregistrées en format texte et en format python. Le fichier texte contient toutes les informations relatives aux paramètres du scan, le fichier python permet un accès plus rapide aux données et en conserve le formatage. A cause de l'hystérésis de la platine, l'enregistrement est toujours effectué lors du déplacement de la platine de gauche à droite. Néanmoins, il est aussi possible de faire des cartes dans les deux sens, ce qui est utile quand on veut étudier des situations de piégeage optique du nanofil par exemple. Dans la même idée, le temps passé par point peut être modifié dans la fenêtre de contrôle secondaire. Une durée par défaut de 5 ms a été définie en vérifiant l'absence de déformation du profil mesuré par rapport à une mesure de référence extrêmement lente<sup>10</sup>. Cette mesure est de toute façon limitée par le facteur de qualité du nanofil qui impose un temps de stabilisation de l'ordre de la dizaine de millisecondes qu'on se permet de raccourcir lorsque l'incrément spatial est faible. Chaque ligne terminée s'affiche sur l'image 2D correspondante et sur un graphique 1D en dessous de la carte pour une visualisation des mesures en direct.

**Balayage d'une ligne** Il peut s'avérer être intéressant de faire une mesure en balayage sur une ligne et en boucle. C'est en particulier utile lors des procédures d'alignement pour rééquilibrer les quadrants ou pour retrouver le point de focalisation du laser avec les vis motorisées de la platine de translation après un pompage par exemple. La ligne mesurée s'affiche dans le même graphique que la dernière ligne mesurée lors de la réalisation d'une carte.

---

10. La durée par point doit être redéfinie en cas de changement de charge de la platine.

#### 2.1.4.2 Contrôle de la platine piezoélectrique

**Déplacements en utilisant la mémoire tampon** Pour les balayages rapides en position (Figure 2.7), un tableau à deux dimensions est préparé, contenant toutes les positions que la platine devra atteindre durant le balayage. La communication avec la carte *National Instruments* s'effectue *via* une bibliothèque de fonctions en C. Pour chaque ligne, la platine change de position sur le front montant d'une horloge suivant la liste prédéfinie des positions. Sur le front descendant, l'acquisition instantanée de la tension est effectuée sur trois entrées du bornier dont les deux premières correspondent en général à la photodiode à quadrant en transmission et à la photodiode à avalanche en réflexion utilisée pour l'asservissement. Les données sont ainsi mises en mémoire tampon ligne par ligne, de façon à ne pas ralentir la mesure avec de multiples accès mémoire. A la fin de la ligne, la fonction renvoie un tableau à une dimension contenant les tensions concaténées de la première entrée mesurées en chaque point de la ligne, puis celles de la seconde entrée et enfin de la troisième. Ces valeurs sont utilisées pour remplir la ligne correspondante de chacune des matrices. L'avantage de ce type de mesure est sa rapidité, la carte d'acquisition commande l'expérience sans couche logicielle supérieure pendant la ligne. Au lieu de l'interrompre en demandant la valeur en chaque point, le script *Python* intervient seulement entre les lignes pour remplir les matrices et déplacer la platine au début de la ligne suivante. En ordre de grandeur, le temps est divisé au moins par deux quand la mesure se fait avec la mémoire tampon.

**Déplacement point par point** Néanmoins, il est aussi très important de pouvoir parcourir la carte point par point pour effectuer des cartographies optomécaniques par exemple. L'exploration du tableau contenant les coordonnées spatiales à atteindre est alors parcouru par deux boucles, une pour déplacer le point dans une ligne et l'autre pour passer à la ligne suivante. En chaque point, on peut alors imbriquer des acquisitions plus élaborées, compenser les dérives spatiales du fil dans le faisceau ou encore rééquilibrer le faisceau transmis sur les quadrants. La procédure automatique de cartographie de force sera détaillée dans le chapitre suivant, puis complétée par des mesures supplémentaires dans le Chapitre 5.

**Protection de la platine** On interdit les commandes qui dépassent la tension à envoyer au contrôleur de la platine (0-10 V). De façon moins directe, elle peut souffrir d'un changement brutal et important de tension de commande, par exemple en lui demandant de faire des cartes peu résolues sur une grande excursion. On s'assure alors que la différence de tension de commande entre deux points consécutifs est inférieure à un seuil fixé arbitrairement de 0.2 V. Dans le cas contraire, autant de points de passage que nécessaire sont ajoutés pour que cette condition soit vérifiée et adoucir ainsi la variation de la commande envoyée.

#### 2.1.4.3 Asservissement de position

Les variations de température dans la pièce induisent des dilatations des éléments mécaniques et optiques. La dérive transverse relative du nanofil par rapport au faisceau est de 0.5  $\mu\text{m/K}$ . Pour les mesures longues, la position du nanofil dans le faisceau est asservie toutes les quinze minutes de façon automatisée, en utilisant l'intensité réfléchie d'un laser choisi<sup>11</sup>. En

11. On a pu développé un algorithme de suivi du nanofil en temps réel en le déplaçant très faiblement dans le faisceau en XZ, à la manière dont est effectuée la mesure du vecteur  $\beta$  (voir Section 2.3), et en agissant en retour sur le fil pour que, par exemple, la dérivée selon  $\mathbf{e}_x$  soit maximisée et la dérivée selon  $\mathbf{e}_z$  minimisée pour rester au



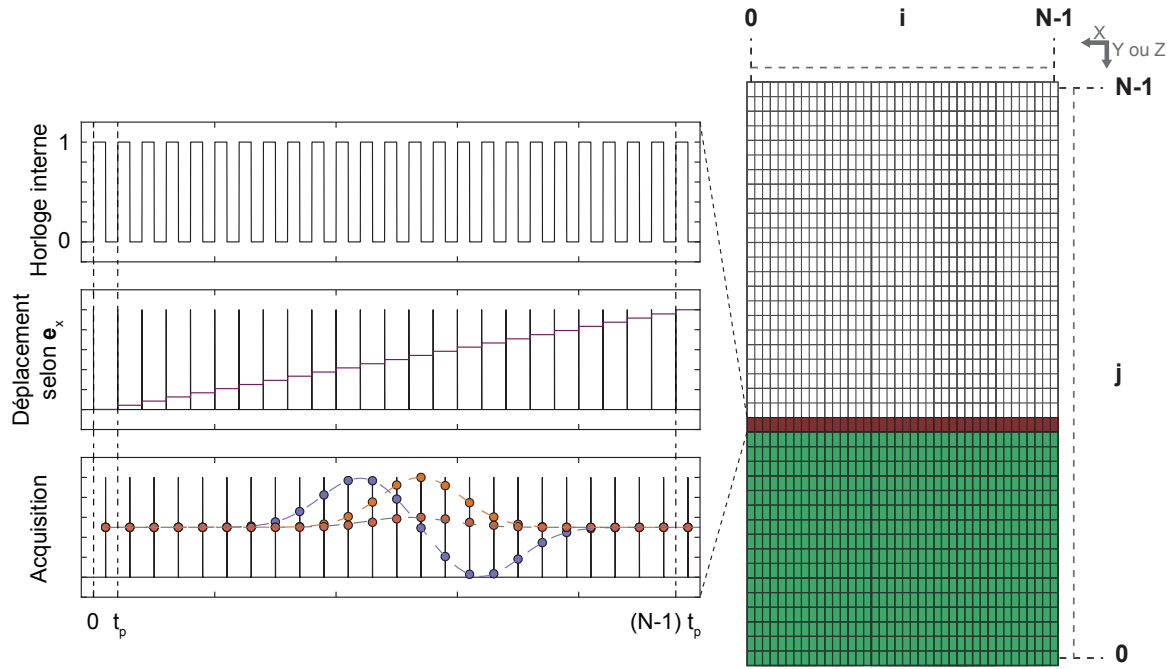


FIGURE 2.7: Schéma de principe de la cartographie avec mise en mémoire tampon :  $t_p$  correspond au temps par point (typiquement 5 ms) et  $N$  le nombre de points par ligne et par colonne : à chaque front montant de l'horloge interne de la carte d'acquisition, la tension de commande selon  $e_x$  est modifiée pour la position suivante du point de la ligne, à chaque front descendant, trois voies du borniers sont acquises instantanément. Ce tableau de tensions monodimensionnel est renvoyé à la fin de la ligne et permet de remplir la ligne des matrices correspondantes à chacune des voies. La position selon la seconde dimension ( $Y$  ou  $Z$  selon) est incrémentée avant de passer à la ligne suivante.

pratique, la mesure en cours s'interrompt, la position actuelle du fil est mémorisée, puis une succession d'images verticales et horizontales est réalisée.

Une carte de réflectivité en  $XZ$  est d'abord effectuée pour retrouver la position de commande en  $z$ . La position selon  $e_x$  du waist est recherchée parmi les positions en  $z$  qui donnent les plus fortes intensités réfléchies. L'ajustement des balayages transverses avec des gaussiennes nous renseigne sur la position transverse moyenne (en  $x$ ) du waist<sup>12</sup>. Le même procédé est utilisé avec une fonction lorentzienne en  $z$ .

Pour retrouver la position de mesure sur le nanofil le long de  $e_y$ , il faut une référence sur l'échantillon. Dans le cas général, la mesure est effectuée en bout de fil pour minimiser la

centre du waist. Néanmoins, cette méthode a plusieurs désavantages : le déplacement du fil est forcé, les dérives selon  $e_y$ , qui peuvent être conséquentes, ne sont pas corrigées - couplées à l'inhomogénéité du fil, elles peuvent changer les effets physiques observées - et enfin, les points de fonctionnement ne sont pas uniques : s'il y a un décrochage important, il n'y a a priori pas moyen de savoir que le fil n'est plus là où il devrait. Aussi, les dérives ne nécessitent pas d'être corrigées aussi rapidement.

12. Comparée à simplement pointer le maximum de réflectivité, cette méthode renforce la robustesse de la routine, en particulier dans le cas où les résonances de Mie induisent des profils de réflectivité plus compliqués qui s'écartent d'une gaussienne avec une chute de l'intensité réfléchie au waist

masse effective. Dans ce cas, on réalise une détection de seuil de 60% par rapport au maximum d'intensité réfléchiée et on recherche l'endroit le plus bas où le seuil est atteint. La détermination exacte de la position de l'extrémité du fil n'est pas nécessaire, il faut simplement que cette procédure soit reproductible, d'où la nécessité d'effectuer avant la carte XY un recalage en  $z$  qui permet de retrouver les mêmes conditions d'éclairement qu'initialement. On peut aussi vouloir mesurer à des positions plus hautes sur le fil pour lesquelles l'extrémité du fil se situe au-delà du débattement vertical de la platine piézoélectrique. Dans ce cas, l'irrégularité de la réflectivité le long du fil est utilisée en prenant comme référence le lieu de réflectivité maximale.

Une fois la position verticale du fil retrouvée, deux recalages sont effectués en XZ de façon à renforcer la robustesse de la routine. La précision de cette méthode dépend de la résolution spatiale des cartes mesurées. Typiquement,  $50 \times 50$  points sont utilisés en XZ et  $75 \times 75$  en XY car un débattement important est souvent nécessaire en  $Y$ . Plus les cartes sont résolues, plus l'ensemble du processus d'asservissement est long. Ce n'est pas un problème puisque la durée acceptable de mesure est alors seulement limitée par la remontée en pression de l'enceinte à vide. La Figure 2.8 présente la correction aux dérives en position du nanofil lors d'une mesure de plus de 46 h. La valeur moyenne en position a été retranchée afin de faire apparaître l'amplitude des variations d'environ  $0.5 \mu\text{m}$  par jour selon  $e_x$  et  $e_z$  et moins de  $0.2 \mu\text{m}$  selon l'axe vertical  $e_y$ .

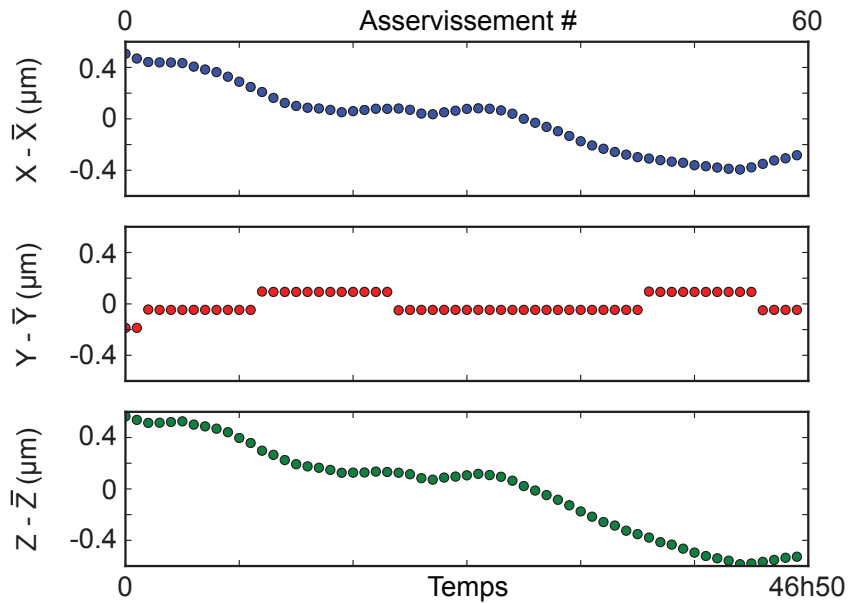


FIGURE 2.8: Correction des dérives (la valeur moyenne a été retranchée) au cours du temps du nanofil dans le faisceau asservi en position sur le laser cyan (XY :  $5 \times 7 \mu\text{m}^2$ , XZ :  $3 \times 5 \mu\text{m}^2$ ) lors d'une cartographie de force.

**Reéquilibrage du faisceau de mesure en transmission** Le faisceau transmis se décentre sur les quadrants au cours du temps. En règle générale, avec la sensibilité au déplacement disponible, ce n'est pas primordial d'avoir un alignement parfait du faisceau transmis sur les

quadrants. Cela peut être un problème loin du waist du faisceau de sonde où la sensibilité est plus faible.

On utilise la vis motorisée dans l'axe transverse ( $\mathbf{e}_x$ ) sur la platine de translation qui supporte le deuxième objectif. Un seuil en tension différentielle est établi à partir duquel le rééquilibrage est autorisé. Pour les cartes de force, le seuil est fixé à 0.02 V pour une tension de saturation sur les quadrants de 3 V. La position courante de la platine est d'abord enregistrée puis elle est déplacée en  $(0,0,z)$ , tout à fait en dehors du laser. La transmission différentielle est alors mesurée. Selon son signe, l'objectif est déplacé à gauche ou à droite d'environ 40 nm. Ce processus est répété vingt fois. Les vis n'ont pas un mouvement complètement reproductible ce qui empêche de faire un asservissement plus poussé, mais il est suffisant pour ne jamais être excessivement déséquilibré<sup>13</sup>.

## 2.2 Mouvement Brownien du nanofil

La Figure 2.9 présente la densité spectrale de bruit de position d'un nanofil ( $L = 52 \mu\text{m}$ ,  $\varnothing = 150 \text{ nm}$ ) plongé dans un vide de  $2 \times 10^{-2} \text{ mbar}$ . La résolution spectrale d'analyse est de 36 Hz. Le laser de sonde utilisé est le laser HeNe à 633 nm, d'une puissance avant l'entrée dans l'enceinte de 200  $\mu\text{W}$ . On distingue le mouvement Brownien du nanofil des trois premiers modes mécaniques. Le bruit électronique d'obscurité de la photodiode a été soustrait et la mesure a été déconvoluée par la fonction de transfert de la photodiode. La masse effective du mode fondamental a été déterminée par ailleurs (voir Chapitre 2.7), ce qui permet de calibrer le spectre en déplacement par rapport à la deuxième polarisation du mode fondamental. Le plancher de bruit correspond au bruit de partition sur la photodiode.

Le facteur de qualité mécanique est de l'ordre de 3000, soit une augmentation de 3 ordres de grandeur par rapport aux mesures à pression ambiante, ce qui permet de discriminer les deux polarisations mécaniques sur tous les modes mécaniques et de résoudre le mode fondamental avec plus de 70 dB de dynamique, ce qui est remarquable au vu de la simplicité du montage.

La limite quantique standard idéale peut être utilisée comme métrique des performances du système. La puissance optique utilisée pour faire la mesure correspond en ordre de grandeur à  $P_{SQL}$ , la puissance optique qui permet le meilleur compromis entre bruit de grenaille et bruit de pression de radiation quantique. Pouvoir mesurer à la limite quantique standard, cela signifie avoir une sensibilité suffisante pour mesurer les fluctuations de point-zéro si le résonateur était dans son état fondamental. La limite quantique standard idéale est tracée pour la deuxième polarisation du mode fondamental en pointillés telle que

$$S_{SQL} = |\hbar\chi_{1,2}[\Omega_2]| = (27.7 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}})^2 \quad (2.2.1)$$

La limite quantique standard est 7.39 dB en-dessous de notre plancher de bruit, limité par les pertes optiques : l'intégralité des photons n'est pas mesurée à cause du profil spatial de diffusion du nanofil (Chapitre 1.3.4), la zone morte de la photodiode absorbe des photons non détectés et enfin le mode de détection n'est pas complètement adapté au faisceau incident.

13. On aurait pu, avec un matériau piézoélectrique, contrôler le miroir avant la photodiode à quadrants pour plus de précision, mais ce n'est ici pas nécessaire.

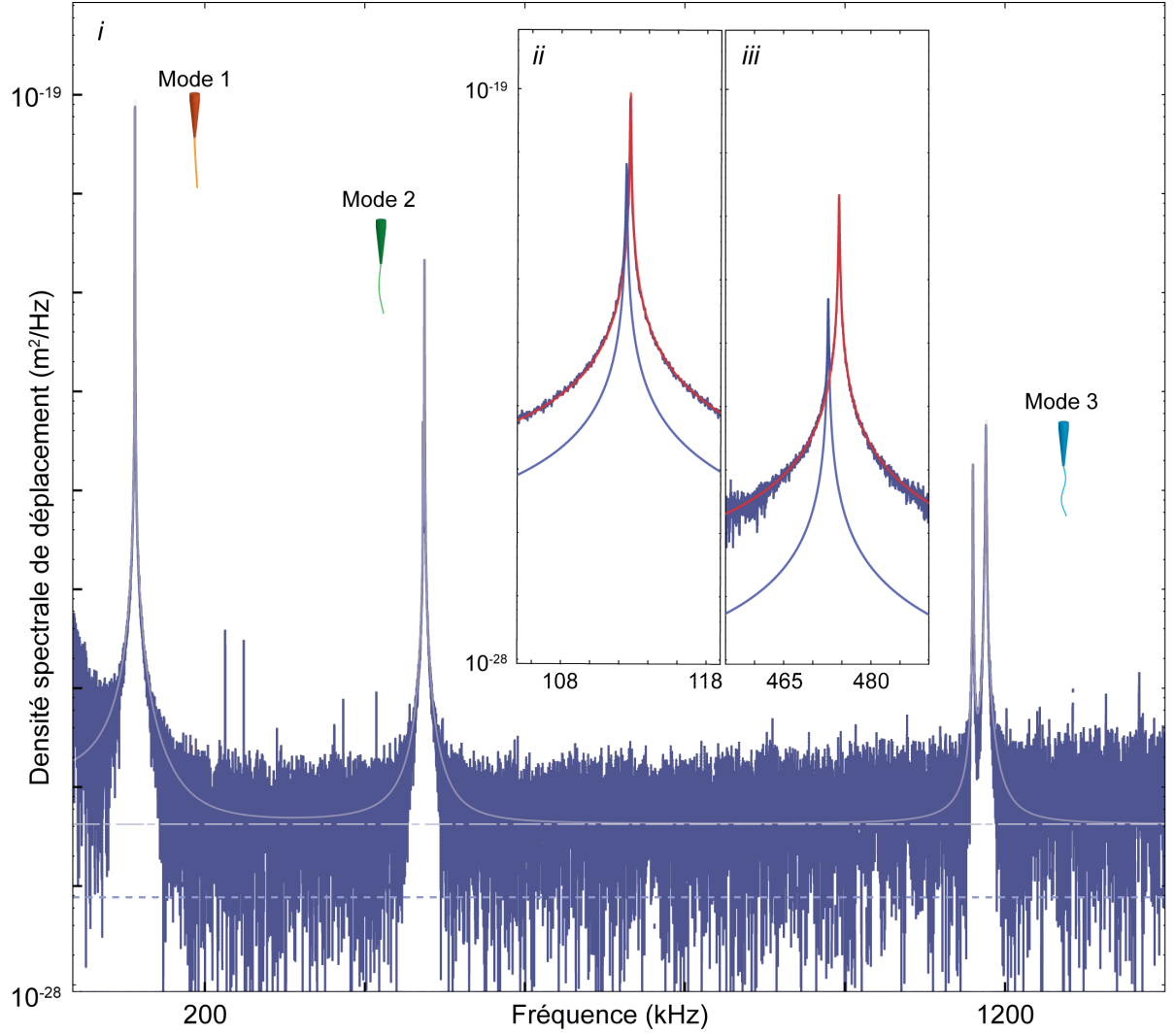


FIGURE 2.9: Densité spectrale de déplacement pour un nanofil de  $L = 52 \mu\text{m}$  et  $\varnothing = 150 \text{ nm}$  sous un vide de  $2 \times 10^{-2} \text{ mbar}$ ,  $P_{opt} = 200 \mu\text{W}$ . La calibration en déplacement est relative à la deuxième polarisation du mode fondamental. Le spectre est ajusté avec une somme (en trait plein blanc) de six lorentziennes mécaniques et un plancher de bruit (en pointillés allongés blancs). La limite quantique standard attendue est tracée en pointillés blancs. La levée de dégénérescence entre les deux polarisations mécaniques est observée sur tous les modes en zoomant sur le mode fondamental (ii) et sur le deuxième mode (iii) où la contribution de la première et de la deuxième polarisation sont respectivement en bleu et rouge.

Résoudre les polarisations mécaniques signifie que l'information vectorielle du déplacement du fil est disponible, elle sera mise énormément à contribution dans les parties suivantes. La grande sensibilité en déplacement va nous permettre d'étudier et d'exploiter le mouvement

Brownien sur toute la longueur du nanofil.

## 2.3 Détermination du vecteur de mesure

Le nanofil en vibrant module l'intensité lumineuse arrivant sur les quadrants de la photodiode. Les étages amplificateurs et soustracteurs permettent de récupérer une tension différentielle  $V_{\ominus}$  sur une voie basse fréquence et une haute fréquence, telle que décrite par l'expression (1.3.23). Les fluctuations de la voie HF sont reliées aux vibrations du nanofil selon :

$$V_{\ominus}^{\text{HF}}[\Omega] = \beta \cdot \delta r[\Omega] \quad (2.3.1)$$

avec

$$\beta[\Omega] = \beta \mathbf{e}_{\beta}[\Omega] = \nabla V_{\ominus}^{\text{HF}}[\Omega] \quad (2.3.2)$$

qu'on a nommé précédemment vecteur de mesure car il gouverne la sensibilité en déplacement dans le plan XZ. Une fluctuation de position induit une fluctuation de tension d'autant plus grande que la pente de la transmission différentielle est grande suivant la direction de vibration. Sa bonne détermination est cruciale pour convertir la tension de sortie de la photodiode en un déplacement. On effectue pour cela une mesure statique en utilisant la voie basse fréquence, c'est-à-dire qu'on va mesurer localement le gradient  $\beta^{\text{BF}} = \nabla V_{\ominus}^{\text{BF}}$  de la carte BF, relié au vecteur de mesure par :

$$\beta^{\text{BF}} = \frac{G^{\text{BF}}}{G^{\text{HF}}[\Omega]} \beta[\Omega] \quad (2.3.3)$$

Les fonctions de transfert des voies basse fréquence et haute fréquence sont déterminées à nouveau (Section 2.1.3) à chaque fois que l'on procède à un changement important sur l'expérience. Des contrôles réguliers permettent de vérifier que l'électronique n'a pas changé au cours du temps et que le gain de chacune des voies reste le même.

Le gradient  $\beta^{\text{BF}}$  de la transmission différentielle est mesuré localement en déplaçant la platine piézoélectrique par pas discrets de 25 nm selon  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$  autour de la position de travail, sur une excursion totale de 100 nm, en neuf positions où la tension  $V_{\ominus}^{\text{BF}}$  de la photodiode est mesurée en moyennant pendant 20 ms. Le pas choisi est suffisamment petit par rapport aux variations spatiales de la transmission différentielle. On effectue une interpolation polynomiale du second degré dans chacune des deux directions, ce qui est particulièrement nécessaire dans les zones de forts gradients où la différence discrète entre deux points de mesure est insuffisante pour bien déterminer la dérivée locale. La même mesure est effectuée à 45° selon  $\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z$  et  $\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z$ , elle donne une métrique pour quantifier la précision de la mesure. Le principe est illustré Fig 2.10 avec en orange foncé la mesure selon  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$  et en orange clair la mesure à 45°.

Ce processus est répété sur 70 cycles de façon à s'affranchir du bruit basse fréquence de la voie BF afin d'atteindre une précision suffisante pour calibrer correctement les spectres. Selon le rapport signal à bruit et la topologie locale de la transmission différentielle, la convergence a lieu plus ou moins rapidement pour chacune des deux mesures. On peut également tirer de ces mesures les directions de courbures principales, qui seront utiles au Chapitre 4 pour comprendre l'apparition d'harmoniques.

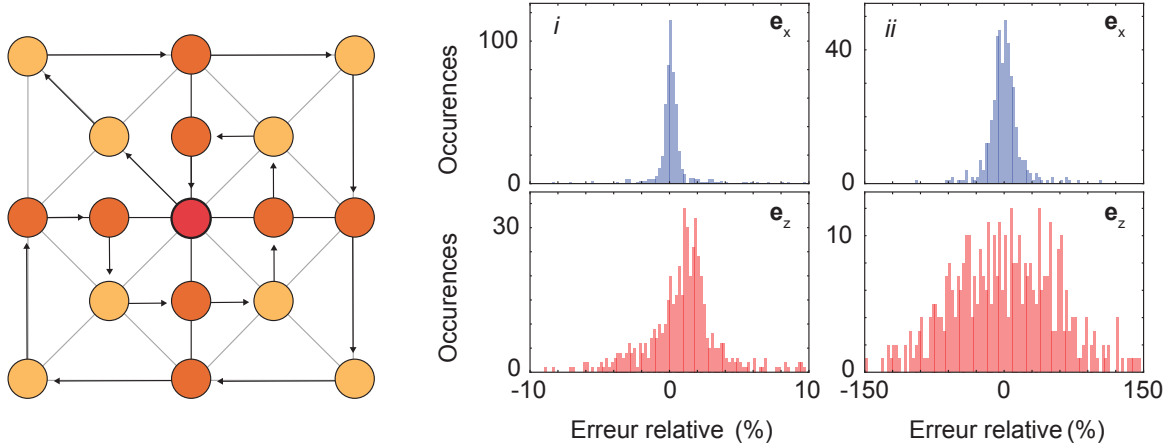


FIGURE 2.10: Détermination du vecteur de mesure grâce à une mesure le long de quatre axes tournés de  $45^\circ$  : le fil est déplacé 70 fois en chacune des 18 positions où la transmission différentielle sur les quadrants est acquise. Le gradient local est obtenu en interpolant la dérivée selon chacun des axes par un polynôme d'ordre 2 de façon à prendre en compte la courbure du profil. Le gradient obtenu dans les deux bases peut être comparé de façon à évaluer la précision de la mesure. En guise d'illustration, l'erreur relative entre la mesure à  $0^\circ$  et la mesure à  $45^\circ$  dans le plan horizontal dans une région de  $2 \times 3 \mu\text{m}^2$  près du waist sur 540 points est présentée, dans le cas du protocole détaillé (écart-type :  $\sigma_x = 0.4 \%$ ,  $\sigma_z = 1.3 \%$ ) (i) et dans le cas d'une simple différentiation discrète en post-traitement ( $\sigma_x = 10.6 \%$ ,  $\sigma_z = 59.2 \%$ ) (ii). La précision de la mesure augmente d'au moins un ordre de grandeur.

La Figure 2.11 représente une cartographie de la mesure du  $\beta$  local dans le plan horizontal, mise en regard avec la carte de transmission différentielle. Le vecteur de mesure représenté correspond bien au gradient de la transmission différentielle. La mesure présentée dans cette section est beaucoup plus précise qu'une simple dérivation spatiale de la carte de transmission et ne souffre pas des dérives spatiales.

Il est important de remarquer que nous effectuons ainsi une calibration des vibrations du nanofil avec une mesure dans laquelle on déplace physiquement le fil en bloc. Cela signifie que cette procédure est valable uniquement pour les modes pour lesquels le profil de déformation au niveau du laser de mesure est homogène. C'est le cas pour tous les modes propres considérés et en particulier pour les deux polarisations mécaniques du mode fondamental.

## 2.4 Dépendance en pression, vérification du théorème fluctuation-dissipation

Dans cette section, on étudie la dépendance des spectres de bruit en pression. Cela permet de varier l'amortissement et de s'assurer que le théorème fluctuation-dissipation est bien vérifié, en confirmant que la densité spectrale de la force mesurée dépend linéairement de l'amortissement. On vérifie également que les valeurs mesurées de la force de Langevin sont bien celles attendues pour un nanofil de SiC à 300 K. Cela sera renforcé dans les sections suivantes, montrant que l'intensité lumineuse ne change pas la variance du déplacement.

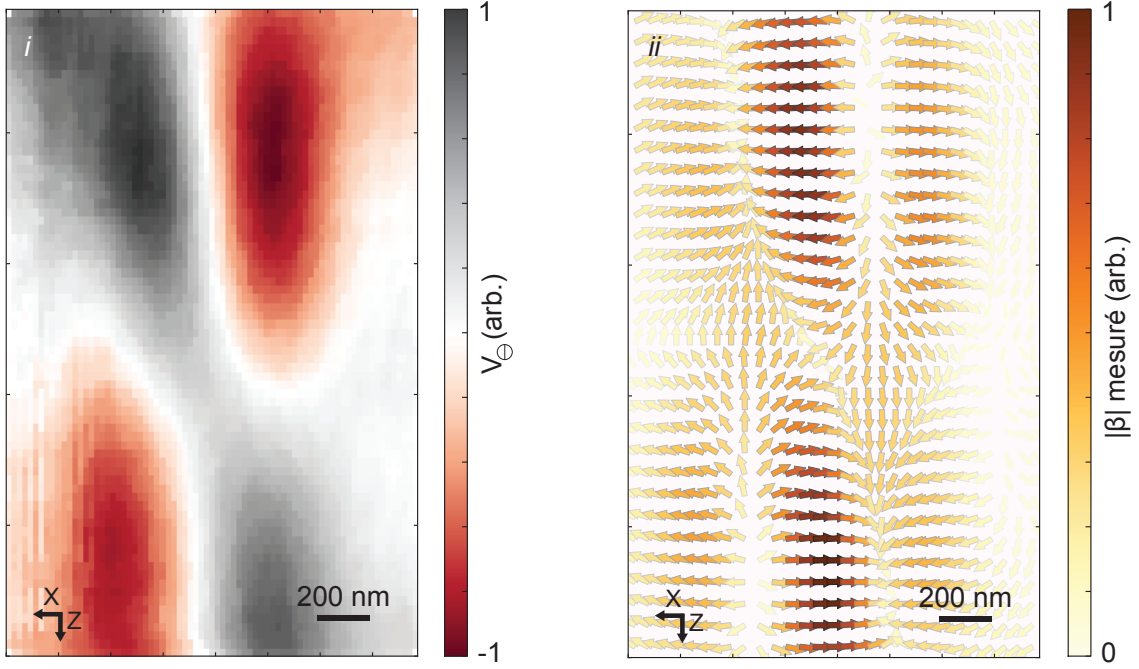


FIGURE 2.11: Vecteurs de mesure déterminés localement  $\beta^{\text{DC}} = \nabla V_{\ominus}^{\text{DC}}$  (ii) et transmission différentielle  $V_{\ominus}^{\text{DC}}$  correspondante (i) en différentes positions du plan horizontal.

Augmenter la pression dans l'enceinte à vide conduit à accroître l'amortissement du nanofil suite à l'émission d'ondes acoustiques dans l'air, et à augmenter ainsi la densité spectrale de la force de Langevin (voir 1.3.21). On varie la pression dans l'enceinte de  $5 \times 10^{-3}$  mbar à 2 mbar grâce à une micro-fuite. Le laser sonde (633 nm) est fixé à une puissance constante de  $100 \mu\text{W}$ . L'analyseur de spectre est centré sur le premier mode mécanique à 265.7 kHz avec 10 Hz de résolution spectrale. Le spectre est moyenné sur 100 balayages à basse pression, puis sur 200 au-dessus de  $4 \times 10^{-1}$  mbar. Avant chaque mesure, le vecteur de mesure est déterminé de façon à calibrer les spectres en déplacements. Les axes propres ont été déterminés préalablement (voir Section 2.7). La mesure est effectuée à environ  $3 \mu\text{m}$  au-dessus de l'extrémité du nanofil. Les spectres de bruit résultant sont tracés en Figure 2.12 et sont parfaitement ajustés avec une somme incohérente de deux lorentziennes mécaniques

$$S_{\delta r_{\beta}}[\Omega] = \sum_{\epsilon \in \{1,2\}} |\chi_{\epsilon}[\Omega]|^2 S_{F_{\epsilon}}^{\text{th}} |\mathbf{e}_{\epsilon} \cdot \mathbf{e}_{\beta}|^2 \quad (2.4.1)$$

Les ajustements donnent accès aux fréquences de résonance, amortissements et aux densités spectrales de force  $S_{F_{\epsilon}}^{\text{eff}}$ . On peut ainsi estimer les variances du déplacement pour chacune des polarisations mécaniques. Elles sont représentées Figure 2.13. Comme attendu pour du mouvement Brownien, les variances ne varient pas avec l'amortissement.

L'évolution de l'amortissement avec la pression est tracée en Figure 2.14. Elle suit

$$\Gamma_i = \Gamma_i^{\text{int}} + \gamma_i P \quad (2.4.2)$$



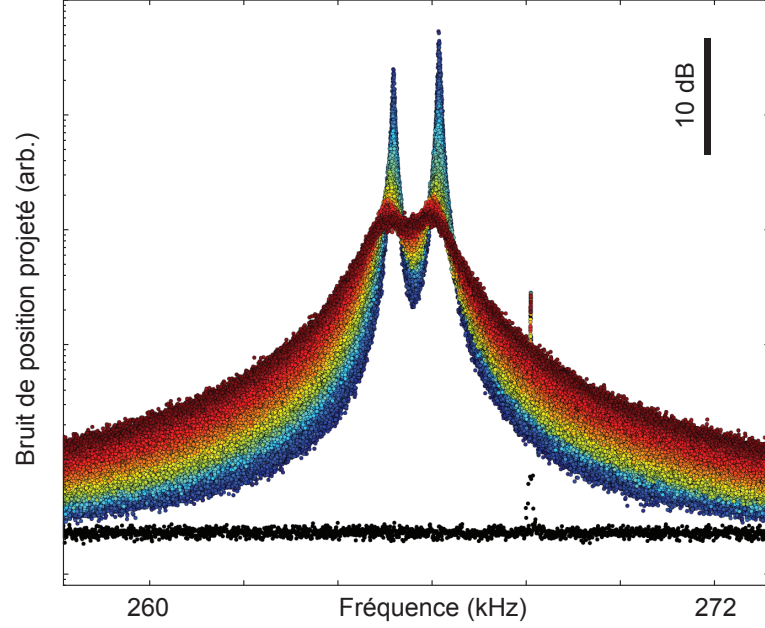


FIGURE 2.12: Spectres de bruit de déplacement centrés sur le mode fondamental mécanique d'un nanofil pour des pressions de  $5 \times 10^{-3}$  mbar (bleu) à 2 mbar (rouge), montrant les deux polarisations mécaniques. Les points noirs correspondent au courant d'obscurité de la photodiode à quadrants (RBW = 10 Hz,  $\lambda = 633$  nm,  $P_{\text{opt}} = 100$   $\mu$ W).

avec  $\Gamma_i^{\text{int}}$  l'amortissement intrinsèque dû aux pertes à l'encastrement et dans le matériau. Cet ajustement donne pour la première polarisation  $\Gamma_1^{\text{int}}/2\pi = 61.1$  Hz et  $\gamma_1/2\pi = 5.3$  Hz/Pa et pour la deuxième polarisation  $\Gamma_2^{\text{int}}/2\pi = 52.4$  Hz et  $\gamma_2/2\pi = 5.6$  Hz/Pa.

## 2.5 Thermométrie Brownienne

On a choisit un matériau à large bande interdite pour le nanofil pour pouvoir faire une détection dans le visible. Néanmoins, des impuretés adsorbées peuvent être responsables d'absorption de la lumière (voir Chapitre 5). Le mouvement Brownien sera utilisé plus tard pour calibrer les mesures en force. Il est crucial de vérifier qu'il n'y a pas de chauffage statique dû à une absorption de lumière par le nanofil.

On effectue une rampe de puissance optique dans la région du waist avec le faisceau laser rouge et on mesure, pour chaque puissance, la densité spectrale de bruit de déplacement. Ces mesures sont effectuées sur l'axe optique où le champ de force ne présente pas de vorticité (voir Chapitre 4).

Les résultats de cette expérience sont représentés en Figure 2.15 où la variance et l'amortissement de chaque polarisation mécanique sont tracés en fonction de la puissance optique injectée. S'il y avait de l'absorption, la température - ou de façon équivalente la variance du bruit, augmenterait significativement avec la puissance optique. Ici, la puissance optique, mesurée avant l'enceinte à vide est variée de 20  $\mu$ W à 200  $\mu$ W. On ne voit pas de tendance à



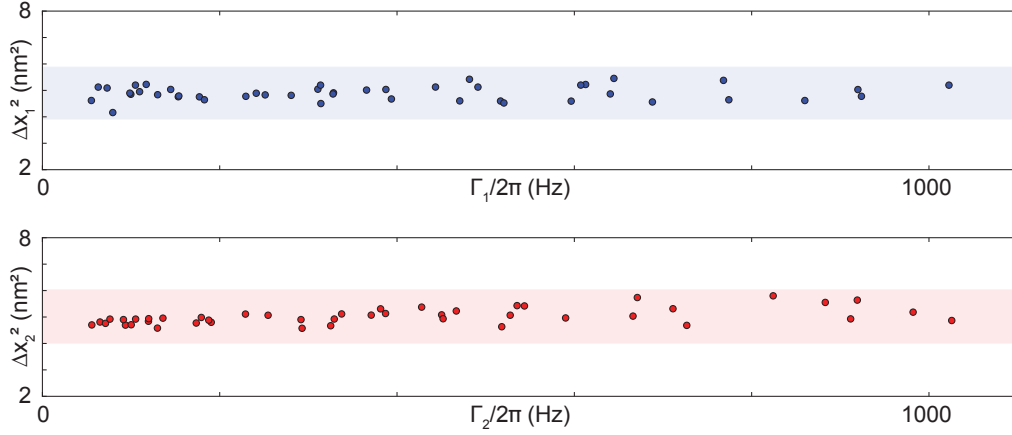


FIGURE 2.13: Evolution de la variance du bruit de position avec l'amortissement pour les deux polarisations mécaniques. Les bandes correspondent à  $\pm 20\%$  d'incertitudes autour de la valeur moyenne de la variance. Cela montre l'indépendance de la variance avec l'amortissement comme attendu par le théorème fluctuation-dissipation.

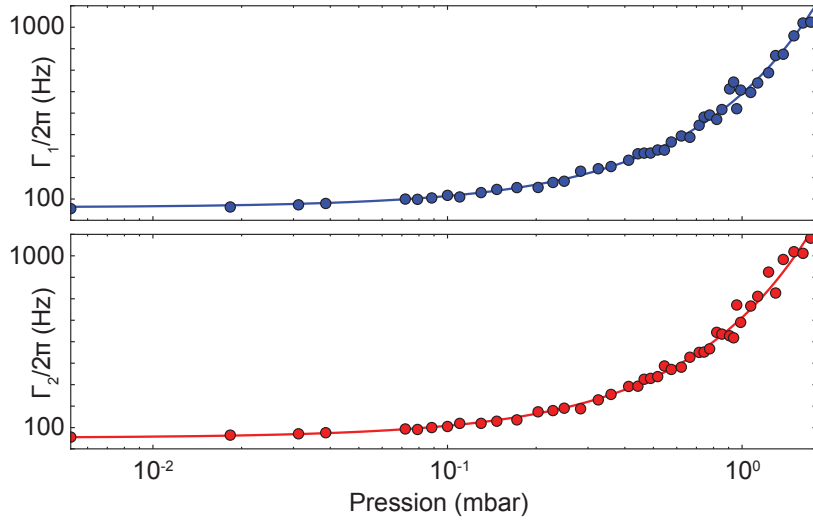


FIGURE 2.14: Evolution de l'amortissement du mode fondamental avec la pression pour la première polarisation (bleu) et la deuxième (rouge), ajustées avec l'expression (2.4.2).

la croissance de la température, la variance et l'amortissement étant compris dans une bande de  $\pm 10\%$  d'incertitudes dû à la détermination non-parfaite de vecteur de mesure. C'est une preuve forte qu'il n'y a pas de chauffage statique observable ( $> 30$  K) du nanofil pour les puissances optiques utilisées, confirmant la mesure dans l'air précédente, poussée jusqu'à 5 mW. Il arrive que le nanofil absorbe la lumière, mais dans ce cas les effets sur l'amortissement en

particulier sont significatifs (voir Chapitre 5).

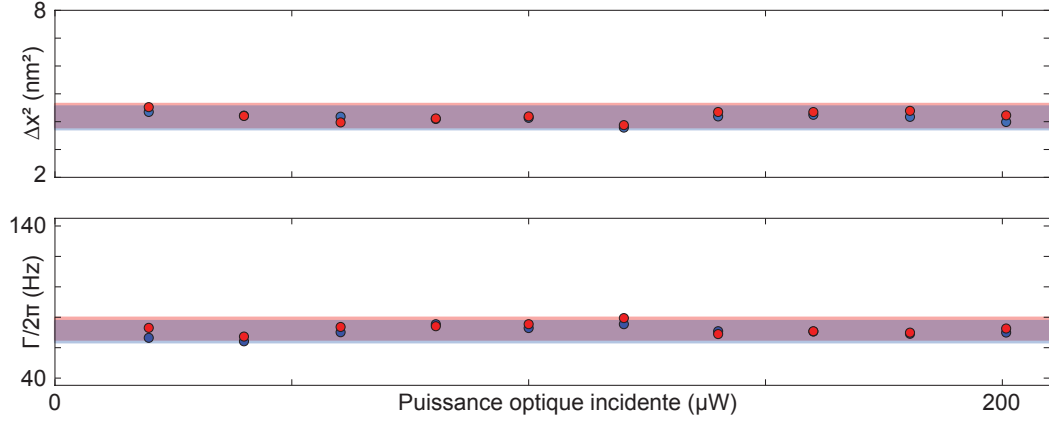


FIGURE 2.15: Dépendance de la variance du bruit de position et de l'amortissement des deux polarisations mécaniques (bleu et rouge) fondamentales en fonction de la puissance optique injectée dans l'enceinte à vide. Les bandes correspondent à  $\pm 10\%$  d'incertitudes ( $P = 2.1 \times 10^{-2}$  mbar).

## 2.6 Profils mécaniques

La grande sensibilité en déplacement démontrée permet de mesurer le mouvement Brownien sur toute la longueur du fil, même très proche de l'encastrement. On mesure ici le profil spatial des modes mécaniques et on vérifie qu'il est compatible avec celui attendu pour une poutre simplement encastree. Rappelons que dans notre système, le spot optique est toujours de dimension plus petite que la longueur caractéristique sur laquelle varient les déformations mécaniques des modes propres, la mesure du profil de vibration peut être considérée comme ponctuelle (voir Section 1.3.2).

L'amplitude de la densité spectrale de bruit est mesurée à la résonance mécanique dans le plan vertical. On se place en mode *zerospan* sur l'analyseur de spectre, en le centrant sur le mode mécanique étudié. Pour être sûr d'intégrer les deux polarisations mécaniques, la résolution spectrale utilisée est de 10 kHz. La mesure est effectuée pour les trois premiers modes mécaniques. On se place à une pression de 30 mbar de façon à ce que le facteur de qualité des modes ne soit pas modifié sur la durée de la mesure. Le signal est moyenné sur cent balayages (10 ms). Le nanofil utilisé pour cette mesure fait 52  $\mu\text{m}$  de long, ce qui est plus grand que l'excursion de la platine piézoélectrique dans l'axe vertical qui est de 30  $\mu\text{m}$ . On utilise les vis motorisées de la platine de translation sur laquelle est fixée la platine piézoélectrique pour la déplacer en bloc avec l'échantillon.

Pour chaque mode propre, on enregistre quatre cartes dans le plan XY de  $100 \times 100$  points sur  $21.75 \times 28 \mu\text{m}^2$ . Commencant par la base du fil sur la pointe en tungstène, on commande entre chaque carte la vis selon l'axe vertical pour remonter la platine d'une vingtaine de microns. Etant donnée que le mouvement de la vis motorisée est peu reproductible, faire quatre cartes au lieu de deux permet de se repérer et de raccorder les images plus facilement. La mesure de chaque carte prend dix minutes.

La puissance du laser est de  $750 \mu\text{W}$  de façon à avoir un bon rapport signal à bruit, même vers la base du nanofil où il vibre peu. Comme sur le spectre large présenté en Figure 2.9, les fréquences des premiers modes sont à 114 kHz, 481 kHz et 1.197 MHz.

Les quatre cartes sont recalées verticalement pour chaque mode. Pour cela, on suppose que l'axe transverse n'a pas été modifié par le mouvement de la vis, et on cherche pour chaque position verticale  $y$  la position du centre du fil. On détermine pour cela le point de plus forte pente dans le signal BF transverse (voir Figure 1.10), en calculant de façon discrète la dérivée selon  $\mathbf{e}_x$  du signal différentiel statique. Le problème est maintenant un simple alignement de droites (voir Figure 2.16).

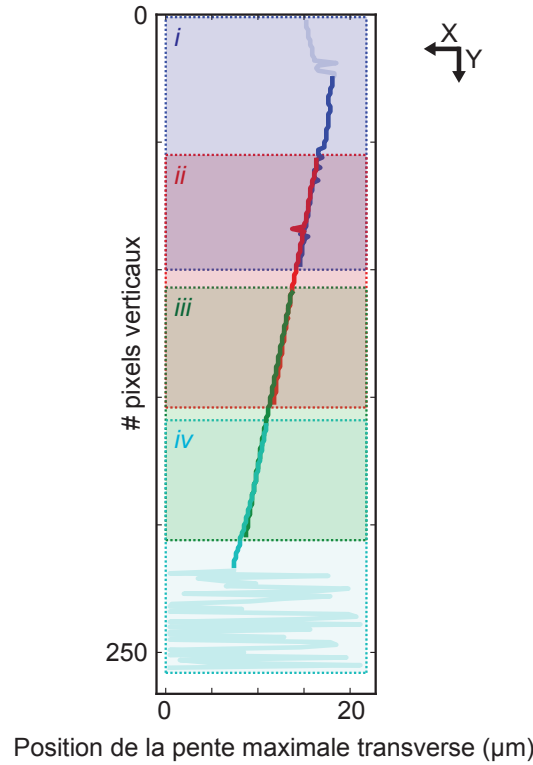


FIGURE 2.16: Position en  $x$  de pente maximale pour chaque position verticale en fonction de la position verticale (on affiche les données du troisième mode de vibration). Les quatre couleurs correspondent aux quatre cartes successives. Les cartes sont recalées par continuité des positions du centre du fil en ne s'autorisant que des translations le long de  $\mathbf{e}_y$  repéré comme le lieu de la pente maximale à une hauteur donnée. Les deux régions en traits peu appuyés correspondent au début de la pointe en tungstène qui, étant plus grosse que le waist, impose une pente maximale sur ses bords plutôt qu'en son centre et au bout du fil après lequel il n'y a plus de signal. Un pixel en  $y$  vaut 280 nm. La taille du fil pour chaque mode donne en moyenne  $L = 52.3 \mu\text{m}$ , en bon accord avec la mesure sous microscope électronique  $L \approx 55 \mu\text{m}$ .

Les cartes se télescopant, on choisit de pondérer la matrice affichée par un facteur  $2/3 - 1/3$  en privilégiant la dernière mesure car la platine est plus précise pour les grands  $y$ . Finalement,

les matrices reconstituées des trois modes sont recalées en  $y$ , pour comparer ces trois mesures prises lors de balayages différents, la vis motorisée ne permettant pas de revenir exactement à la même position à chaque mesure. Pour cela, on utilise une impureté horizontale bien visible, mieux localisée spatialement que l'extrémité du fil ou sa base dont les positions dépendent fortement de la distance au point de focalisation en  $z$  qui peut avoir changé.

La Figure 2.17 présente les densités spectrales reconstituées de bruit à résonance pour les trois premiers modes mécaniques dans le plan vertical, accompagnées de la carte statique, effectuée lors de la mesure du deuxième mode (voir aussi Figure 1.11), pour situer le nanofil et la pointe en tungstène dans l'espace. Le faisceau s'est déséquilibré sur les quadrants au cours de la mesure. Les cinq premiers points de chaque ligne sont utilisés pour connaître la valeur moyenne de la tension différentielle sans le nanofil, qui devrait être nulle si les quadrants sont bien équilibrés.

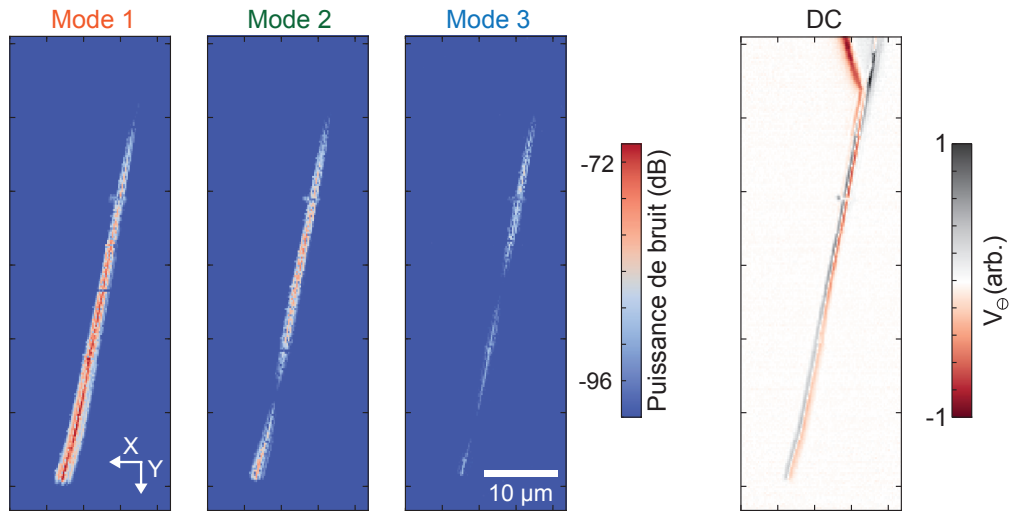


FIGURE 2.17: Densité spectrale de bruit de position pour les trois premiers modes mécaniques longitudinaux dans le plan vertical. La carte statique reconstituée de la mesure du mode 2 est représentée pour repérer la position du fil dans l'espace. Ces modes correspondent à ceux qui sont présentés dans la mesure de mouvement Brownien sur une large plage de fréquence en Figure 2.9.

En normalisant ces mesures par  $\beta \cdot \mathbf{e}_x$ , une mesure des profils de vibrations  $|\delta r_n(y)/\delta r_n(L)|$  pour les trois premiers modes est alors obtenue. Ils sont représentés en Figure 2.18, calibrés en variance. Ils sont ajustés suivant l'expression (1.3.2) avec un très bon accord avec les profils attendus par la théorie de la poutre simplement encastrée.

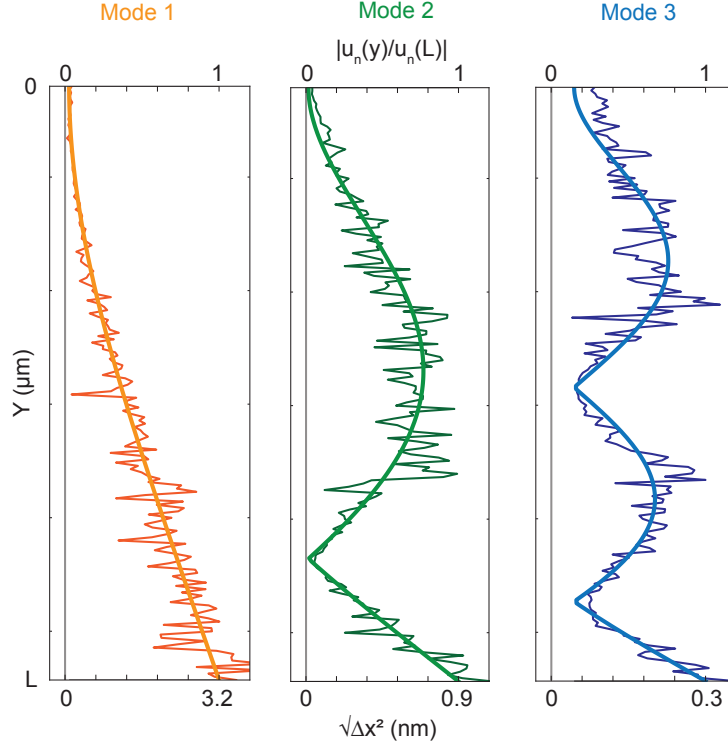


FIGURE 2.18: Profils mécaniques mesurés des trois premiers modes de vibrations oscillant à 114 kHz, 481 kHz et 1.197 MHz. L'ajustement est effectué avec l'expression (1.3.2).

On peut alors calculer la masse effective de chaque mode en intégrant  $u_n(y)$  sur toute la longueur du nanofil (voir (1.3.9)). On obtient alors pour une mesure au bout du nanofil :

$$M_{\text{eff},1} = 0.24M$$

$$M_{\text{eff},2} = 0.26M$$

$$M_{\text{eff},3} = 0.16M$$

## 2.7 Masses effectives et orientation des modes propres

Le nanofil vibre selon deux directions propres  $\mathbf{e}_\epsilon$  dans le plan orthogonal à son grand axe, confondu avec le plan XZ quand le fil est suffisamment droit. Les déplacements bidimensionnels du nanofil sont projetés sur le vecteur de mesure  $\beta$  introduit précédemment. Si on restreint l'étude au mode fondamental :  $\delta r_\beta = \sum_{\epsilon \in \{1,2\}} \chi_\epsilon[\Omega] \delta F_{th}(\mathbf{e}_\epsilon \cdot \mathbf{e}_\beta)$  et le spectre normalisé par  $|\beta|$  est

$$S_{\delta r_\beta} = \frac{S_{V\ominus}[\Omega]}{|\beta|^2} = \sum_{\epsilon \in \{1,2\}} |\mathbf{e}_\epsilon \cdot \mathbf{e}_\beta|^2 |\chi_\epsilon|^2 S_{F,\epsilon}^{th} \quad (2.7.1)$$

Ainsi, la détection d'une polarisation mécanique est maximisée quand le vecteur de mesure  $\beta$  est aligné avec son orientation  $\mathbf{e}_\epsilon$ . Le profil de transmission différentielle présente des gradients

dans toutes les directions du plan horizontal selon la position du nanofil dans le faisceau (voir Figure 2.11). La polarisation du faisceau de mesure peut être ajustée pour changer le profil de transmission et ainsi élargir la distribution des angles pris par  $\beta$ , et renforcer en particulier la direction  $\mathbf{e}_z$ . Les quadrants peuvent être aussi déséquilibrés volontairement pour changer le vecteur de mesure. Ainsi, quelques soient les directions  $\mathbf{e}_\epsilon$ , il existe toujours une position du fil qui permette de détecter l'une ou l'autre.

En enregistrant les spectres de bruit thermique et le vecteur de mesure à différents endroits du plan XZ, nous allons pouvoir illustrer le caractère projectif de la mesure et déterminer avec précision les axes de vibrations du nanofil. La mesure est centrée à l'analyseur de spectre sur le mode fondamental de vibration à 266 kHz sur une plage de 6 kHz de large (RBW = 11 Hz). La puissance du faisceau de mesure est de 100  $\mu\text{W}$  de façon à avoir une bonne sensibilité au déplacement aussi loin que possible du centre du faisceau sans induire d'action en retour mesurable (voir Chapitre 4) afin d'aller chercher autant d'angles différents du vecteur de mesure que possible (XZ :  $1.6 \times 2.4 \mu\text{m}^2$ ). La pression de départ est de  $9 \times 10^{-3}$  mbar de façon à bien distinguer les deux polarisations mécaniques. La mesure est effectuée sur  $30 \times 30 = 900$  points où  $\beta$  est mesuré localement et où un spectre de bruit thermique est acquis pendant 40 s. L'acquisition dure 29 h et fait appel aux procédures d'asservissement décrites précédemment (voir 2.1.4.3). Il n'est pas strictement nécessaire d'asservir la position car le vecteur  $\beta$  est mesuré en chaque point, mais cela permet de localiser la mesure dans le plan.

La carte du vecteur de mesure est donnée en Figure 2.11 et montre la grande distribution angulaire échantillonnée dans la région du waist. Pour chaque position, le spectre de bruit thermique mesuré est tracé en fonction de l'orientation du vecteur  $\mathbf{e}_\beta$  en Figure 2.19i, après avoir été préalablement normalisé par  $|\beta|^2$  et centré sur la fréquence moyenne des deux polarisations.

Chacun de ces 900 spectres est ajusté de façon automatisée (voir 3.3.2) avec l'expression (2.7.1) qui permet de déterminer la variance projetée de chaque polarisation mécanique du mode fondamental. En les reportant en fonction de la direction de  $\mathbf{e}_\beta$ , cela donne directement accès à l'orientation des modes propres : le déplacement projeté est maximal quand  $\mathbf{e}_\epsilon$  et  $\mathbf{e}_\beta$  sont alignés. L'amplitude *rms* projetée de l'intégralité des points de mesure de chaque polarisation mécanique est tracée en Figure 2.19ii, et elle est ajustée avec l'expression  $\sqrt{\Delta x_\epsilon^2} |\mathbf{e}_\epsilon \cdot \mathbf{e}_\beta| = \sqrt{\Delta x_\epsilon^2} |\cos \theta_\epsilon|$ . On obtient

$$\begin{aligned}\Delta x_1^2 &= (1.99 \text{ nm})^2 \\ \Delta x_2^2 &= (1.98 \text{ nm})^2\end{aligned}$$

pour la variance des fluctuations de position des deux polarisations selon  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_2$  et leur orientations respectives valent

$$\begin{aligned}\theta_1 &= 115.14^\circ \\ \theta_2 &= 115.98^\circ + 90^\circ\end{aligned}$$

Ces deux polarisations mécaniques sont orthogonales, avec un angle  $\theta = 115.56^\circ$  entre  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_1$ . La légère déviation à l'orthogonalité peut être expliquée par l'inclinaison verticale du nanofil (voir paragraphe suivant). L'accord observé est très bon sur l'ensemble des mesures effectuées dans la région du waist optique, ce qui suggère à nouveau que le nanofil ne ressent pas de

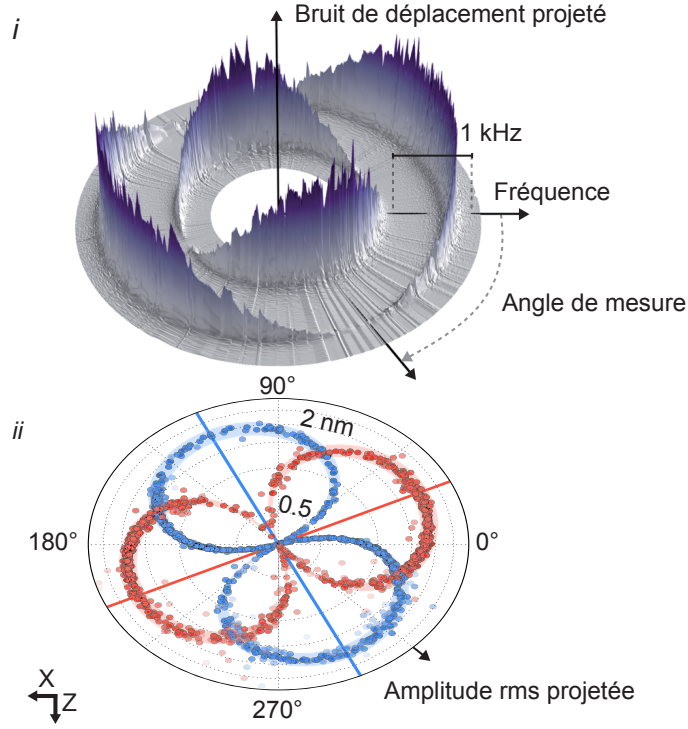


FIGURE 2.19: (i) Spectres de mouvement Brownien  $S_{\delta r_\beta}$  tracés en fonction de la direction du vecteur  $\mathbf{e}_\beta$ , en vue isométrique en échelle logarithmique pour faire apparaître les spectres qui ont été centrés sur la moyenne des deux fréquences de résonances. (ii) Racine de la variance projetée mesurée pour chaque polarisation mécanique en fonction de la direction de  $\mathbf{e}_\beta$ , en échelle logarithmique. Elle est ajustée avec  $\Delta x_e \cos \theta_e$  et affichée avec une marge d'erreur de  $\pm 10\%$ .

chauffage mesurable. En effet, l'intensité lumineuse vue par le fil varie de deux ordres de grandeur sur l'étendue de la carte, tandis que les variances mesurées et donc les températures de chaque mode restent constantes, à  $\pm 12\%$ , dans l'intégralité de la zone de mesure. Les masses effectives sont les mêmes pour les deux polarisations aux incertitudes expérimentales près. Utilisant  $T = 300$  K, on peut déduire la masse effective du nanofil pour le mode mécanique à cette position verticale donnée par :

$$\Delta x^2 = \frac{k_B T}{M_{\text{eff}} \Omega_m^2} \quad (2.7.2)$$

On trouve  $M_{\text{eff}} = 376$  fg, mesurée à  $3 \mu\text{m}$  au-dessus de l'extrémité du nanofil. Le nanofil a une longueur de  $25 \mu\text{m}$  et un diamètre de  $150$  nm. En le modélisant comme un cylindre parfait avec une densité  $\rho = 3210$  kg/m<sup>3</sup>, sa masse réelle est évaluée à  $M = 1418$  fg, ce qui signifie que la masse effective attendue pour le premier mode mécanique à l'extrémité du fil est  $355$  fg. Le très bon accord obtenu confirme la validité de la méthode de calibration des déplacements vectoriels.

## Influence de l'inclinaison du nanofil

L'axe du nanofil n'est pas parfaitement aligné avec  $\mathbf{e}_y$ , mais orienté selon un vecteur incliné  $\tilde{\mathbf{e}}_y$ . Les déplacements du nanofil ne se font pas dans le plan  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$ , mais dans  $(\tilde{\mathbf{e}}_x, \tilde{\mathbf{e}}_z)$  tel que  $\tilde{\mathbf{B}} = (\tilde{\mathbf{e}}_x, \tilde{\mathbf{e}}_y, \tilde{\mathbf{e}}_z)$  soit une base orthonormée. La matrice rotation de  $B = (\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  vers  $\tilde{\mathbf{B}}$  peut s'écrire  $R = R_\Theta R_\Phi$  avec

$$R_\Phi = \begin{pmatrix} \cos \Phi & 0 & \sin \Phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Phi & 0 & \cos \Phi \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad R_\Theta = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

soit

$$R = \begin{pmatrix} \cos \Phi \cos \Theta & \sin \Theta & \cos \Theta \sin \Phi \\ -\cos \Phi \sin \Theta & \cos \Theta & -\sin \Phi \sin \Theta \\ -\sin \Phi & 0 & \cos \Phi \end{pmatrix}_B$$

Les vecteurs de propres  $\tilde{\mathbf{e}}_\epsilon$  dans le plan  $(\tilde{\mathbf{e}}_x, \tilde{\mathbf{e}}_z)$  s'écrivent alors

$$\tilde{\mathbf{e}}_\epsilon = \begin{pmatrix} \cos \tilde{\theta}_\epsilon \\ 0 \\ \sin \tilde{\theta}_\epsilon \end{pmatrix}_{\tilde{\mathbf{B}}}$$

Dans la base  $B$ , ils s'écrivent :

$$\tilde{\mathbf{e}}_\epsilon = \begin{pmatrix} \cos \tilde{\theta}_\epsilon \cos \Phi \cos \Theta - \sin \tilde{\theta}_\epsilon \sin \Phi \\ \cos \tilde{\theta}_\epsilon \sin \Theta \\ \cos \tilde{\theta}_\epsilon \sin \Phi \cos \Theta + \sin \tilde{\theta}_\epsilon \cos \Phi \end{pmatrix}_B$$

Mesurer les déplacements du nanofil en les projetant dans le plan  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$  induit une erreur sur les masses effectives  $M_1$  et  $M_2$  :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta M_\epsilon}{M_\epsilon} &= 1 - \|\tilde{\mathbf{e}}_\epsilon - (\tilde{\mathbf{e}}_\epsilon \cdot \mathbf{e}_y) \mathbf{e}_y\|^2 \\ &= \cos^2 \tilde{\theta}_\epsilon \sin^2 \Theta \end{aligned}$$

qui ne peut être que positive puisque le déplacement ne peut être que sous-estimé. Les vecteurs propres projetés et normalisés dans  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$  s'écrivent

$$\mathbf{e}_\epsilon = \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \tilde{\theta}_\epsilon \sin^2 \Theta}} \begin{pmatrix} \cos \tilde{\theta}_\epsilon \cos \Phi \cos \Theta - \sin \tilde{\theta}_\epsilon \sin \Phi \\ 0 \\ \cos \tilde{\theta}_\epsilon \cos \Theta \sin \Phi + \sin \tilde{\theta}_\epsilon \cos \Phi \end{pmatrix}$$

L'inclinaison apparente  $\theta$  entre  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_x$  est donnée par

$$\mathbf{e}_\epsilon \cdot \mathbf{e}_x = \cos \theta_\epsilon = \frac{\cos \tilde{\theta}_\epsilon \cos \Phi \cos \Theta - \sin \tilde{\theta}_\epsilon \sin \Phi}{\sqrt{1 - \cos^2 \tilde{\theta}_\epsilon \sin^2 \Theta}}$$

Expérimentalement, on a accès à l'angle  $\sigma_x$  de  $\tilde{\mathbf{e}}_y$  projeté sur  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$  avec  $\mathbf{e}_y$  et à l'angle  $\sigma_z$  de  $\tilde{\mathbf{e}}_y$  projeté sur  $(\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  avec  $\mathbf{e}_y$  :

$$\begin{aligned} \cos \sigma_x &= \frac{\cos \Theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \Phi \sin^2 \Theta}} \\ \cos \sigma_z &= \frac{\cos \Theta}{\sqrt{1 - \cos^2 \Phi \sin^2 \Theta}} \end{aligned}$$



à partir desquels on peut déduire des valeurs expérimentales pour  $\Theta$  et  $\Phi$  :

$$\cos^2 \Theta = \left( \frac{1}{\cos^2 \sigma_x} + \frac{1}{\cos^2 \sigma_z} - 1 \right)^{-1}$$

$$\cos^2 \Phi = \frac{\tan^2 \sigma_x}{\tan^2 \Theta}$$

Pour cela, il suffit d'enregistrer la réflectivité du nanofil dans le faisceau quand il est déplacé dans les trois directions. Cela revient à faire une succession de cartes en XZ pour différentes positions verticales du fil. On effectue 100 coupes sur environ  $20 \mu\text{m}$ .

Le centre est pointé par la même méthode que pour l'asservissement en XZ (voir 2.1.4.3). Quelques unes de ces cartes sont tracées en Figure 2.20. L'ajustement à une droite permet la mesure précise de  $\sigma_x = 12.1^\circ [180^\circ]$  et  $\sigma_z = 0.9^\circ [180^\circ]$ , il vient  $\Phi = 4.1^\circ$  et  $\Theta = 12.1^\circ$ . La mesure des angles apparents  $\theta_\epsilon$  :  $\theta_1 = 115.14^\circ$  et  $\theta_2 = 115.98^\circ + 90^\circ$  donne accès à l'inclinaison des vecteurs propres dans  $\tilde{B}$  par rapport à  $\tilde{\mathbf{e}}_x$ , confirmant l'orthogonalité des polarisations mécaniques à un degré près :  $\tilde{\theta}_1 = 111.5^\circ$  et  $\tilde{\theta}_2 = 112.3^\circ + 90^\circ$ . L'erreur attendue sur les masses effectives est de 0.6% et 3.8% respectivement pour la première et la deuxième polarisation mécanique.

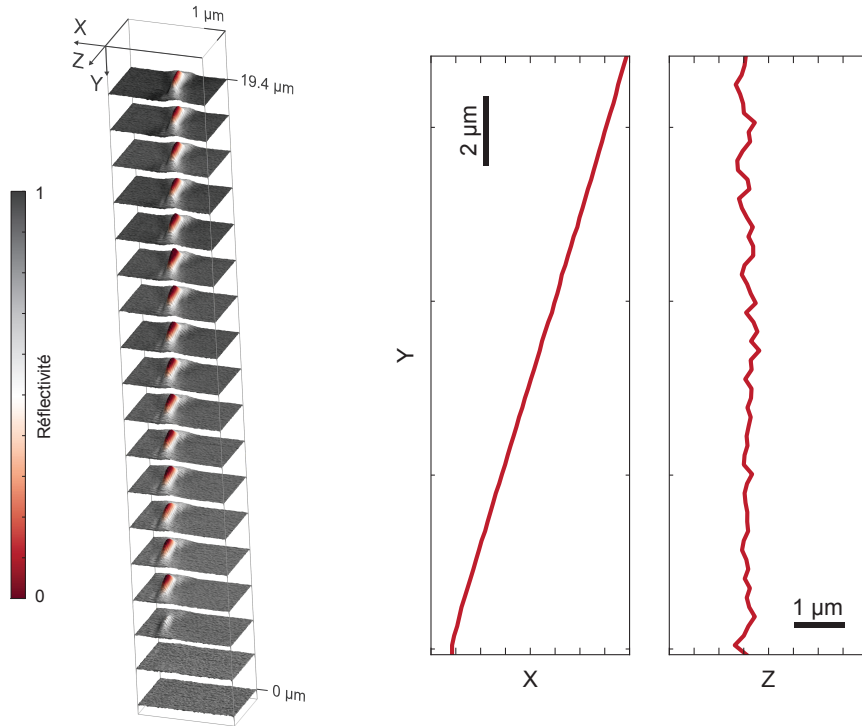


FIGURE 2.20: Tomographie du nanofil : cartes de réflectivité dans le plan XZ réalisées pour différentes positions verticales permettant de pointer la position du fil en trois dimensions, dont les projections permettent de connaître l'inclinaison du nanofil par rapport à l'axe vertical défini par la platine

Notons que cette technique de tomographie est très utile pour étudier les propriétés optiques des nanofils qui ne sont pas homogènes sur toutes leurs longueurs.

## 2.8 Bruit de partition

On étudie ici la limite de sensibilité de la mesure de position liée à la nature quantique du champ lumineux, c'est-à-dire comment le bruit de partition apparaît dans notre configuration de mesure, en particulier lorsqu'on s'intéresse au couplage entre les modes propres transverses du champ. On considère le nanofil comme un objet diffusant la lumière entre les différents modes propres, on se limitera ici aux modes  $\text{TM}_{00}$  et  $\text{TM}_{10}$ . On introduit les matrices de transmission  $\underline{t}(\mathbf{r}_0)$  et de réflexion  $\underline{r}(\mathbf{r}_0)$  qui dépendent de la position  $\mathbf{r}_0$  du nanofil dans le faisceau laser incident et couplent les champs incidents et les champs réfléchis. Seul le mode  $\text{TM}_{00}$  incident est peuplé, les autres champs incidents sont vides.

La composante du champ diffusé selon le mode  $\text{TM}_{00}$   $\alpha_{00}^{out}(t)$  s'écrit :

$$\alpha_{00}^{out}(t) = t_{00}(\mathbf{r}_0)\alpha_{00}^{in}(t) + t_{01}(\mathbf{r}_0)\alpha_{10}^{in}(t) + r_{00}(\mathbf{r}_0)\alpha_{00}^v(t) + r_{01}(\mathbf{r}_0)\alpha_{10}^v(t) \quad (2.8.1)$$

où l'exposant *in* dénote le champ incident et *v* les fluctuations du vide. La composante selon le mode  $\text{TM}_{10}$   $\alpha_{10}^{out}(t)$  s'écrit :

$$\alpha_{10}^{out}(t) = t_{10}(\mathbf{r}_0)\alpha_{00}^{in}(t) + t_{11}(\mathbf{r}_0)\alpha_{10}^{in}(t) + r_{10}(\mathbf{r}_0)\alpha_{00}^v(t) + r_{11}(\mathbf{r}_0)\alpha_{10}^v(t) \quad (2.8.2)$$

Pour simplifier, on suppose que les intensités mesurées sur chacune des photodiodes sont

$$I_{\pm}(t) = \frac{1}{2} |\alpha_{00}^{out}(t) \pm \mu \alpha_{10}^{out}(t)|^2 \quad (2.8.3)$$

où la fraction initiale  $\frac{1}{2}$  signifie que chaque quadrant n'intègre que la moitié de l'intensité totale transmise,  $\mu = 1/\sqrt{2}$  représente la racine carrée du ratio entre les puissances intégrées sur le demi-plan, pour chaque mode transverse, la différence de signe venant de la structure spatiale asymétrique du mode  $\text{TM}_{10}$ . L'intensité du mode incident  $\text{TM}_{00}$ , le seul pompé, est notée  $I_0$ , les intensités moyennes sur chaque quadrant peuvent donc s'écrire :

$$\bar{I}_{\pm} = \frac{1}{2} |t_{00}(\mathbf{r}_0) \pm \mu t_{10}(\mathbf{r}_0)|^2 I_0 \quad (2.8.4)$$

tandis que le signal différentiel s'exprime :

$$\bar{I}_{\ominus} = \bar{I}_{+} - \bar{I}_{-} = 2\mu t_{00}(\mathbf{r}_0)t_{10}(\mathbf{r}_0)I_0 \quad (2.8.5)$$

où on a supposé que tous les éléments de matrice étaient réels pour simplifier. On s'intéresse maintenant aux fluctuations des photocourants, on a :

$$I_{\pm}(t) = \frac{1}{2} \left| (t_{00} \pm \mu t_{10})(\bar{\alpha}_{00}^{in} + \delta\alpha_{00}^{in}) + (t_{01} \pm \mu t_{11})\delta\alpha_{10}^{in} + (r_{00} \pm \mu r_{10})\delta\alpha_{00}^v + (r_{01} \pm \mu r_{11})\delta\alpha_{10}^v \right|^2 \quad (2.8.6)$$

Ainsi au premier ordre, les fluctuations des photocourants s'écrivent :

$$\delta I_{\pm}(\mathbf{r}_0, t) = \frac{1}{2} \bar{\alpha}_{00}^{in} (t_{00} \pm \mu t_{10}) \left[ (t_{00} \pm \mu t_{10})\delta p_{00}^{in} + (t_{01} \pm \mu t_{11})\delta p_{10}^{in} + (r_{00} \pm \mu r_{10})\delta p_{00}^v + (r_{01} \pm \mu r_{11})\delta p_{10}^v \right] \quad (2.8.7)$$

où on a introduit les quadratures d'amplitude  $\delta p = \delta\alpha + \delta\alpha^*$  des champs incidents. Lorsque le nanofil est situé sur l'axe optique, par symétrie les coefficients de transmission et réflexion croisés, couplant les modes transverses différents sont nuls. Ainsi

$$\delta I_{\pm}(\mathbf{0}, t) = \frac{1}{2} \bar{\alpha}_{00}^{in} t_{00} \left( t_{00} \delta p_{00}^{in} \pm \mu t_{11} \delta p_{10}^{in} + r_{00} \delta p_{00}^v \pm \mu r_{11} \delta p_{10}^v \right) \quad (2.8.8)$$

ce qui permet d'exprimer les fluctuations du signal différentiel selon :

$$\delta I_{\ominus}(\mathbf{0}, t) = \mu \bar{\alpha}_{00}^{in} t_{00} \left( t_{11} \delta p_{10}^{in} + r_{11} \delta p_{10}^v \right) \quad (2.8.9)$$

Ainsi le spectre de bruit différentiel peut s'écrire :

$$S_{I_{\ominus}}(\mathbf{0})[\Omega] = \mu^2 I_0 T_{00} \left( T_{11} S p_{10}^{in}[\Omega] + R_{11} S p_{10}^v[\Omega] \right) = \frac{1}{2} I_0 T_{00} (R_{11} + T_{11}) \quad (2.8.10)$$

où on a introduit les coefficients de transmission en intensité  $T_{11} = t_{11}^2$  et  $R_{11} = r_{11}^2$ . La conservation de l'énergie impose également que  $R_{11} + T_{11} = 1$  sur l'axe car la diffusion entre les modes transverses n'y est pas autorisée. On retrouve alors l'expression reliant le bruit de photon différentiel à l'intensité totale reçue par les deux quadrants :

$$S_{I_{\ominus}}(\mathbf{0})[\Omega] = \frac{1}{2} I_0 T_{00}. \quad (2.8.11)$$

La sensibilité est ainsi dégradée, à cause de la non-optimisation du mode de détection, d'un facteur  $\sqrt{2}$  par rapport au cas idéal [73].



## Chapitre 3

# Mesure du champ de force optique

3.1	Principe de la mesure dynamique du champ de force . . . . .	83
3.2	Mise en oeuvre expérimentale . . . . .	87
3.2.1	Une sonde de force vectorielle . . . . .	87
3.2.2	Linéarité de la force . . . . .	89
3.3	Cartographie du champ de force optique . . . . .	90
3.3.1	Mesure . . . . .	90
3.3.2	Analyse et ajustement des $3 \times 40 \times 40$ spectres . . . . .	92
3.3.3	Interaction optomécanique à l'échelle nanométrique . . . . .	96
3.4	Discussion autour de la carte de force . . . . .	97
3.4.1	Ordres de grandeur . . . . .	99
3.4.2	Simulation numérique du champ de force optique . . . . .	100
3.4.3	Conclusion . . . . .	101

On a présenté au chapitre précédent une détection optique des vibrations mécaniques d'un nanorésonateur de facteur de qualité mécanique suffisant pour que ses axes de vibration puissent être résolus, donnant ainsi accès à la mesure vectorielle du déplacement du nanofil. Dans ce chapitre, on présente comment utiliser cette information pour transformer le nanofil en sonde de force vectorielle ultrasensible. La sensibilité de la mesure est telle que des forces vont pouvoir être mesurées et calibrées sur une large étendue spatiale : en mettant à profit la géométrie de sonde locale pouvant être déplacée dans les trois directions, on reconstruit la carte de l'interaction optomécanique entre le nanofil et un faisceau laser. C'est une preuve de principe que notre système permet de réaliser des mesures de forces à la manière d'un microscope à force atomique, mais avec une sensibilité en force de plusieurs ordres de grandeur au-delà et une connaissance non seulement de l'amplitude mais aussi de la direction de la force locale.

### 3.1 Principe de la mesure dynamique du champ de force

On a introduit au Chapitre 1, l'expression (1.3.7) décrivant la décomposition modale des déformations du nanofil :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\substack{n \in \mathbb{N}^* \\ \epsilon \in \{1,2\}}} a_{n,\epsilon}(t) \mathbf{u}_{n,\epsilon}(\mathbf{r})$$

où  $\mathbf{u}_{n,\epsilon}(\mathbf{r})$  est le profil spatial du mode  $n, \epsilon$  et  $a_{n,\epsilon}(t)$  son amplitude. La résonance du mode fondamental est séparée de plusieurs centaines de kilohertz des autres familles d'ordre  $n > 1$  dans le domaine spectral, si bien qu'on peut restreindre l'étude au mode fondamental de vibration :

$$\delta \mathbf{r}(t) = \delta r_1 \mathbf{e}_1 + \delta r_2 \mathbf{e}_2 \quad (3.1.1)$$

où  $\delta r_\epsilon = u_0 a_\epsilon(t)$  et noté  $u_0 \equiv u_{1,1}(y_0) = u_{1,2}(y_0)$  le profil de déformation du mode fondamental à la position verticale de mesure

Soumettant le nanofil à une force volumique  $\mathbf{f}(\mathbf{r}_0, t)$  qui dépend de la position  $\mathbf{r}_0$  du fil dans le waist, les amplitudes  $a_\epsilon$  de chacune des polarisations vérifient l'expression (1.3.15). Dans le cas d'une force locale, c'est-à-dire qui varie sur des tailles très petites par rapport aux variations caractéristiques des déformations  $u_\epsilon$ , et appliquée à l'endroit de la mesure, alors :

$$\langle \mathbf{f}(\mathbf{r}_0, t), \mathbf{u}_\epsilon \rangle = u_0 \langle \mathbf{f}(\mathbf{r}_0, t), \mathbf{e}_\epsilon \rangle \quad (3.1.2)$$

La force s'appliquant sur le mode fondamental peut s'écrire

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}_0, t) = \langle \mathbf{f}(\mathbf{r}_0, t), \mathbf{e}_1 \rangle \mathbf{e}_1 + \langle \mathbf{f}(\mathbf{r}_0, t), \mathbf{e}_2 \rangle \mathbf{e}_2 \quad (3.1.3)$$

Les vibrations du nanofil selon son mode fondamental dans la base  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$  est alors

$$\ddot{\delta \mathbf{r}}(t) = - \begin{pmatrix} \Omega_1^2 & 0 \\ 0 & \Omega_2^2 \end{pmatrix} \delta \mathbf{r}(t) - \begin{pmatrix} \Gamma_1 & 0 \\ 0 & \Gamma_2 \end{pmatrix} \dot{\delta \mathbf{r}}(t) + \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r}_0, t)}{M_{\text{eff}}} + \frac{\delta F_{\text{th}}(t)}{M_{\text{eff}}} \quad (3.1.4)$$

La relation entre la masse dynamique  $M_{n,\epsilon}$  et la masse effective  $M_{n,\epsilon}^{\text{eff}}$  est décrite par l'expression (1.3.19) et on a confirmé expérimentalement que  $M_1^{\text{eff}} = M_2^{\text{eff}}$  (Section 2.7). Par la suite, on assimilera  $\delta \mathbf{r}$  avec le déplacement du fil, ce qui constitue un léger abus de langage, puisqu'on écarte de la description les autres modes de vibrations. Cette expression sera utile pour les simulations numériques de trajectoire du fil. De manière générale, il faudra toujours se ramener à l'expression (3.1.4) pour définir le champ de force 2D qui gouverne la dynamique des deux polarisations mécaniques du mode fondamental.

On voit sur l'expression (3.1.3) que la force est moyennée sur le volume du fil, ce qui signifie qu'il est nécessaire de travailler avec des nanorésonateurs pour pouvoir sonder des champs de force à des échelles en dessous de la longueur d'onde optique. Pour des champs de force aux variations spatiales plus petites que le diamètre du fil, le vecteur force résultant dépend du diamètre du fil. Le fil utilisé pour les mesures suivantes a un diamètre de 150 nm. Pour des champs de force présentant des variations plus brutales, des fils plus fins, jusqu'à 50 nm de diamètre, sont à notre disposition. Notons que dans le cas particulier des forces optiques, le profil de force dépend de manière non-triviale du diamètre du nanofil (voir 1.3.4).

### Mesure dynamique

Pour mesurer une force appliquée sur le fil, on module son intensité autour du mode fondamental et on mesure le déplacement induit. Simplifiant l'expression (1.3.20) au mode fondamental, il vient pour de petites déflexions, dans le domaine spectral :

$$\delta \mathbf{r}[\Omega] = \sum_{\epsilon \in \{1,2\}} \chi_\epsilon^{\text{eff}}[\Omega] (\delta F_\epsilon^{\text{th,eff}} + \delta \mathbf{F}[\Omega] \cdot \mathbf{e}_\epsilon) \mathbf{e}_\epsilon \quad (3.1.5)$$

Comme vu précédemment, la mesure de déplacement est projective, mais la levée de dégénérescence mécanique permet de mesurer la norme et l'orientation du champ de force avec cette simple mesure scalaire  $\delta r_\beta = \delta \mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_\beta$ .

Afin d'établir le champ de force statique  $\mathbf{F}_0(\mathbf{r}_0)$  exercé sur le nanofil par un faisceau laser de puissance  $P_0$ , on peut moduler l'intensité lumineuse selon  $P(t) = P_0 + \delta P \cos(\Omega t)$  et mesurer la modulation de la force  $\delta \mathbf{F}(\mathbf{r}_0) \cos(\Omega t + \phi)$ . Dans le cas d'une force optique, la variation de force suit instantanément la variation d'intensité aux échelles de temps mécanique<sup>1</sup> et ne dépend donc pas de la fréquence de modulation  $\Omega/2\pi$  employée. Ce sera un point important à vérifier expérimentalement. Le champ de force statique peut alors être extrapolé selon :

$$\frac{\mathbf{F}_0(\mathbf{r}_0)}{P_0} = \frac{\delta \mathbf{F}(\mathbf{r}_0)}{\delta P} \quad (3.1.6)$$

Pour pouvoir mesurer le champ de force de cette manière, il faut pouvoir en moduler l'intensité, ce qui se prête bien pour les forces optiques induites par un faisceau laser dont on peut varier l'intensité lumineuse grâce à un modulateur acousto-optique ou une force électrostatique générée à l'aide d'une pointe en tungstène et d'un générateur de signal<sup>2</sup>.

Pour déduire le vecteur force local  $\delta \mathbf{F}(\mathbf{r}_0)$  appliqué par le laser de pompe sur le nanofil, il faut préalablement connaître l'orientation des polarisations mécaniques  $\mathbf{e}_e$  (voir Section 2.7) et la sensibilité vectorielle locale signée aux déplacements, donnée par le vecteur  $\boldsymbol{\beta}$  local (voir Section 2.3). Pour avoir une mesure non signée de la sensibilité avec une plus grande dynamique, on enregistre systématiquement le spectre de mouvement Brownien projeté qu'on pourra comparer en tout point avec  $|\boldsymbol{\beta}|$ . Cela fournit également une mesure locale de la température qui nous permet d'observer d'éventuelles déviations (voir Chapitre 5). En répétant cette procédure dans tout le plan horizontal, cela permet d'obtenir une mesure très fiable de l'orientation des polarisations mécaniques et des masses effectives au point de mesure, associée à la carte de force.

La force appliquée se projette selon les deux directions propres de vibrations. On la déduit en mesurant le déplacement induit. De plus, on peut reproduire cette mesure en différents points dans le faisceau laser focalisé et établir ainsi la cartographie spatiale du champ de force. On discute maintenant des performances et des limitations du système comme sonde de force vectorielle.

### Déflexion statique de l'extrémité du nanofil

On estime ici la déflexion statique  $\delta \mathbf{r}_0$  induite par le champ de force. Pour mesurer correctement le champ de force, il faut s'assurer que la déflexion statique est suffisamment faible pour pouvoir assimiler la position de mesure à celle liée à la platine piézoélectrique.

La déflexion statique vérifie

$$\begin{pmatrix} \Omega_1^2 & 0 \\ 0 & \Omega_2^2 \end{pmatrix} \delta \mathbf{r}_0 = \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r}_0 + \delta \mathbf{r}_0)}{M_{\text{eff}}} \approx \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r}_0)}{M_{\text{eff}}} + (\delta \mathbf{r}_0 \cdot \nabla) \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r}_0)}{M_{\text{eff}}} \quad (3.1.7)$$

1. Les temps de polarisation sont de l'ordre de la femtoseconde.

2. Notons néanmoins que dans ce dernier cas, la force appliquée a une étendue spatiale qui nous fait sortir de la description de force locale.

Si on définit pour  $(i, j) \in \{1, 2\}^2$  :

$$g_{ij} \equiv \frac{1}{M_{\text{eff}}} \frac{\partial F_j}{\partial r_i} \Big|_{\mathbf{r}_0}$$

avec  $F_j \equiv \mathbf{F} \cdot \mathbf{e}_j$  et  $\frac{\partial}{\partial r_i}$  l'opérateur dérivée dans la direction  $\mathbf{e}_i$ , on peut alors réécrire :

$$\begin{pmatrix} \Omega_1^2 - g_{11} & -g_{21} \\ -g_{12} & \Omega_2^2 - g_{22} \end{pmatrix} \delta \mathbf{r}_0 = \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r}_0)}{M_{\text{eff}}} \quad (3.1.8)$$

La connaissance de  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_0)$  permet de déduire  $\delta \mathbf{r}_0$ . Notons que dans le cas de fortes déflexions statiques, elles peuvent devenir le signal d'intérêt pour la mesure de force [93]. Si les gradients ne sont pas trop forts  $g_{ij} \ll \Omega_i^2$ , la déflexion statique peut être approximée à :

$$\delta \mathbf{r}_0 = \begin{pmatrix} \frac{\Omega_1^2}{M_{\text{eff}}} & 0 \\ 0 & \frac{\Omega_2^2}{M_{\text{eff}}} \end{pmatrix} \mathbf{F}(\mathbf{r}_0) \quad (3.1.9)$$

Pour une puissance de 100  $\mu\text{W}$ , on a mesuré une force optique maximale de l'ordre de 100 fN et des gradients de l'ordre de 500 nN/m (voir sections suivantes). La déflexion statique correspondante pour un fil de raideur de l'ordre de 500  $\mu\text{N/m}$  est donc de  $\delta_0 \approx 0.2$  nm, très inférieure à la taille caractéristique de variation du champ de force, de l'ordre du waist, soit une centaine de nanomètres. Cette déflexion est deux ordres de grandeur plus petite que le diamètre du fil. La précision sur le positionnement de la platine piézoélectrique en boucle fermée est du même ordre de grandeur. Un décalage de la position de mesure de l'ordre de 0.1 nm dans un champ de force présentant des gradients allant jusqu'à 500 nN/m pourrait engendrer une erreur maximale sur la force mesurée de 0.05 fN, ce qui est négligeable. Par la suite, la position moyenne de la section du fil éclairée  $\mathbf{r}_0$  est assimilée à la valeur déterminée à la platine piézoélectrique.

### Influence du bruit thermique

Comme rappelé dans l'expression (3.1.5), le bruit thermique (voir Section 1.3) limite la mesure de force. Plus on augmente le temps d'intégration de ce bruit, plus on est capable de détecter une faible force externe. Expérimentalement, l'analyseur de réseau sur lequel on fait les mesures a une résolution spectrale d'analyse minimale de 1 Hz. Le bruit thermique est responsable de deux autres phénomènes, qui dans notre cas, sont négligeables. Premièrement, de façon semblable à la déflexion statique, il pourrait diminuer la résolution spatiale. Néanmoins, on a mesuré précédemment que la variance du mode fondamental des fils étudiés est de l'ordre de 1 nm<sup>2</sup> (Section 2.6), ce qui reste petit devant la taille caractéristique du champ de force mesuré et devant le diamètre du fil. Deuxièmement, la force ressentie par le nanofil est moyennée spatialement. Selon les gradients de force locaux, le nanofil ressent un bruit supplémentaire. Pour un gradient de 500 nN/m, le bruit de force attendu est de l'ordre de 0.1 aN/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , soit une augmentation de température effective inférieure à un 1%<sup>3</sup>.

3. Si ce bruit était plus conséquent, on aurait dû le voir lors des mesures présentées au chapitre précédent alors qu'on étudiait la dépendance de l'amplitude du mouvement Brownien avec la position du nanofil dans le faisceau. Cela pourrait devenir critique à fortes puissances ( $> 10$  mW) ou à très grand facteur de qualité.



## Rôle du facteur de qualité mécanique

Le facteur de qualité mécanique est lié au nombre de périodes mécaniques nécessaire à l'établissement d'un nouveau régime stationnaire après une perturbation du système. Plus le facteur de qualité mécanique est grand, plus il est nécessaire d'attendre longtemps pour passer le régime transitoire avant de commencer la mesure. Pour un fil vibrant à 265 kHz avec un facteur de qualité de 3500, le régime transitoire est terminé après quelques dizaines de millisecondes. On attend pour la mesure de la carte de force 100 ms à chaque fois qu'on allume et qu'on éteint l'excitation. Pour les mesures de réponse, effectuées en balayant la fréquence de modulation  $\Omega/2\pi$ , une vitesse de balayage suffisamment lente est choisie.

## 3.2 Mise en oeuvre expérimentale

### 3.2.1 Une sonde de force vectorielle

On étudie le champ de force induit par un faisceau laser focalisé sur le nanofil afin d'étudier l'action en retour de la mesure optique sur la dynamique du nanofil. On combine un faisceau laser de pompe (532 nm) avec le faisceau de mesure des vibrations (633 nm) (voir Figure 3.1)<sup>4</sup>. Résumons rapidement le montage spécifique à ces deux lasers. Ils sont superposés grâce un filtre dichroïque (*Semrock FF560-Di01*) qui réfléchit le vert et transmet le rouge. Leur polarisation est ajustée grâce à une lame demi-onde avant le passage dans le dichroïque et leur puissance est contrôlée grâce à un couple lame demi-onde et cube séparateur de polarisations. La modulation d'intensité du faisceau de pompe est effectuée en amont grâce à un modulateur acousto-optique (*AA-Optoelectronics MT200*) qui permet de moduler rapidement l'intensité du faisceau (bande passante > 60 MHz). Le faisceau vert dont on veut étudier le profil de force, est filtré avant la photodiode à quadrants grâce à un filtre passe-bande centré sur le rouge (*Semrock FF02-632/22*). En réflexion, le faisceau de mesure est filtré à l'aide d'un miroir dichroïque de façon à pouvoir asservir la position de la mesure autour du waist du faisceau vert. Le signal HF de la photodiode à quadrants est envoyé sur un splitter (*Mini-Circuits ZFRSC-42+*) pour pouvoir le mesurer simultanément sur un analyseur de spectre (*Agilent MXA*) et un analyseur de réseau (*Agilent ENA*). La fréquence de modulation du laser de pompe est balayée au travers des deux polarisations mécaniques du mode fondamental du nanofil pour mesurer la réponse du nanofil à la modulation d'intensité optique. La force induite par le laser modulé sur le fil se projette le long des deux directions propres de vibrations.

On trace en Figure 3.2, pour trois positions différentes dans le plan horizontal, en vert la réponse en déplacement en amplitude et en phase, et en rouge les mouvements Browniens projetés en bruit équivalent (RBW = 70 Hz sur l'analyseur de réseau). Le mouvement Brownien projeté est ajusté avec :

$$S_{V_\Theta}[\Omega] = |\beta|^2 \sum_{\epsilon=\{1,2\}} \frac{2\Gamma_\epsilon k_B T}{M_\epsilon^{\text{eff}}((\Omega_{m,\epsilon}^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma_\epsilon^2 \Omega^2)} (\mathbf{e}_\epsilon \cdot \mathbf{e}_\beta)^2 + S_{\text{fond}} \quad (3.2.1)$$

4. Les mesures de vibrations sont en général réalisées à l'aide du faisceau à 633 nm. Le fil ayant un diamètre de 150 nm, la force générée par un faisceau laser de 532 nm devrait avoir le même profil spatial que celle d'un faisceau à 633 nm (voir Figure 1.24). Cela sera confirmée en 4.2.3, en inversant le rôle de chaque laser.

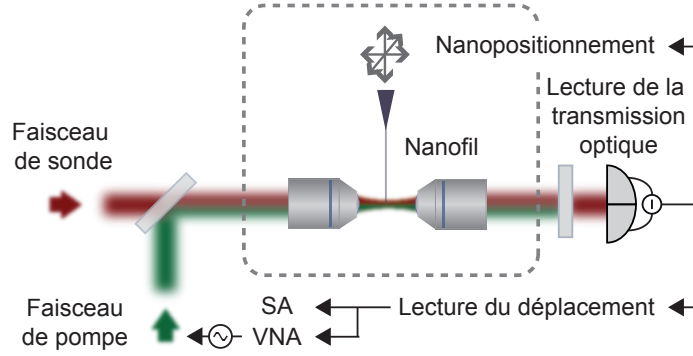


FIGURE 3.1: Montage simplifié pour la mesure de force. Un deuxième laser, celui dont on veut étudier le couplage optomécanique au nanofil est superposé au faisceau de mesure grâce un filtre dichroïque. Il est modulé en intensité par un modulateur acousto-optique contrôlé par un analyseur de réseau. On balaye la fréquence de modulation autour du mode mécanique fondamental du nanofil pour mesurer, à travers le déplacement modulé induit, la force appliquée par le laser sur le nanofil localement (pour le montage complet voir Figure 2.1).

où  $S_{\text{fond}}$  est un plancher de bruit incohérent, et le signal de réponse sur l'analyseur de réseau<sup>5</sup> est ajusté avec :

$$\delta V_{\ominus}^2[\Omega] = |\beta|^2 \left| \sum_{\epsilon=\{1,2\}} \chi_{\epsilon}[\Omega] (\delta F(\mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{e}_{\epsilon}) (\mathbf{e}_{\epsilon} \cdot \mathbf{e}_{\beta}) \right|^2 + S_{V_{\ominus}}[\Omega] \times \text{RBW}_{\text{NA}} \quad (3.2.2)$$

Le déphasage induit par l'électronique (voir Section 2.1.3) a été retranché à la phase mesurée sur l'analyseur de réseau, de façon à afficher le déphasage représentant le délai entre la réponse du fil et la modulation d'intensité. La phase à résonance pour chacune des polarisations est en quadrature avec la modulation d'intensité, ce qui signifie que la force appliquée suit instantanément la variation d'intensité. Ces informations, avec la connaissance du vecteur  $\beta$  local, nous permettent de remonter à la norme et à l'orientation du vecteur force local. Les sens du vecteur  $\mathbf{e}_{\beta}$  et du vecteur force local sont indiqués en insert en haut de chacune des courbes, ainsi que les orientations des polarisations mécaniques en bleu et en rouge. Dans le premier cas (i), la détection est légèrement plus sensible aux vibrations selon la deuxième polarisation : le mouvement Brownien projeté de la deuxième polarisation est plus visible que celui de la première. Cependant, la réponse en amplitude est plus haute sur la première polarisation. Cela signifie que le vecteur force est orienté préférentiellement selon la première polarisation. Dans le second cas (ii), on détecte de façon optimale la première polarisation. La force est orientée légèrement dans la direction de celle-ci, ce qui donne une réponse projetée de 17 dB plus grande sur la première polarisation que sur la deuxième. Dans le troisième cas (iii), les rôles sont inversés. Insistons sur la nécessité de connaître  $\beta$  pour déterminer le sens du vecteur force.

5. L'analyseur de réseau mesure grâce une détection synchrone la puissance du signal entrant à la fréquence de modulation, dont on extrait le déplacement efficace. L'amplitude du déplacement, un facteur  $\sqrt{2}$  plus grand que sa valeur efficace pour un signal sinusoïdal, permet de remonter à l'amplitude de la force modulée.

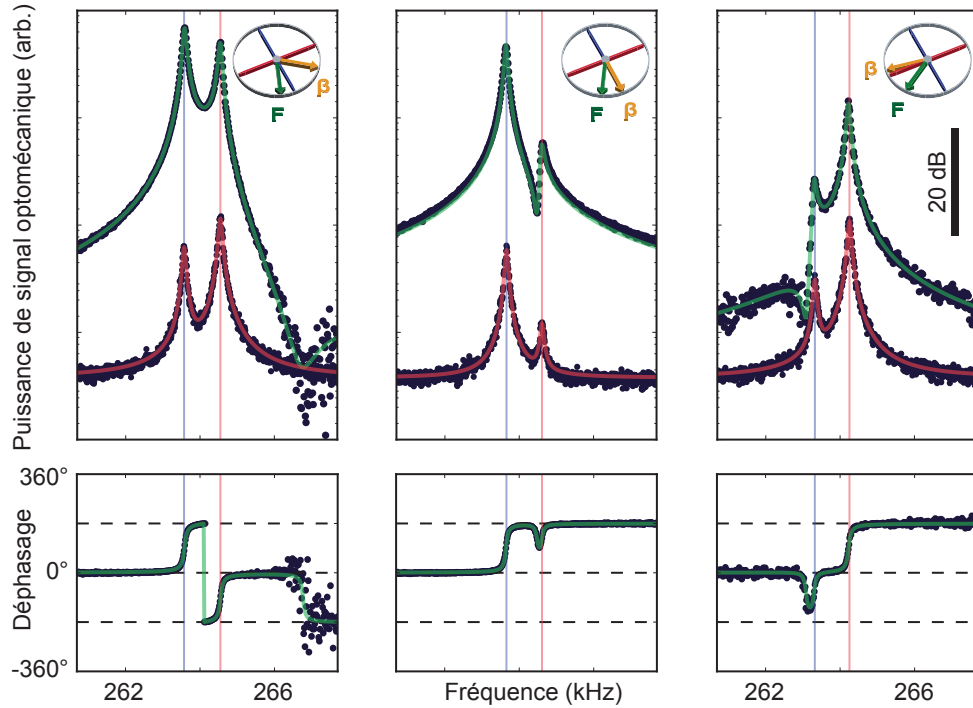


FIGURE 3.2: Réponses en déplacement projeté du nanofil à la modulation d'intensité du laser vert en trois positions différentes, en amplitude et en phase (courbes vertes). En rouge est tracé le mouvement Brownien projeté équivalent mesuré à la même position en coupant la modulation du laser vert, faisant apparaître la sensibilité selon les deux axes de vibrations. Les sens du vecteur de mesure, acquis avant la mesure dynamique, et du vecteur force local, déduit de toutes ces mesures, sont tracés en insert de chaque spectre, le volant rouge et bleu rappelle les directions propres du nanofil (voir Sec. 2.7).

### 3.2.2 Linéarité de la force

On vérifie maintenant que le déplacement du nanofil  $\delta r_\beta$  induit par la modulation d'intensité du faisceau laser varie linéairement avec la profondeur de modulation  $\delta P[\Omega]$ . Pour avoir une mesure de force fiable, il ne faut pas que le fil vibre trop afin de ne pas moyenner le champ de force sur de grandes excursions, ce qui rendrait invalide l'approximation aux petites déflexions. Aussi, il est important de rester dans la zone de linéarité de la détection dont l'étendue dépend du profil du faisceau de sonde, de son couplage avec le fil et de la position du fil au sein du waist.

On utilise un atténuateur 20 dB (*Mini-Circuits HAT-20+*) en sortie de l'analyseur de réseau qui commande le modulateur acousto-optique pour pouvoir étudier la linéarité de la force à très faible puissance de modulation, en-dessous de la plage accessible à l'analyseur, permettant de faire varier la puissance de modulation de -65 dBm à -10 dBm. Cette commande est envoyée sur un sommateur analogique réalisé au laboratoire (D. Lepoittevin) où elle est combinée avec

une tension statique fournie par un générateur de signal (*Agilent 33250A*) non affectée par l'atténuation, fixant la puissance moyenne du laser de pompe à  $100 \mu\text{W}$  pour ces mesures.

Pour chaque amplitude de modulation, le nanofil est repositionné dans le faisceau de façon automatisée (voir 2.1.4.3) à une position décalée d'une centaine de nanomètres transversalement où la deuxième polarisation est détectée optimalement, de façon à ce que la force statique soit toujours la même. Une mesure de  $\beta$  est effectuée, puis le spectre du mouvement Brownien projeté est enregistré après 20 s de moyennage (RBW = 6.2 Hz). La modulation est alors allumée sur l'analyseur de réseau et le signal moyenné pendant 10 s (RBW = 10 Hz). La pression dans l'enceinte est de l'ordre de  $4 \times 10^{-2}$  mbar, le niveau de modulation prend 55 valeurs différentes.

Les spectres de mouvement Brownien et les réponses à la modulation d'intensité lumineuse sont ajustés avec les expressions (3.2.1) et (3.2.2). On trace, en fonction de la puissance de modulation, la puissance de force appliquée sur le nanofil le long de la deuxième polarisation  $\delta F_2^2 + \text{RBW}_{\text{NA}} \times S_{F,2}^{\text{eff}}$  de façon à faire apparaître clairement le plancher de sensibilité en force due au bruit thermique de  $S_{F,2}^{\text{eff}} = (38 \text{ aN}/\sqrt{\text{Hz}})^2$ . Cette mesure montre que l'excitation et la détection restent linéaires sur trois ordres de grandeurs de puissance de modulation.

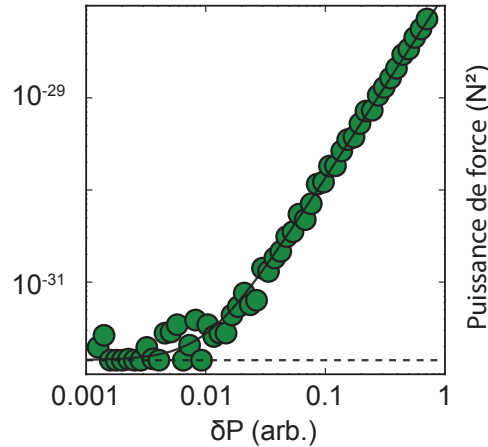


FIGURE 3.3: Mesure de la linéarité de la force selon une direction. La puissance de modulation du laser de pompe est variée sur plusieurs ordres de grandeurs pour vérifier que le déplacement induit sur le fil reste faible par rapport aux inhomogénéités du champ de force et par rapport la linéarité du détecteur. Le plancher correspond à la limite de sensibilité en force due au bruit thermique  $S_{F,2}^{\text{eff}} = (38 \text{ aN}/\sqrt{\text{Hz}})^2$ .

### 3.3 Cartographie du champ de force optique

#### 3.3.1 Mesure

On a montré comment utiliser le nanofil comme une sonde de force vectorielle. On va maintenant le déplacer dans le plan horizontal de façon à réaliser une cartographie vectorielle de

l'interaction optomécanique entre le faisceau laser de pompe et le nanofil.

On a réalisé une carte de  $40 \times 40$  points sur  $1.6 \times 3 \mu\text{m}^2$  soit 40 nm entre chaque point selon X et 75 nm selon Z. Le diamètre du nanofil est de 150 nm.

Pour cette étude, le laser de pompe vert a une puissance moyenne d'environ  $96 \mu\text{W}$  avec une polarisation de  $20^\circ$  par rapport à  $\mathbf{e}_y$ . La puissance du faisceau rouge est fixée à  $86 \mu\text{W}$  avec une polarisation pour laquelle l'interaction avec le fil est faible (voir 4.2.3 et 4.3.4). La pression dans l'enceinte est de  $8.5 \times 10^{-2}$  mbar au démarrage de la mesure et remonte doucement jusqu'à  $9.2 \times 10^{-2}$  mbar pendant les 22 h de mesure, les pompes étant éteintes.

La position de la mesure est réajustée tous les 15 points à une distance de  $3 \mu\text{m}$  de l'extrémité du nanofil grâce à des cartes en réflexion de  $75 \times 75$  points sur  $1.6 \times 3 \mu\text{m}^2$  en XZ et  $50 \times 50$  points sur  $4 \times 9 \mu\text{m}^2$  en XY. Les quadrants en transmission sont équilibrés par la même occasion grâce aux vis motorisées de la platine portant l'objectif de collection (voir 2.1.4.3)<sup>6</sup>. Une mesure du vecteur  $\beta$  est effectuée (voir Section 2.3) et enregistrée dans des fichiers indépendants à la fin du tour de boucle sur le point. La mesure dure une vingtaine de secondes. En cas de problème, cela permet de disposer de toutes les informations nécessaires au traitement de la carte de force jusqu'au dernier point mesuré.

Les analyseurs sont centrés à 264.195 kHz avec une étendue en fréquence de 7 kHz pour capturer les deux polarisation mécaniques du mode fondamental de vibration du fil. La résolution spectrale d'analyse de l'analyseur de spectre est de 11 Hz, celle de l'analyseur de réseau de 70 Hz. On attend 100 ms entre chaque changement de position ou d'état de modulation pour laisser le temps au nanofil de passer son régime transitoire.

On effectue la mesure de mouvement Brownien sur l'analyseur de spectre, qui est réinitialisé. Le signal est moyenné 15 s, soit plus de 80 balayages, avant d'être enregistré. La modulation d'intensité du faisceau vert est ensuite allumée via l'analyseur de réseau, tout en conservant la puissance optique moyenne constante. Après le temps d'attente de 100 ms, le moyennage de la réponse en déplacement du fil est effectué pendant 18 s (3 balayages) et est enregistré. La modulation du faisceau est ensuite coupée et la platine piézoélectrique se déplace au point suivant. Le protocole de mesure est résumé en Figure 3.4.

---

6. Sur de longues mesures comme celles-ci durant lesquelles de très nombreuses commandes sont envoyées à des appareils différents et où on enregistre un grand nombre de fichiers ( $> 11000$ ), il est important de suivre l'utilisation de la mémoire de l'ordinateur de contrôle. On enregistre son niveau à la fin de chaque asservissement. Si la mémoire vive est trop chargée, les informations temporaires sont stockées sur une partie du disque dur à laquelle l'accès est beaucoup plus long. Ce temps, supérieur à la milliseconde, peut dépasser le délai d'attente de communication entre les appareils et interrompre le déroulement du programme. Dépasser la mémoire vive et la mémoire virtuelle allouées au programme est une autre raison d'arrêt imprévu de celui-ci. Comme toutes les fonctions complexes d'acquisition de notre interface, la cartographie de force est encapsulée dans un fil d'exécution qui permet à l'utilisateur de garder la main sur le programme et d'utiliser la console interactive. Néanmoins, pour éviter les fuites mémoires, l'affichage et l'enregistrement des cartes sous forme graphique sont bridés, seules sont enregistrées les données brutes en format texte. Egalement pour une raison de dépassement de délai, la communication série avec le contrôleur des vis motorisées est ouverte une seule fois au début et n'est fermée que quand la carte de force est terminée, plutôt qu'à la fin de chaque asservissement : cela peut durer plusieurs secondes et peut être considéré par le programme comme une absence de réponse.

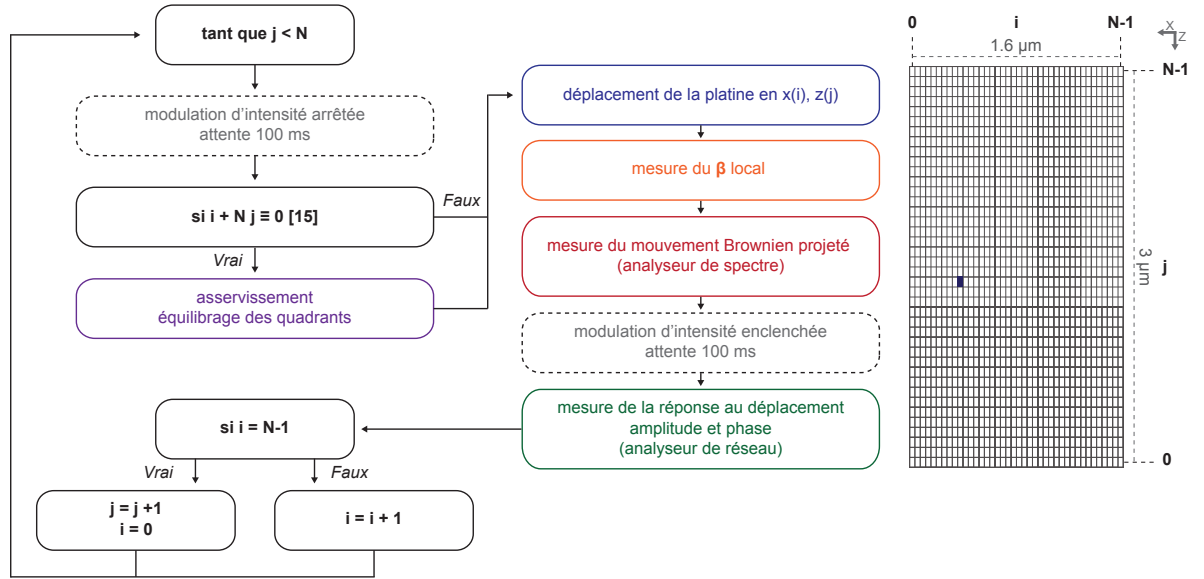


FIGURE 3.4: Schéma résumant le protocole de mesure permettant l'établissement de la carte vectorielle du champ de force optique appliquée sur le nanofil.

Dans ces conditions, la mesure totale prend un peu plus de 22 h, à raison d'un peu moins d'une minute par point. L'asservissement assure la position de mesure. Cette stabilité nous permet dans la suite, en particulier pour le Chapitre 5, d'augmenter le temps de mesure avec des protocoles plus compliqués en enregistrant par exemple la réponse mécanique sur une très large plage de fréquence ou dans le cas où le nanofil aurait été fonctionnalisé avec un centre NV, de faire des opérations sur les micro-ondes. La limite sur le long terme est la remontée douce de la pression dans l'enceinte à vide. Elle est suffisamment stable pour travailler cinq jours sans détériorer profondément le facteur de qualité mécanique du nanofil (voir Section 2.4).

### 3.3.2 Analyse et ajustement des $3 \times 40 \times 40$ spectres

On dispose donc de 1600 spectres de mouvements Browniens projetés, de 1600 réponses en amplitude et de 1600 réponses en phase, avec un grand nombre de paramètres ajustables.

Il convient de noter que l'intensité locale varie par plus de deux ordres de grandeur, il en va de même pour  $\beta$  et pour  $F$  sur l'étendue de la carte. De plus, les changements d'orientation, et donc de signe dans les projections selon  $\mathbf{e}_c$ , des vecteurs  $\beta$  et  $F$  rendent l'ajustement des données très complexe. Pour traiter ces spectres, nous avons développé un algorithme qui permet d'ajuster l'ensemble de ces spectres de façon automatique. Cela permet de pouvoir traiter à la volée le très grand nombre d'informations et d'établir rapidement la carte de force, très utile quand on multipliera les mesures à différentes longueurs d'onde par exemple<sup>7</sup>.

7. Notons qu'une fois les axes de vibration déterminés, il est possible de faire une mesure rapide du vecteur force local en quelques dizaines de secondes comprenant la mesure du vecteur  $\beta$ , les mesures sur les analyseurs et

## Détection des fréquences des deux polarisations mécaniques

On commence par trouver la fréquence de deux polarisations grâce à un algorithme de détection de pics créé pour l'occasion. Après avoir enlevé les éventuels points du spectre de mouvement Brownien correspondant à du bruit technique se trouvant à fréquence fixe (il n'y en a pas pour cet ensemble de données), une des polarisations est facilement donnée par le maximum du spectre. La deuxième polarisation est à chercher dans le reste du spectre à une fréquence suffisamment lointaine de la fréquence du maximum précédent : on fait une recherche du maximum du spectre parmi les points situés en dehors d'une fenêtre centrée sur la fréquence déjà trouvée, correspondant approximativement à quatre fois le taux d'amortissement moyen. Selon si la fréquence trouvée est supérieure ou inférieure à la première, on peut les attribuer à chacune des polarisations mécaniques. Pour vérifier que les fréquences trouvées sont réalistes, on s'assure que leur écart est dans un intervalle attendu  $[\Delta f_{\min}, \Delta f_{\max}]$  (ici entre 882 Hz et 990 Hz) et que chacune se trouve de part et d'autre d'une valeur moyenne  $f_{\text{moyen}}$  définie à l'avance. Ces valeurs peuvent dépendre de la position dans le faisceau, à cause, en particulier, de dérives thermiques. Pour les estimer, une détection de pics rapide est préalablement effectuée sur tous les spectres.

Dans certains cas, la détection des deux pics n'est pas possible, parce que le vecteur de mesure est presque orthogonal à l'une des polarisations ou de trop faible amplitude. On utilise la réponse en amplitude mesurée sur l'analyseur de réseau pour déterminer la fréquence de résonance qui, si le vecteur force n'est pas non plus orthogonal à cette même polarisation, permet de la faire apparaître plus clairement. Dans le cas où ces deux méthodes n'ont pas fonctionné, la réponse en phase peut être utilisée en ultime recours<sup>8</sup>. Si malgré cela, la condition sur l'écart entre les fréquences n'est toujours pas vérifiée, c'est qu'une seule des polarisations est correctement détectée. Dans ce cas, le spectre de mouvement Brownien est ajusté avec une seule lorentzienne mécanique. L'attribution à l'une ou l'autre des polarisations est effectuée en premier lieu *via* les valeur moyennes trouvées pour chaque fréquence originellement, puis confirmée par continuité avec ses proches voisins une fois traités.

## Ajustement du mouvement Brownien

Les fréquences de résonances déduites de la procédure précédente et les amplitudes correspondantes sont utilisées pour ajuster le spectre de mouvement Brownien projeté avec deux lorentziennes mécaniques et un plancher de bruit incohérent, avec des facteurs de qualités constants (voir expression (3.2.1)). Ceux-ci varient faiblement sur l'étendue de la carte et les laisser fixes renforce la robustesse de l'ajustement. On effectue donc un premier ajustement complet de l'amplitude et de la fréquence avant de les régler. Si l'écart d'amplitude entre les polarisations est supérieure à 20 dB, l'ajustement est effectué en exploitant les résultats de pré-

---

leurs ajustements automatiques, ce qui sera utile quand on étudiera la dépendance de la topologie du champ de force avec la longueur d'onde.

8. La réponse en phase présente une variation importante à travers la résonance. On cherche donc, dans la réponse *via* un seuil arbitraire, les points de forte pente qui regroupent les points à résonance ainsi que ceux dus à l'interférence entre les deux polarisations. On impose un seuil sur la dérivée seconde de la réponse en phase pour ne sélectionner que les extrema parmi ces points. Pour s'affranchir des points correspondant aux interférences, on utilise leur amplitude en réponse correspondante. En général, aux fréquences où il y a une interférence, l'amplitude de réponse est plus faible qu'à résonance. Cela ne fonctionnera pas pour les points où l'interférence a une amplitude plus forte que l'une des polarisations, mais cela est très rare.



ajustement de la réponse en phase. Si la condition sur l'écart entre les deux fréquences n'est pas vérifiée, c'est encore une fois qu'on ne détecte correctement qu'une seule des polarisations et on ajuste le spectre avec une seule lorentzienne. Dans le cas contraire, le spectre a été ajusté de façon optimale avec deux lorentziennes dont les fréquences sont réalistes.

On vérifie encore que le spectre de l'une des polarisation n'est pas noyé dans celui de l'autre, ce qui induirait des erreurs importantes sur l'estimation de la force finale. Pour cela, l'amplitude du spectre ajusté avec deux lorentziennes à la fréquence de la résonance dominée est comparée avec la contribution de la polarisation dominante seule. Si cette dernière contribue à plus de la moitié du signal total, cela signifie que la polarisation dominée est mal détectée : on ajuste avec une seule lorentzienne le spectre, en s'autorisant cette fois à varier la fréquence de résonance et le facteur de qualité mécanique, en laissant fixe l'amplitude à résonance.

On s'assure que le niveau des amplitudes à résonance dépasse bien le plancher de bruit pour ne conserver que les polarisations bien détectées. Cela nous permet de bloquer la procédure d'ajustement des polarisations quand elles n'apparaissent pas sur le spectre et éviter que cela ne dégrade l'ajustement total. Pour chaque spectre, trois ajustements successifs sont effectués en laissant libre les couples amplitude à résonance et facteur de qualité, fréquence et facteur de qualité, puis à nouveau amplitude et facteur de qualité, afin d'éviter la divergence de la procédure.

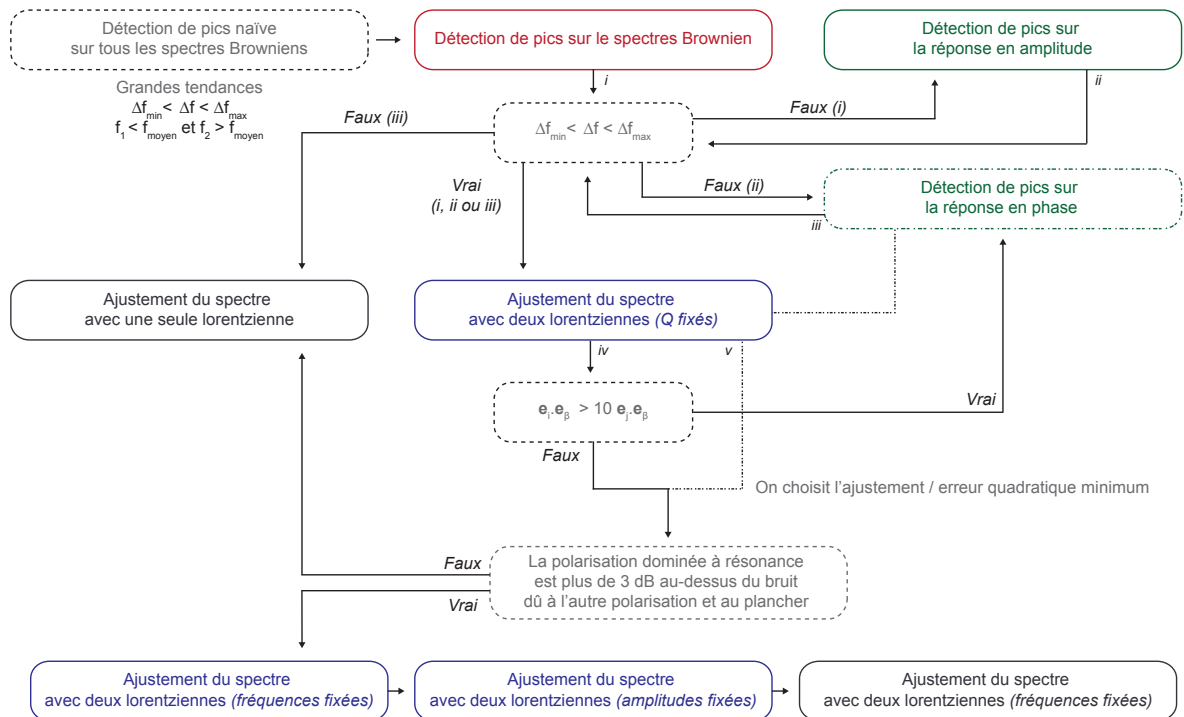


FIGURE 3.5: Schéma résumant le protocole d'ajustement automatique des spectres de mouvement Brownien projeté.



### 3.3.2.1 Ajustement de la réponse mécanique à la modulation d'intensité lumineuse

Les réponses sont ajustées avec l'expression (3.2.2) en amplitude et en phase. La procédure d'ajustement du mouvement Brownien permet de déterminer la susceptibilité mécanique, ce qui facilite la procédure d'ajustement de la réponse mécanique du nanofil. Les paramètres initiaux d'ajustement sont fixés grâce à l'étape précédente. L'amplitude à résonance est prise à la fréquence de résonance attendue. Si une des polarisations était mal détectée, on effectue la détection de pics sur la réponse en amplitude. L'écart moyen de fréquence entre les deux polarisations est connu, ce qui permet d'attribuer la réponse à chacune des polarisations dans le cas où l'une ne répond pas et est mal détectée. Si aucune des deux n'est bien détectée, les paramètres du point précédent sont utilisés.

On prend en compte le plancher de bruit correspondant au mouvement Brownien projeté, ajusté précédemment, multiplié par la résolution spectrale d'analyse de l'analyseur de réseau et corrigé du déséquilibre du splitter (voir 2.1.3). Pour une réponse instantanée, comme c'est le cas pour tous les points de cet ensemble de données, les deux polarisations mécaniques répondent ou en phase ou en opposition de phase avec la modulation d'intensité, selon le sens des vecteurs force et mesure. Un premier ajustement est effectué avec ces deux possibilités, en laissant libre l'amplitude et la fréquence à résonance pour les deux polarisations. La réponse en phase ou en opposition de phase générant l'erreur quadratique la plus faible par rapport aux données est alors sélectionnée.

Dans le cas où une des polarisations domine considérablement l'autre, la différence entre les deux déphasages n'est pas claire et l'erreur sur les moindres carrés est dominée par la polarisation dominante. Systématiquement, la polarisation qui répond le moins est ajustée à nouveau en restreignant les données autour de sa fréquence de résonance ( $\pm 1.75$  kHz). Suivent enfin deux ajustements supplémentaires, un en phase et un en opposition de phase en utilisant les paramètres d'ajustement trouvés précédemment, en ne laissant libre que la fréquence et l'amplitude de la polarisation dominée.

L'ajustement est affiné sur les amplitudes de chacun des modes en fixant les autres paramètres. Si cet ajustement est moins pertinent que le précédent, il n'est pas pris en compte. Finalement, on vérifie que les fréquences trouvées sont réalistes en vérifiant la condition sur leur différence ; si ce n'est pas le cas, la réponse est ajustée avec une seule lorentzienne.

La mesure de l'amplitude mécanique seule ne renseigne pas le signe de la force. Il est révélé par la réponse en phase et la connaissance du vecteur  $\mathbf{e}_\beta$ . Le signe relatif entre les deux polarisations a été déterminé précédemment, suivant qu'il entraîne une interférence constructive ou destructive en amplitude. Il reste à ajuster la phase pour connaître le signe de chaque composante. Restent seulement deux possibilités : le déphasage de la première polarisation à résonance est à  $+\pi/2$  ou à  $-\pi/2$ . On compare donc l'erreur quadratique sur la réponse en phase avec l'ajustement précédent pour ces deux possibilités. Pour pouvoir passer outre la dispersion des points et la congruence modulo  $2\pi$ , on prend en chaque fréquence la plus petite erreur quadratique donnée par la phase décalée de 0,  $+2\pi$  et  $-2\pi$  pour chaque possibilité. Cela donne une première version de l'ajustement complet.

On revient ensuite sur les polarisations dont l'amplitude n'a pu être estimée, en vérifiant qu'elles ont bien été détectées sur le mouvement Brownien. Si les deux polarisations sont concernées, cela signifie que la force appliquée est sous le seuil de sensibilité en force, c'est-à-dire que le déplacement induit est dans le bruit thermique. Dans l'autre cas, on restreint les données à ajuster sur la polarisation mal ajustée sur 700 Hz et on laisse libre son amplitude, sa fréquence et son amortissement, en fixant le reste. Les erreurs quadratiques sont ensuite comparées pour l'ajustement initial et ce nouvel ajustement pour le cas en phase et en opposition de phase. On accepte l'un des nouveaux ajustements à condition que son amortissement soit raisonnable (dans l'intervalle  $[100, 1000] \text{ rad.s}^{-1}$ ), et que sa fréquence de résonance ne soit pas trop éloignée de la fréquence initialement trouvée ( $\pm 50 \text{ Hz}$ ).

Enfin, l'ajustement de l'amortissement de la polarisation dominée est affiné grâce à la réponse en phase. Il faut pour cela garder une référence en amplitude. L'amortissement de la polarisation dominante a été bien ajusté a priori. La réponse en phase est donc ajustée avec les paramètres trouvés précédemment comme paramètres initiaux, en laissant libres seulement l'amplitude, la fréquence et l'amortissement de la polarisation dominée. On ne va travailler qu'avec les spectres aux deux réponses bien détectées, qu'on établit comme les points pour lesquels on a détecté le mouvement Brownien et dont l'amplitude à résonance dépasse le mouvement Brownien équivalent. Dans le cas d'un amortissement non pertinent, l'ajustement est relancé en laissant l'amortissement fixé à la valeur précédente. Si les deux polarisations sont en opposition de phase, on ajuste à nouveau les deux amplitudes sur la réponse en amplitude recentrée sur le côté où apparaît l'interférence destructive, avant de réajuster l'ensemble de la réponse avec tous les paramètres d'amplitudes, de fréquences et d'amortissements libres. Encore une fois, ces ajustements ne doivent pas s'éloigner en amortissement et en fréquence trop loin de l'ajustement initial. On compare finalement les erreurs quadratiques entre le nouvel ajustement et l'ajustement initial.

### 3.3.3 Interaction optomécanique à l'échelle nanométrique

La dépendance du mouvement Brownien en le vecteur de mesure  $\beta$  permet de reconstituer la rosace présentée en Section 2.7. On en déduit les masses effectives pour la position de mesure ainsi que les orientations des modes propres. L'angle entre la première polarisation et l'axe transverse  $\mathbf{e}_x$  est  $\theta = 115.6^\circ$  et la masse effective pour les deux polarisations est  $M_{\text{eff}} = 2.8 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$  en prenant  $T = 300 \text{ K}$  (voir Section 2.5). Les densités spectrales des forces de Langevin valent en moyenne  $S_F^{th_1} = (38.0 \text{ aN}/\sqrt{\text{Hz}})^2$  et  $S_F^{th_2} = (38.4 \text{ aN}/\sqrt{\text{Hz}})^2$ . La variation lente de pression induit une petite variation sur la durée de la mesure (5%), prise en compte lors de la calibration.

On se dote de deux filtres qui valident la pertinence de la mesure en chaque point<sup>9</sup>. Le premier concerne l'amplitude à résonance du mouvement Brownien projeté de chaque polarisation : on considère que la polarisation est mal détectée si son amplitude à résonance ne dépasse pas le plancher de bruit, autrement dit, si son amplitude est à moins de 3 dB au-dessus du plancher sur le spectre. Cela concerne 11% et 7% des spectres, respectivement pour la première et pour la deuxième polarisation. Cela donne 18% de points parmi les  $40 \times 40$

9. On choisit d'être exigeant sur la qualité de l'ajustement, pour être sûr que tous les points utilisés dans la carte de force finale sont tous bien mesurés et bien ajustés.

où on ne pourra pas avoir d'information vectorielle sur la force appliquée. Le deuxième filtre concerne l'amplitude à résonance de la réponse : on considère que la force projetée selon une direction donnée est dans le bruit thermique quand l'amplitude à résonance ne sort pas de l'amplitude à résonance du mouvement Brownien équivalent pour la polarisation, autrement dit que la réponse spectrale ne dépasse pas de plus de 3 dB le niveau correspondant au bruit thermique projeté. 15% et 21% des réponses sont concernées pour respectivement la première et la deuxième polarisation. Cela signifie simplement que la force projetée dans ces régions est très faible ( $< 470$  aN).

On détermine ainsi la carte de force projetée selon chacune des directions propres en utilisant le mouvement Brownien projeté comme calibration du déplacement. La détermination de la norme de la force ne nécessite de connaître ni l'orientation ni la norme du vecteur de mesure  $\beta$ . Le mouvement Brownien est utilisé comme référence de force et la valeur absolue  $|F_e|$  des projections du vecteur force est directement reliée à la hauteur relative des pics de réponse par rapport aux pics de mouvement Brownien. L'incertitude sur la calibration absolue en Newtons de la force tient dans la connaissance de la température  $T$  et de la masse effective  $M_{\text{eff}}$ . Dans la partie précédente, on a montré que l'on pouvait considérer la température fixe, qu'on suppose arbitrairement être 300 K. La rosace nous renseigne sur le rapport  $T/M_{\text{eff}}$  avec une incertitude de l'ordre de 10 %.

Concernant l'orientation de la force, il arrive que l'ajustement ou la détermination du vecteur de mesure soient imparfaits. On vérifie donc le signe de la composante  $F$  par continuité avec ses proches voisins. On ajuste pour un  $z$  fixé, la force selon une composante donnée avec une fonction bien choisie, et on compare ensuite l'erreur quadratique entre la fonction ajustée et la composante de la force  $\pm F_i(x, z)$ . On fait la même transformation pour un  $x$  fixé. Pour la première composante, on utilise une gaussienne puis un polynôme de degré 5, qui modifient le signe de  $F_1$  de moins de 10% des points où elle est bien mesurée. Pour la deuxième composante, on utilise deux fois un polynôme de degré 5, modifiant le signe de  $F_2$  pour moins de 13% des points où elle est bien mesurée. On obtient les composantes de la force selon  $x$  et  $z$  par simple rotation de la base  $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$  de  $-\theta$ . Les composantes  $F_x$  et  $F_z$  brutes et après ce traitement sont tracées en Figure 4.1.

Pour plus de clareté, la carte vectorielle de force obtenue<sup>10</sup> est représentée, non pas en affichant les 1600 vecteurs mesurés, mais en les moyennant  $2 \times 2$ , en Figure 3.6. On a également représenté en dégradé de gris la réflectivité du faisceau vert mesuré sur la photodiode à avalanche pour connaître le profil de l'intensité réfléchie et pouvoir le comparer avec le profil d'intensité de la force. La carte de réflectivité affichée est la moyenne des 107 cartes XZ de réflexion mesurées à la fin de chaque tour d'asservissement.

### 3.4 Discussion autour de la carte de force

Une dérivation de la force exercée par la lumière sur un diélectrique [94] conduit à l'expression de la force moyennée sur un cycle optique :

$$\langle F_{\text{opt}} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \sum_{i=x,y,z} \alpha E_i \nabla E_i^*$$

10. Rappelons que le faisceau laser se propage le long de  $\mathbf{e}_z$ , soit de haut en bas sur la carte

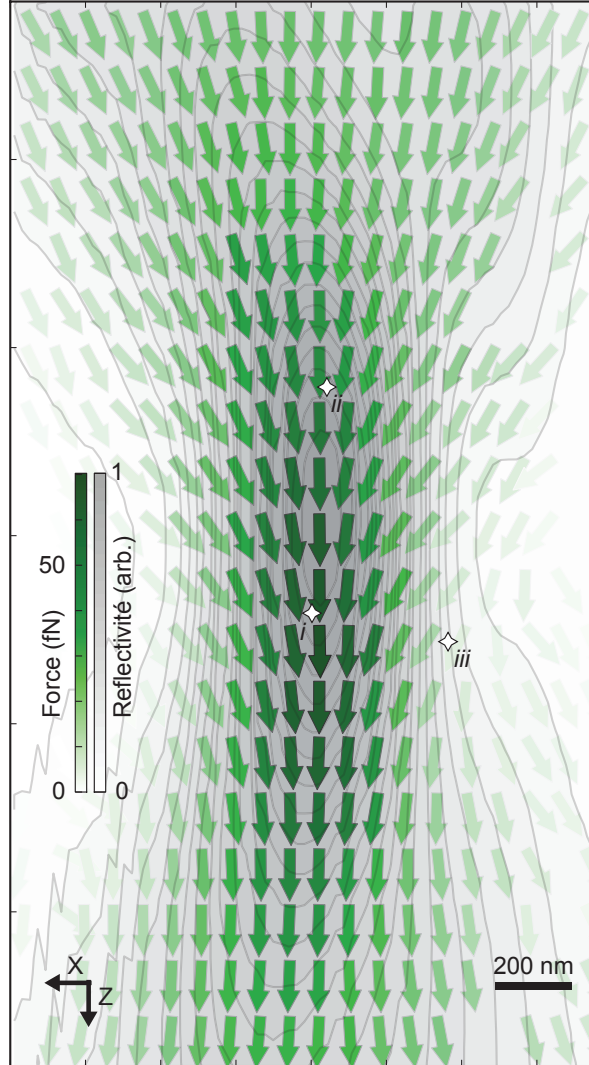


FIGURE 3.6: Cartographie vectorielle de l'interaction optomécanique entre un nanofil de 150 nm de diamètre et un laser à 532 nm ( $P_{\text{opt}} = 96 \mu\text{W}$ ). L'orientation du champ de force est donné par les flèches, sa norme est encodée sur la couleur des flèches. Le dégradé de gris est la carte de réflectivité du laser vert sur le nanofil. Les étoiles blanches donnent la position des spectres présentés en Figure 3.2.

avec  $\alpha$  la polarisabilité du matériau, supposé isotrope ici et  $E_i$  la composante du champ électrique dans le plan complexe. De cette expression apparaît la force de gradients, quand l'intensité varie, et la force de pression de radiation quand la phase de  $E_i$  varie dans l'espace, comme c'est le cas pour les champs propagatifs. Un champ laser dans l'approximation paraxiale (voir

expression (1.2.3)), dont l'intensité et la phase varient spatialement, devrait exercer une force présentant de la vorticité et ainsi être non-conservative <sup>11</sup>.

Le champ de force reproduit le gradient des fronts d'onde d'un faisceau laser focalisé, pr sant un caractère convergent en amont du waist et divergent en aval. La force est maximale au waist à une valeur de 70 fN pour 96  $\mu$ W injecté modulé à 100% et elle est orientée dans le sens du faisceau. Le caractère non-conservatif des forces optiques est directement visible sur les côtés du waist .

Il est important de souligner que les phases des déplacements à résonance de deux polarisations mécaniques sont en quadrature avec la modulation d'intensité comme attendu pour une force optique qui répond instantanément à l'échelle des temps caractéristiques liés à la dynamique du fil. Ceci est vrai sur l'étendue de la carte de force alors que l'intensité lumineuse varie de plus de deux ordres de grandeur. Ceci exclut des forces induites par des effets photothermiques liées à la diffusion de chaleur dans la grande longueur du fil : comme les temps caractéristiques sont lents, de l'ordre du kilohertz et induirait un retard à l'établissement de la force (voir Chapitre 5) . Les forces d'électrostriction peuvent être converties en déplacement grâce à des changements de contraintes. On a effectué la mesure à l'extrémité du fil où il n'y a pas de contrainte pour le mode fondamental de vibration, ces forces sont donc à exclure .

### 3.4.1 Ordres de grandeur

Un ordre de grandeur de la force attendue peut être estimé très simplement suivant le raisonnement suivant : un faisceau laser diffusé entièrement et isotropiquement par un objet applique une force  $F = P/c$ , où  $P$  est la puissance optique vue par l'objet. Cela correspond à une force de 300 fN pour 100  $\mu$ W.

On peut estimer la puissance diffusée par le nanofil en assimilant sa section efficace de diffusion à son diamètre réel  $2R$  lorsqu'il est éclairé par un faisceau laser focalisé de waist  $w_0$  :

$$P_{\text{scatt}} = P_{\text{tot}} \int_{-R}^R dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{2}{\pi w_0^2} e^{-2\frac{x^2+y^2}{w_0^2}} = P_{\text{tot}} \text{Erf} \left( \frac{R\sqrt{2}}{w_0} \right) \quad (3.4.1)$$

avec  $P_{\text{tot}}$  la puissance incidente du laser. Pour un laser de 96  $\mu$ W focalisé sur  $w_0 = 330$  nm comme mesuré expérimentalement grâce aux cartes de réflexion, on obtient une force de  $\frac{P_{\text{scatt}}}{c} = 110$  fN pour un diamètre de 150 nm.

L'exacte détermination du profil de force attendu doit prendre en compte les propriétés optiques du nanofil et l'existence de résonances de Mie dans le visible pour les diamètres de fil employés, rendant l'approximation dipolaire inadéquate. La carte de force est dominée par de la pression de radiation, ce qui est attendu pour un fil de 150 nm de diamètre à 532 nm. Comme suggéré dans la Section 1.3.4, le premier mode, dont le profil spatial de diffusion rappelle celui d'un dipôle orienté selon  $\mathbf{e}_y$ , a une contribution majeure. La force attendue dans le cadre du modèle développé en l'expression (1.3.39) est de 130 fN dans des conditions d' clair ement équivalentes.

11. Nous entendons force conservative au sens où elle dérive d'une énergie potentielle

La grande ouverture numérique des objectifs génère un faisceau très focalisé qui rend incorrecte l'approximation paraxiale dans la région du waist [95]. Dans la prochaine section, on présente les résultats d'une simulation numérique permettant de simuler les champs électromagnétiques sans approximation paraxiale.

### 3.4.2 Simulation numérique du champ de force optique

Une simulation par éléments finis du couplage entre un nanofil de 150 nm de diamètre et un faisceau laser de 532 nm polarisé verticalement a été spécifiquement développé par G. Bachelier. Les forces optiques sont évaluées en intégrant le tenseur de Maxwell le long de la surface du nanofil (voir expression (1.3.35)). Cela nécessite la détermination complète du champ électromagnétique total dans le voisinage du nanofil. La réponse en champ proche du nanofil est évaluée au travers de la formulation du champ diffusé (Scattered Field Formulation) utilisant des simulations par éléments finis. Le champ électromagnétique est décomposé en un 'champ de fond' et un champ diffusé résolu analytiquement. Le champ de fond correspond au champ créé par l'objectif de microscope en absence du nanofil [96]. Il agit comme un terme source pour le champ diffusé. La somme de ces deux contributions donne une distribution vectorielle du champ électromagnétique à la surface du nanofil.

Le tenseur de Maxwell est alors calculé et intégré le long de la surface du nanofil pour donner la force totale exercée sur le nanofil. Il n'y a aucun paramètre ajustable dans ces simulations, les caractéristiques principales étant fixées par la configuration expérimentale : waist du faisceau, polarisation, ouverture numérique et longueur focale des objectifs de microscope, constante diélectrique du nanofil. Les différences entre simulation et expériences viennent des conditions exactes d'éclairement et l'utilisation de couches parfaitement adaptées (Perfectly Matched Layers, PML en anglais). Elles évitent la réflexion de lumière diffusée par le nanofil aux frontières du domaine de simulation. De façon à éviter la pénétration du nanofil dans ces couches, le nanofil a été modélisé par un bâtonnet long de 1.5  $\mu\text{m}$ . Des bâtonnets plus longs ne sont pas accessibles avec les puissances de calculs disponibles : la carte 2D présentée, obtenue en déplaçant le nanofil par rapport au point focal de l'objectif, a nécessité plus d'un mois de calcul sans approximation paraxiale.

Le champ de force déduit de cette simulation numérique entièrement vectorielle est reproduit Fig. 3.7. Le champ de force obtenu présente le même flux convergent puis divergent, en amont et en aval du waist optique, que le profil expérimental. La simulation assimile l'objectif d'entrée à une lentille de 4 mm de longueur focale et de 3 mm de rayon d'ouverture, en accord avec les objectifs utilisés de 0.75 d'ouverture numérique. Les simulations sont effectuées dans le cas où le faisceau injecté est collimaté avec un waist de  $w_0 = 3$  mm égal au rayon de la pupille. L'expérience présentée précédemment a été réalisée avec un recouvrement plus faible de la pupille d'entrée pour réduire la focalisation et ainsi l'action en retour (voir partie suivante). En conséquence, le profil expérimental est moins focalisé dans la région du waist et la force maximale mesurée est un peu plus faible que dans les simulations. Cependant, le profil spatial du champ de force ne change pas de façon significative. Pour un faisceau de 96  $\mu\text{W}$  à 532 nm recouvrant la pupille de façon idéale, le maximum de force attendu est de 380 fN sur l'axe optique. La valeur simulée est proche et même plus grande que la valeur décrite dans le régime de diffusion isotrope dans le cas où toute la puissance incidente est 'vue' par l'objet (330 fN pour 100  $\mu\text{W}$ ), ce qui souligne que la section efficace de diffusion du nanofil est plus



grande que son diamètre physique et est comparable au waist optique, comme attendu pour des résonances de Mie (voir Section 1.3.4). L'estimation numérique de l'intensité de la force se réduit à mesure que l'on diminue le recouvrement de la pupille d'entrée (14 % de réduction pour 60% de recouvrement), mais l'estimation numérique n'a pu être conduite jusqu'au recouvrement expérimental (30%) à cause de limitations numériques.

La principale différence entre les simulations et l'expérience présentée précédemment est le recouvrement de la pupille d'entrée du premier objectif, supposé idéal ici, résultant en un champ optique plus focalisé. La polarisation de la lumière, choisie précédemment à  $20^\circ$  de façon à limiter l'action en retour, est simulée le long du grand axe du fil, induisant un couplage un peu plus intense.

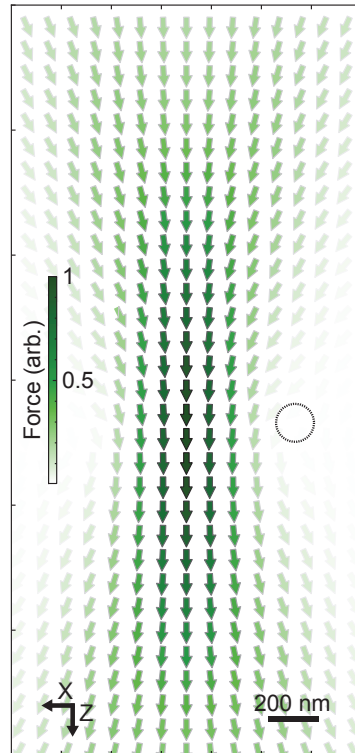


FIGURE 3.7: Simulation numérique du champ des force optique pour un nanofil de 150 nm de diamètre immergé dans un faisceau laser à 532 nm collimaté et polarisé verticalement avant d'être focalisé par un objectif de microscope de 0.75 d'ouverture numérique de pupille d'entrée de diamètre égal au faisceau. Le maximum du champ de force est de 3.96 nN/W. Le disque en pointillés représente la taille du nanofil à l'échelle de la figure.

### 3.4.3 Conclusion

On a réalisé une cartographie vectorielle de champ de force optique avec le nanofil d'une résolution en force de quelques  $10 \text{ aN}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Ceci représente une première mesure directe du champ de force vectoriel induit par la lumière sur un objet dans le vide. Une des nouveautés dans ce système est la présence de résonances optiques internes au nanofil gouvernant

l'interaction lumière-matière qui transparait dans la carte de force. Ce travail ouvre la voie à l'utilisation de l'optomécanique et de ce type de mesure pour étudier des phénomènes complexes de nano-optique.



## Chapitre 4

# Action en retour et instabilité topologique

4.1	Dynamique du nanofil plongé dans le champ de force bidimensionnel . . . . .	104
4.2	Action en retour dans un champ de force bidimensionnel . . . . .	106
4.2.1	Etablissement du champ des gradients de force . . . . .	106
4.2.2	Décalage en fréquence induit par les forces optiques . . . . .	107
4.2.3	Action en retour du laser sonde . . . . .	109
4.2.4	Rotation des polarisations mécaniques . . . . .	111
4.3	Bifurcation et instabilité topologique . . . . .	112
4.3.1	Dépendance spatiale de la bifurcation . . . . .	115
4.3.2	Dépendance locale en la puissance optique . . . . .	115
4.3.3	Evolution de l'aire de la zone d'instabilité . . . . .	117
4.3.4	Evolution avec la polarisation optique incidente . . . . .	123
4.3.5	Bifurcation à 532 nm . . . . .	125
4.3.6	Influence sur les harmoniques . . . . .	126

Dans le chapitre précédent, on a présenté la méthode permettant de mesurer le champ de force exercé par un faisceau laser sur le nanofil. Ce champ de force bidimensionnel présente de fortes variations spatiales qui engendrent une action en retour sur le nanofil, qui couple les deux polarisations mécaniques fondamentales. On étudie dans cette partie cette action en retour et ses spécificités liées au caractère bidimensionnel du couplage. La connaissance du champ de force dans lequel évolue le nanofil permet de tester le modèle développé et de prédire l'action en retour de la lumière sur la dynamique du fil et le caractère bidimensionnel de ce mécanisme de couplage. A forte puissance, l'action en retour est responsable d'une instabilité dynamique apparaissant dans des zones où le champ de force est non-conservatif. Ce chapitre vise donc à comprendre l'action en retour liée à la mesure optique des déplacements dans notre système et plus généralement l'effet d'un champ de force bidimensionnel non-conservatif sur des résonateurs ultra-légers.

## 4.1 Dynamique du nanofil plongé dans le champ de force bidimensionnel

On développe ici le formalisme décrivant l'action en retour du champ de force bidimensionnel sur la dynamique du nanofil. De plus, le champ de force optique mesuré dans la partie précédente présentant un caractère non-conservatif, on discute des premières conséquences de la non-conservativité sur la dynamique du fil.

Dans la partie précédente, on a mesuré expérimentalement le champ de force  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_0)$  subi par les deux polarisations mécaniques fondamentales près de l'extrémité libre du nanofil. Les variations spatiales du champ de force optique sont très fortes à l'échelle nanométrique et cela nous invite à considérer que la force ressentie par le nanofil n'est pas constante sur sa trajectoire, même brownienne. On peut réécrire la déflexion du nanofil au point de mesure comme  $\delta\mathbf{r}(t) = \delta\mathbf{r}_0 + \delta\tilde{\mathbf{r}}(t)$ . On peut alors écrire l'équation d'évolution de  $\delta\tilde{\mathbf{r}}$  comme :

$$\ddot{\delta\tilde{\mathbf{r}}}(t) = -\tilde{\Omega}^2(\delta\mathbf{r}_0 + \delta\tilde{\mathbf{r}}(t)) - \tilde{\Gamma}\dot{\delta\tilde{\mathbf{r}}}(t) + \frac{1}{M_{\text{eff}}}(\mathbf{F}(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}_0 + \delta\tilde{\mathbf{r}}(t)) + \delta\mathbf{F}^{\text{th}}(t)) \quad (4.1.1)$$

avec  $\tilde{\Omega}^2 = \begin{pmatrix} \Omega_1^2 & 0 \\ 0 & \Omega_2^2 \end{pmatrix}$  la matrice de rappel, et  $\tilde{\Gamma} = \begin{pmatrix} \Gamma_1 & 0 \\ 0 & \Gamma_2 \end{pmatrix}$  la matrice d'amortissement.

On développe la force externe appliquée sur le nanofil autour de la position d'équilibre  $\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}_0$  au premier ordre en les fluctuations de  $\delta\mathbf{r}(t)$  :

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \mathbf{F}(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}_0 + \delta\tilde{\mathbf{r}}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}_0) + (\delta\tilde{\mathbf{r}} \cdot \nabla)\mathbf{F}\Big|_{\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}_0}$$

On suppose ici que la force subie par le nanofil suit instantanément les variations consécutives au mouvement du nanofil dans le champ de force. Ceci est correct puisqu'au chapitre précédent, on n'a mesuré aucun retard dans l'établissement de la force par rapport aux variations d'intensité aux échelles de temps mécaniques. Ce ne sera plus le cas dans le chapitre suivant où on explore des forces retardées .

Il vient alors

$$\ddot{\delta\tilde{\mathbf{r}}}(t) = -\tilde{\Omega}^2\delta\tilde{\mathbf{r}}(t) - \tilde{\Gamma}\dot{\delta\tilde{\mathbf{r}}}(t) + \frac{1}{M_{\text{eff}}}\left((\delta\tilde{\mathbf{r}}(t) \cdot \nabla)\mathbf{F}\Big|_{\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}_0} + \delta\mathbf{F}^{\text{th}}(t)\right) \quad (4.1.2)$$

Les dérivées spatiales de champ de force induisent donc des termes supplémentaires de rappel qui présentent une structure matricielle. On a montré au chapitre précédent que la déflexion statique pouvait être négligée dans notre cas. On rappelle la définition des termes  $g_{ij}$  du chapitre précédent pour  $(i, j) \in \{1, 2\}^2$  :

$$g_{ij} \equiv \frac{1}{M_{\text{eff}}} \frac{\partial F_j}{\partial r_i} \Big|_{\mathbf{r}_0}$$

On peut réécrire l'équation (4.1.2) :

$$\ddot{\delta\tilde{\mathbf{r}}} = - \begin{pmatrix} \Omega_1^2 - g_{11} & -g_{21} \\ -g_{12} & \Omega_2^2 - g_{22} \end{pmatrix} \delta\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\Gamma}\dot{\delta\tilde{\mathbf{r}}} + \frac{1}{M_{\text{eff}}}\delta\mathbf{F}^{\text{th}} \quad (4.1.3)$$

## Nouvelles fréquences propres et nouveaux vecteurs propres

La matrice de rappel modifiée est donc

$$\mathbf{\Omega}^2 \equiv \begin{pmatrix} \Omega_1^2 - g_{11} & -g_{21} \\ -g_{12} & \Omega_2^2 - g_{22} \end{pmatrix}$$

On voit ici la différence entre les termes de divergence  $g_{11}$  et  $g_{22}$  qui renormalisent simplement les fréquences propres et les termes de cisaillement  $g_{12}$  et  $g_{21}$  qui couplent les deux polarisations mécaniques. On diagonalise  $\mathbf{\Omega}^2$  afin de connaître les nouvelles fréquences propres et les nouveaux vecteurs propres. Les nouvelles fréquences propres sont  $f_{\pm} \equiv \Omega_{\pm}/2\pi$  avec :

$$\Omega_{\pm}^2 = \frac{\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - g_{11} - g_{22}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + g_{22} - g_{11})^2 + 4g_{21}g_{12}} \quad (4.1.4)$$

et on a  $\Omega_- \rightarrow \Omega_1$  et  $\Omega_+ \rightarrow \Omega_2$  quand les  $g_{ij}$  tendent vers 0, c'est-à-dire en absence de lumière. Les nouveaux vecteurs propres unitaires  $\mathbf{e}_{\pm}$  s'expriment dans la base  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$  comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_- &= \frac{1}{\sqrt{(\Omega_-^2 - \Omega_{2//}^2)^2 + g_{12}^2}} \begin{pmatrix} \Omega_{2//}^2 - \Omega_-^2 \\ g_{12} \end{pmatrix} \\ \mathbf{e}_+ &= \frac{1}{\sqrt{(\Omega_+^2 - \Omega_{1//}^2)^2 + g_{21}^2}} \begin{pmatrix} -g_{21} \\ \Omega_+^2 - \Omega_{1//}^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

où on a défini  $\Omega_{1//}^2 \equiv \Omega_1^2 - g_{11}$  et  $\Omega_{2//}^2 \equiv \Omega_2^2 - g_{22}$ .

Le produit scalaire entre les nouveaux vecteurs propres est :

$$\mathbf{e}_+ \cdot \mathbf{e}_- = \frac{g_{12} - g_{21}}{2} \frac{\Omega_{2//}^2 - \Omega_{1//}^2 + \sqrt{(\Omega_{2//}^2 - \Omega_{1//}^2)^2 + 4g_{21}g_{12}}}{\sqrt{g_{12}^2 + (\Omega_{2//}^2 - \Omega_-^2)^2} \sqrt{g_{21}^2 + (\Omega_{1//}^2 - \Omega_+^2)^2}} \propto \mathbf{rot}(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{e}_y \quad (4.1.6)$$

Dans le cas d'un champ de force conservatif,  $g_{12} = g_{21}$  : les nouveaux vecteurs propres restent orthogonaux l'un par rapport à l'autre. Dans le cas contraire, si le champ de force présente un caractère non-conservatif, l'orthogonalité peut être brisée, et ce d'autant plus facilement que le rotationnel de la force est fort.

## Cas de la force induit par un champ optique

Le champ de force optique dépend linéairement de la puissance optique injectée selon  $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = P_{\text{opt}} \mathbf{f}(\mathbf{r})$ . On définit  $\gamma_{ij} \equiv g_{ij}/P_{\text{opt}}$ . On étudie la dépendance en puissance des fréquences propres et des vecteurs propres.

Aux faibles puissances optiques, on a, au second ordre en  $P_{\text{opt}}$  :

$$\begin{aligned} \Omega_-^2 &\approx \Omega_1^2 - \gamma_{11} P_{\text{opt}} - \frac{\gamma_{12}\gamma_{21}}{\Omega_2^2 - \Omega_1^2} P_{\text{opt}}^2 \\ \Omega_+^2 &\approx \Omega_2^2 - \gamma_{22} P_{\text{opt}} + \frac{\gamma_{12}\gamma_{21}}{\Omega_2^2 - \Omega_1^2} P_{\text{opt}}^2 \end{aligned}$$

Dans la base  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ ,

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_- &\approx \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{P_{\text{opt}}}{\Omega_2^2 - \Omega_1^2} \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} + \frac{P_{\text{opt}}^2}{(\Omega_2^2 - \Omega_1^2)^2} \begin{pmatrix} -\gamma_{12}^2/2 \\ \gamma_{12}(\gamma_{22} - \gamma_{11}) \end{pmatrix} \\ \mathbf{e}_+ &\approx \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{P_{\text{opt}}}{\Omega_2^2 - \Omega_1^2} \begin{pmatrix} -\gamma_{21} \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{P_{\text{opt}}^2}{(\Omega_2^2 - \Omega_1^2)^2} \begin{pmatrix} -\gamma_{21}(\gamma_{22} - \gamma_{11}) \\ -\gamma_{21}^2/2 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

## 4.2 Action en retour dans un champ de force bidimensionnel

Dans cette partie, on vérifie la pertinence du modèle et de la mesure de force en déduisant les gradients du champ de force et en comparant leurs effets attendus sur les fréquences propres avec leur mesure directe, déduite des spectres de mouvement Brownien. On étudie ensuite les spécificités de l'action en retour 2D.

### 4.2.1 Etablissement du champ des gradients de force

Ayant mesuré la carte vectorielle du champ de force optique  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_0)$  sur le nanofil, on peut déduire par dérivation spatiale les gradients du champ de force. On a vu dans le chapitre précédent qu'en un certain nombre de positions, le vecteur de mesure est presque orthogonal à l'une des polarisations mécaniques, si bien que la détection est des vibrations selon cette direction propre est délicate. Cela va nous gêner si on emploie une dérivation discrète. Cependant le profil de force est continu et ses variations suffisamment lentes à l'échelle de notre maillage pour s'autoriser à interpoler les composantes de la force en ces points pour s'affranchir de ce problème de détection. On effectue l'interpolation selon  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$ <sup>1</sup>. Cette méthode d'interpolation est validée *a posteriori* par le bon accord obtenu entre l'écart en fréquence observé sur le mouvement Brownien et celui attendu par la carte de force mesurée. On utilise la dérivée d'une gaussienne pour  $F_x$  et une gaussienne pour  $F_z$  interpolant les sections à  $z$  fixé : les points manquants sont remplacés par une valeur interpolée. La Figure 4.1 montre les traitements successifs appliqués à la carte de force depuis la mesure brute à son interpolation.

Pour déduire les gradients de force selon les directions de vibrations  $\partial_i F_j$  ( $i, j \in \{1, 2\}$ ), on calcule par rotation d'angle  $\theta$  les composantes  $F_1$  et  $F_2$  à partir des  $F_x$  et  $F_z$  interpolées. On détermine les dérivées discrètes selon  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$  en utilisant la moyenne des deux points de part et d'autre du point d'étude dans la direction de dérivation<sup>2</sup>. On affiche en Figure 4.2, les  $g_{ij} \equiv \frac{1}{M_{\text{eff}}} \partial_i F_j$  selon les deux directions propres  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_2$ .

Pour une étude plus générale du champ de force, on peut aussi considérer les gradients de force selon les orientations optiques  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$ . Si on projette en chaque point les quatre matrices du champ des gradients de force sur la base des matrices de Pauli, on peut mettre en évidence la divergence, le rotationnel et le cisaillement induit du champ de force. On les affiche en Figure 4.3, accompagnés de pictogrammes représentant la déformation élémentaire de chaque élément de la base.

On remarque en particulier le fort rotationnel sur les côtés du waist qui est une démonstration directe du caractère non-conservatif du champ de force optique. Ceci est également visible

1. On a donc à interpoler plus de points que si on considérait séparément  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_2$  puisque pour connaître  $F_x$  ou  $F_z$ , il faut avoir  $F_1$  et  $F_2$ . Néanmoins, la force projetée selon  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$  rappellent des fonctions simples et variant doucement.

2. On aurait pu, comme pour la mesure du vecteur  $\beta$ , faire une interpolation polynomiale 2D pour mieux capturer la pente, mais cela ne semble pas être un raffinement nécessaire ici.

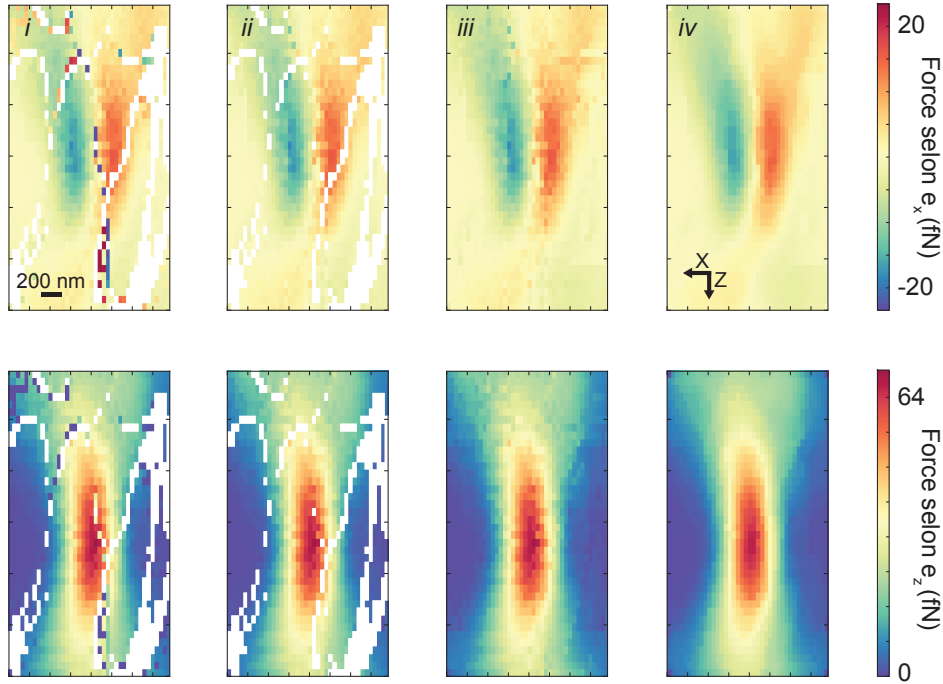


FIGURE 4.1: Illustrations des traitements successifs opérés sur les composantes de la carte de force selon  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$ , respectivement en haut et en bas : (i) résultat brut de l'ajustement des spectres, (ii) retournement du signe des composantes selon les axes propres par continuité avec les proches voisins. La Figure 3.6 est une représentation vectorielle de l'étape (ii). (iii) interpolation des composantes selon  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$  pour les points manquants, (iv) filtre médian appliqué sur ces composantes (fenêtre de  $3 \times 3$  pixels). Les points manquants apparaissent en blanc.

sur la Figure 4.2 où on remarque que  $g_{12}(\mathbf{r}) \neq g_{21}(\mathbf{r})$ . L'intensité des gradients est de l'ordre de  $1/1000$  de la raideur intrinsèque du nanofil, ce qui engendre des décalages en fréquence des polarisations mécaniques comparables à leur largeur spectrale.

On peut, de la même façon, calculer les gradients de force dans le plan horizontal à partir du champ de force simulé (Figure 3.7). Ils sont en bon accord qualitatif avec les observations expérimentales, le faisceau incident simulé étant plus focalisé que celui employé dans l'expérience.

#### 4.2.2 Décalage en fréquence induit par les forces optiques

Les fréquences propres des polarisations mécaniques évoluent dans le profil optique. En plus des décalages induits par les gradients de force, des évolutions de la température du système sont responsables de dérives de fréquence. On trace en Figure 4.4 les fréquences propres mesurées sur les spectres de mouvement Brownien. Les points manquants correspondent à nouveau aux endroits où la polarisation est mal détectée car presque orthogonal au vecteur de mesure. L'asservissement a lieu tous les 15 points, ce qui crée une discontinuité dans le profil des fréquences. Ces dérives sont fortement similaires sur les deux polarisations, et on peut s'en affranchir en étudiant la différence entre les deux fréquences propres. Ces dérives, de l'ordre

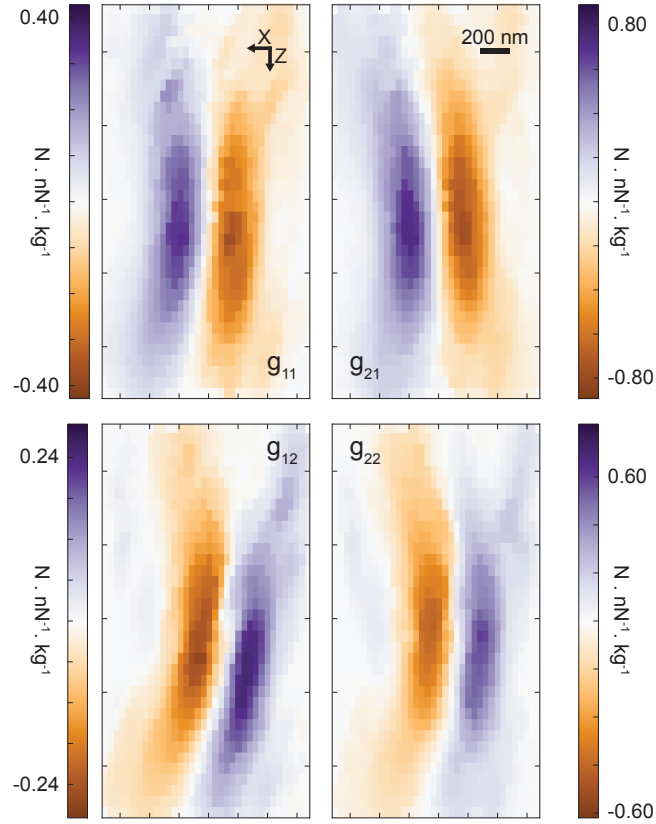


FIGURE 4.2: Cartographie des  $g_{ij} \equiv \frac{1}{M_{\text{eff}}} \partial_i F_j$  représentés dans la base  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ , déduits de la carte de force mesurée.

du kilohertz sur la totalité de la carte et de 300 Hz entre chaque recalage, sont dues aux fortes variations de température dans la salle sur la durée de la mesure (22 h) et à l'échauffement induit par l'absorption optique résiduelle.

Afin d'estimer les valeurs en les quelques points manquants, on interpole le profil de fréquences avec un polynôme de degré 3 en le découpant en segments correspondants à chaque recalage spatial. Cette interpolation n'est engagée que s'il manque strictement moins de 3 points successifs dans un bloc de 15 points.

La différence de fréquence attendue par notre modèle (expression (4.1.4)) et la mesure du champ de force est comparée avec la différence des fréquences propres tirées des spectres de mouvement Brownien. Les résultats sont représentés en Figure 4.5 et montre un excellent accord.

On remarque que la différence des fréquences peut devenir négative par rapport à sa valeur intrinsèque, celle mesurée quand le champ de force a un rôle négligeable (par exemple loin du waist). Ceci représente une différence importante avec le cas 1D, lorsque le couplage entre deux oscillateurs se fait *via* un mécanisme monodimensionnel [97] car alors les modes couplés ne peuvent que présenter un écart en fréquence plus important.

L'accord entre les deux déterminations des écarts en fréquence est observable sur l'allure générale des cartes, présentant un rapprochement des fréquences à droite et un écartement à gauche. Plus précisément, lorsqu'on représente la totalité des points sur un seul graphe, on

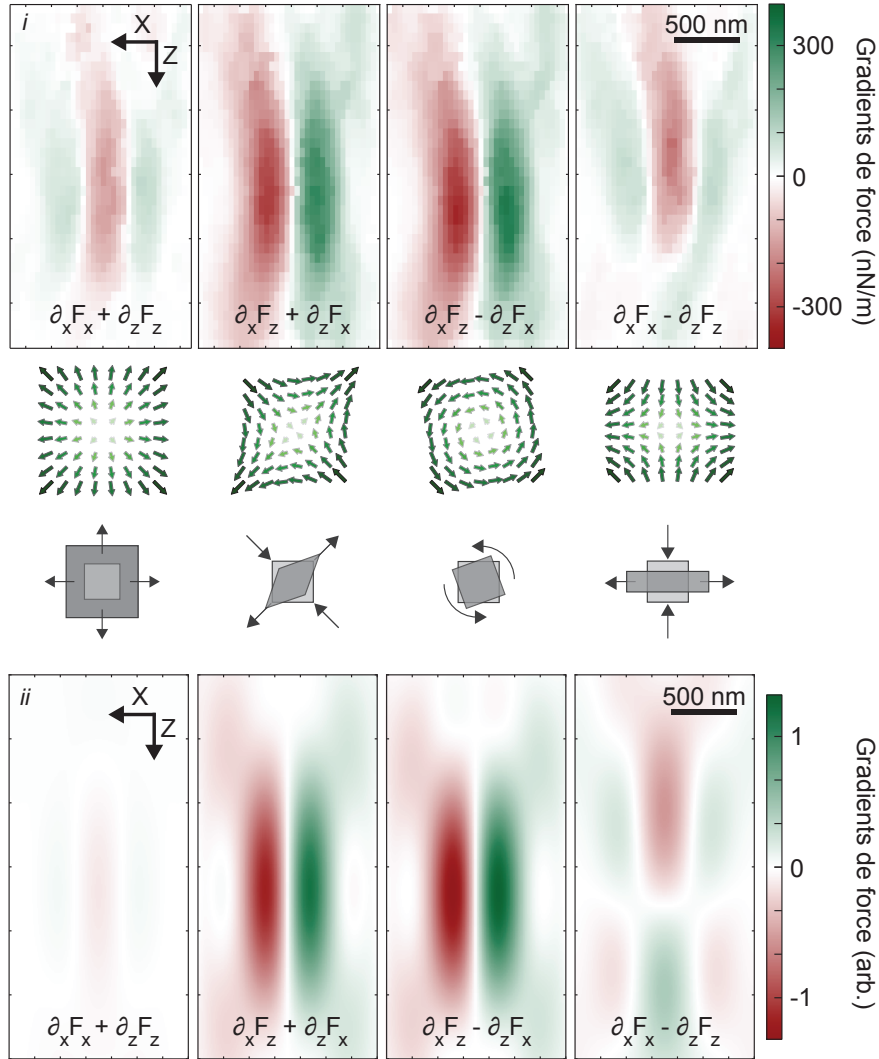


FIGURE 4.3: Carte des gradients des champs de force mesuré en chapitre précédent (i) et simulé (ii), décomposés selon la représentation des matrices de Pauli  $\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  et  $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ , illustrant les déformations élémentaires correspondantes.

constate que les points s'alignent selon la première bissectrice avec un faible écart-type de 5.8 Hz (Figure 4.5iv). Le très bon accord obtenu valide ainsi l'ensemble de la procédure ayant permis cette comparaison et démontre que la dynamique du nanofil est bien en accord avec le champ de force mesuré au chapitre précédent.

### 4.2.3 Action en retour du laser sonde

On étudie maintenant l'action en retour du laser sonde et son rôle dans la détermination des fréquences propres de la mesure du mouvement Brownien. La carte vectorielle de l'interaction

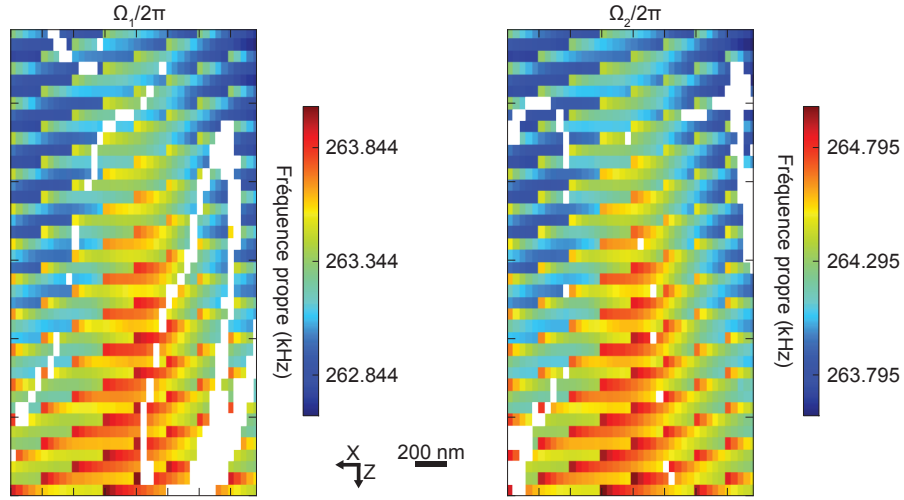


FIGURE 4.4: Cartographie des fréquences propres, mesurées sur les spectres de mouvement Brownien utilisés pour la carte de force, de la première et de la deuxième polarisation mécanique (respectivement gauche et droite) du mode fondamental. Les points blancs correspondent aux lieux où la sensibilité de mesure selon l'axe de vibration est insuffisante pour pointer la fréquence sur le spectre de façon fiable (voir chapitre précédent).

optomécanique entre un faisceau laser à 532 nm focalisé de 96  $\mu\text{W}$  et le nanofil du chapitre précédent a été mesurée en utilisant le faisceau laser à 633 nm de 86  $\mu\text{W}$  comme sonde de déplacement. Dans cette section, on inverse le rôle des deux faisceaux lasers de façon à quantifier l'action en retour due au laser rouge. On montre ici que ce dernier perturbe de façon négligeable la dynamique de l'oscillateur.

On mesure la carte vectorielle de l'interaction optomécanique entre le faisceau rouge focalisé et le nanofil en modulant son intensité grâce à un second modulateur acousto-optique, le laser vert servant maintenant de sonde de déplacement (Figure 4.6). L'asservissement en position est maintenant centré sur le waist du laser rouge. On balaye une région de  $2.5 \times 3 \mu\text{m}^2$  en 36 heures, ce qui correspond à  $30 \times 29$  points avec 24 s de temps de moyennage sur l'analyseur de réseau et 15 s sur l'analyseur de spectre. La valeur maximale du champ de force mesuré est de 3.26 fN pour une profondeur de modulation de 44 % avec 50  $\mu\text{W}$  de puissance optique moyenne. Ceci représente 14.2 fN dans les conditions expérimentales de la mesure de force au laser vert dont le maximum était à 70 fN. L'écart en fréquence entre les deux polarisations mécaniques tiré des mesures de spectres de mouvement Brownien est représenté sur le panneau de droite. L'absence de variations de fréquence notable dans la zone du waist rouge montre que le champ de force optique crée par le laser rouge dans ces conditions - pour cette polarisation optique en particulier, génère une action en retour négligeable en comparaison du champ de force statique induit par le laser vert dont le waist est situé en aval de la zone de balayage suite aux aberrations chromatiques de l'objectif. Ces dernières réduisent encore sa contribution éventuelle dans la mesure de force verte du chapitre précédent. On peut ainsi considérer que le faisceau laser rouge ne perturbe pas la mesure. Selon les propriétés du nanofil, on pourra choisir une longueur d'onde et une polarisation optique qui perturbe le moins



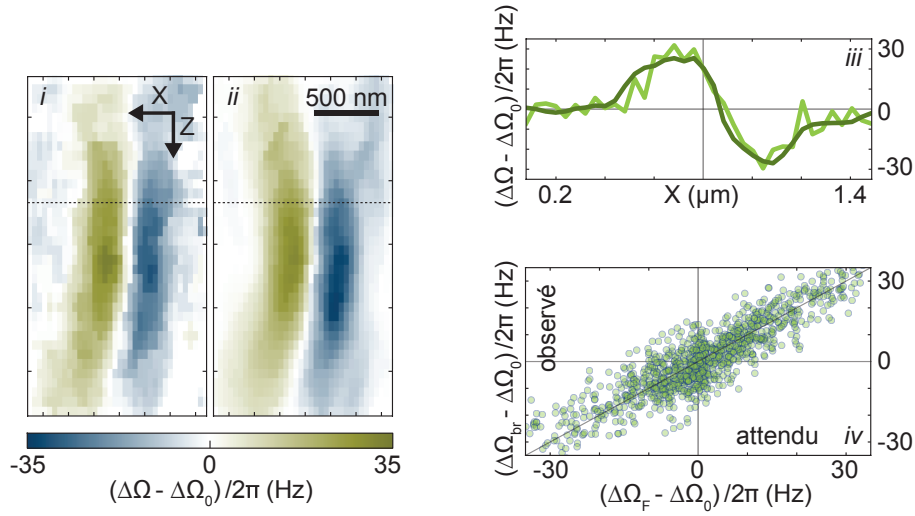


FIGURE 4.5: Différence des fréquences propres entre les deux polarisations mécaniques par rapport à sa valeur intrinsèque déduite du formalisme et de la carte de force expérimentale (i), comparée à la différence de fréquence directement mesurée sur les spectres de mouvement Brownien (ii). La figure (iii) est une section à  $z$  fixé marquée par les pointillés, la figure (iv) représente tous les points des deux matrices tracés position par position l'un fonction de l'autre.

possible la mesure en assurant un rapport signal-à-bruit suffisant pour les besoins de l'expérience. On remarque enfin que la topologie du champ de force généré par le faisceau rouge, non-conservatif également, est similaire à celle du champ de force créé par le faisceau vert. Ceci est une conséquence du petit diamètre du nanofil (150 nm) qui ne permet pas de pomper dans le visible les résonances de Mie d'ordre élevé ( $n > 2$ ) qui donnent lieu à des forces piégeantes ou anti-piégeantes plus importantes.

#### 4.2.4 Rotation des polarisations mécaniques

On peut évaluer la rotation des modes propres induite par les gradients de force dans les conditions d'acquisition de la mesure de force du chapitre précédent en calculant l'angle attendu entre les deux polarisations mécaniques déduit de l'expression (4.1.6) et de la carte de force mesurée. On représente leur carte spatiale en Figure 4.7. L'écart à l'orthogonalité est de  $3^\circ$  maximum pour cette puissance. En utilisant les expressions (4.1.5), on peut établir que l'écart à l'orthogonalité est dû très majoritairement à la rotation de la deuxième polarisation mécanique. Cela donne un ordre de grandeur de l'incertitude à attendre sur la mesure de force liée à la rotation des modes. Si la base des axes propres de vibrations n'est plus orthogonale, il serait nécessaire de connaître la torsion en chaque position afin de réaliser une carte de force. On peut mesurer la rotation des modes propres en observant l'évolution en fonction de la puissance optique de l'amplitude des pics de mouvement Brownien projeté sur le vecteur de mesure, qui lui reste dans la même direction pour toutes les puissances. On verra dans la suite que ce phénomène est une signature de la non-conservativité du champ de force et du

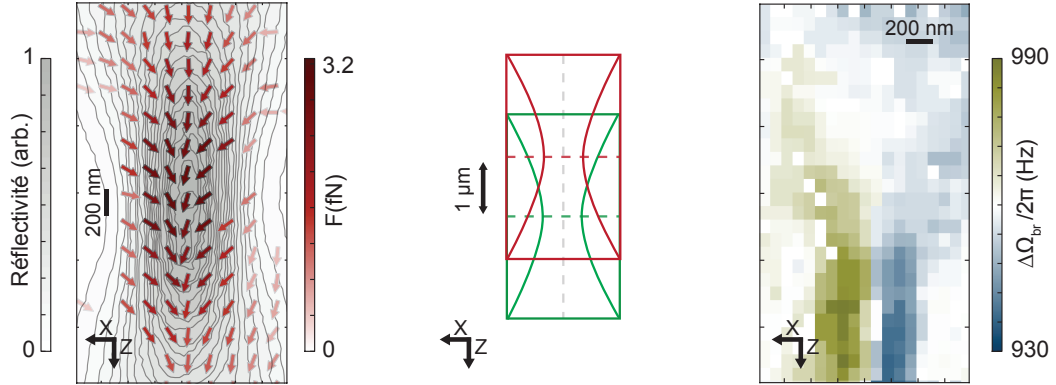


FIGURE 4.6: Gauche : Cartographie vectorielle de l'interaction optomécanique entre le laser rouge focalisé et le nanofil avec les mêmes polarisations optiques que pour la mesure présentée au Chapitre 3, le laser vert étant ici utilisé comme sonde de déplacement ( $P_{633} = 50 \mu\text{W}$ ,  $P_{532} = 100 \mu\text{W}$ ). Centre : Schéma présentant la zone de balayage affichée pour cette mesure centrée sur la position du waist du laser rouge par rapport à la mesure précédente qui était centrée sur le waist du laser vert. Droite : Ecart en fréquence entre les polarisations mécaniques du mode fondamental observé sur les spectres de mouvement Brownien. La mesure est centrée sur le waist du laser rouge et montre que l'action en retour sur la dynamique du nanofil est dominée par le champ de force optique généré par le laser vert.

couplage entre les deux polarisations mécaniques qui affectent de façon très conséquente la dynamique du nanofil à plus forte puissance.

### 4.3 Bifurcation et instabilité topologique

Nous revenons maintenant à une étude des vibrations du nanofil avec un seul laser, sans modulation d'intensité. Pour augmenter la sensibilité au déplacement, on peut être tenté d'augmenter la puissance optique incidente<sup>3</sup>. En Figure 4.8, on montre l'évolution de la carte de transmission différentielle statique dans le plan horizontal pour des puissances optiques incidentes de 140, 260 et 380  $\mu\text{W}$ . Ces mesures sont effectuées à  $1.3 \times 10^{-1}$  mbar. Une zone floue apparaît et s'accroît avec la puissance optique.

On varie la position transverse du fil dans le faisceau à une puissance optique constante et suffisante pour rentrer peu à peu dans cette zone singulière. Des spectres typiques de bruit obtenus sont représentés en Figure 4.9. L'échelle des ordonnées est relative en décibels, les spectres ont été décalés verticalement de façon à mieux en distinguer les spécificités, la référé-

3. Les mesures suivantes ont été effectuées sur le même nanofil quand il avait une longueur de 55  $\mu\text{m}$ . Le fil a ensuite été découpé au laser à une taille d'environ 30  $\mu\text{m}$  de façon à pouvoir faire la mesure de force sans être gêné par une trop forte action en retour. Le profil de force dépend du diamètre et non de la longueur du fil. C'est en effet pour comprendre l'instabilité topologique présentée dans ce chapitre, qui a été observée tôt dans cette thèse (Sept. 2012), que nous avons développé tout le protocole de mesure du champ de force et l'étude de l'action en retour présentée précédemment.

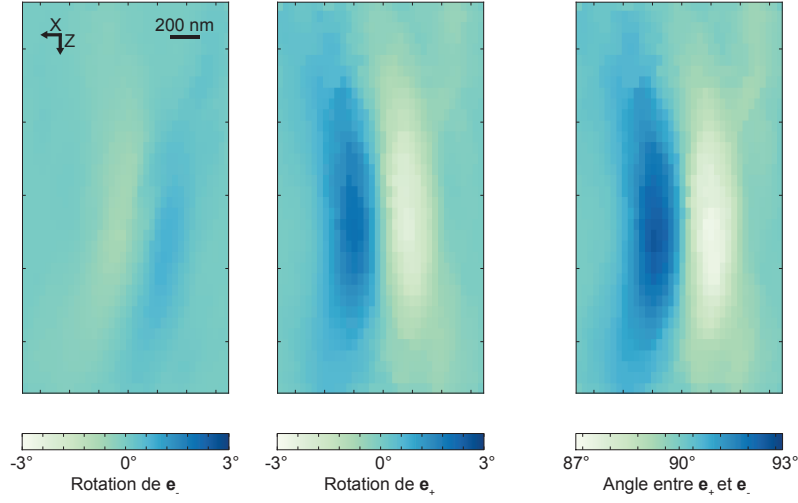


FIGURE 4.7: Cartes des angles de rotation de  $\mathbf{e}_-$  par rapport à  $\mathbf{e}_1$  (gauche), de  $\mathbf{e}_+$  par rapport à  $\mathbf{e}_2$  (centre) et de l'angle entre  $\mathbf{e}_+$  et  $\mathbf{e}_-$  (droite) établies à partir des expressions (4.1.5) et (4.1.6), ainsi que du champ de force mesuré au chapitre précédent.

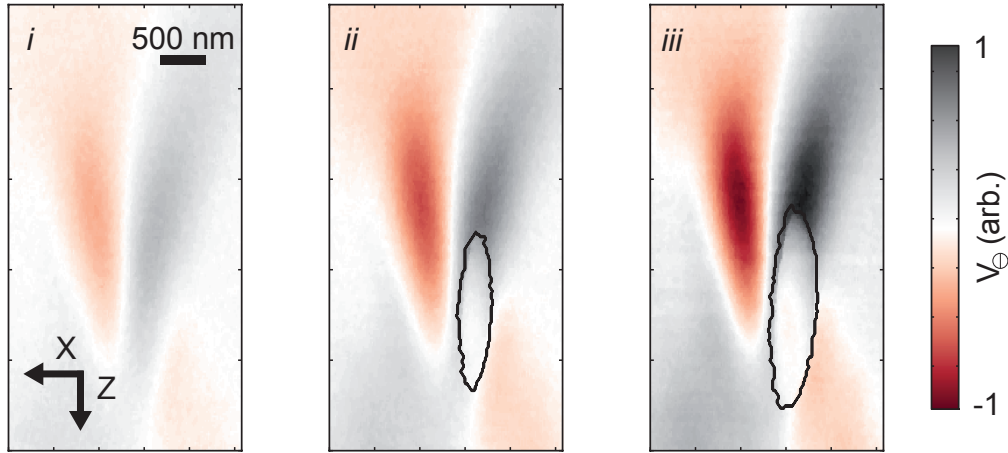


FIGURE 4.8: Cartes de transmission différentielle DC  $V_\Theta(\mathbf{r}_0)$  obtenues pour des puissances optiques croissantes (140, 260 et 380  $\mu\text{W}$  de gauche à droite, à 633 nm). Les contours de la zone d'instabilité sont repérés en noir à partir du traitement expliqué dans le texte.

rence pour chacune des courbes étant donnée par la droite en traitillé. En dehors de la zone singulière (courbe jaune), on distingue le mouvement Brownien des deux polarisations mécaniques bien séparées en fréquence. A mesure que l'on s'approche de sa frontière, les deux fréquences propres se rapprochent peu à peu jusqu'à s'égaliser. Au-delà, un pic cohérent, indépendant de la résolution spectrale d'analyse, ce qui correspond à une auto-oscillation du nanofil (courbe rouge), visible à la caméra.

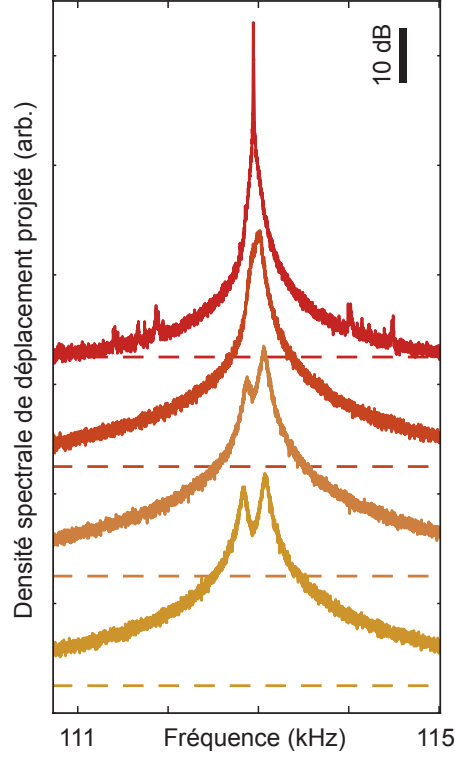


FIGURE 4.9: Densité spectrale de déplacement du mode fondamental obtenu en faisant rentrer progressivement le fil dans la zone d'instabilité topologique de bas en haut ( $P_{\text{opt}} = 350 \mu\text{W}$ ,  $\lambda = 633 \text{ nm}$ ,  $\text{RBW} = 1 \text{ Hz}$ ).

Le champ de force exercé par le faisceau laser sur le nanofil étant non-conservatif, il existe des positions dans le champ optique où les termes de cisaillement pur  $g_{12}$  et  $g_{21}$  ne sont pas égaux (voir Figure 4.2). En particulier, il peut arriver que l'argument de la racine carré apparaissant dans l'expression (4.1.4) devienne négatif :

$$(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + g_{22} - g_{11})^2 + 4g_{21}g_{12} < 0 \quad (4.3.1)$$

Dans ce cas, la racine carré devient imaginaire pur et les deux polarisations mécaniques ont alors les mêmes fréquences propres mais subissent un amortissement supplémentaire de même amplitude, mais de signe opposé : l'une des polarisations est suramortie alors que l'autre est moins amortie. L'orthogonalité des vecteurs propres est brisée par le champ de force non-conservatif (voir expression (4.1.6)), même aux puissances inférieures à celles permettant de vérifier l'expression (4.3.1). Dans la zone d'instabilité, les vecteurs propres deviennent complexes ce qui signifie que le nanofil ne vibre plus suivant deux polarisations linéaires orthogonales mais deux polarisations elliptiques. La polarisation de grand facteur de qualité tourne dans le sens du champ de force, l'autre est dissipée à contre-courant. Pour s'en convaincre, on peut étudier le cas d'un champ purement tourbillonnant tournant dans le sens direct  $g_{12} = -g_{21} = g_{\perp} > 0$ , alors  $\Gamma_{\pm} \rightarrow \Gamma \mp g_{\perp}$  et  $\mathbf{e}_{+} \rightarrow \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2/\sqrt{2}$  qui tourne dans le sens direct également.

A puissance optique suffisamment élevée, l'amortissement topologique peut compenser la dissipation intrinsèque de l'une des polarisations mécaniques et la laisser partir en instabilité à la moindre perturbation extérieure. Cette phénoménologie est due aux variations importantes du champ de force selon les deux directions propres de vibrations du fil, dont l'amplitude peut être contrôlée, dans le cas d'une force optique, par la puissance optique incidente ( $g_{ij} \propto P_{opt}$ ). On parlera de topologie pour désigner l'ensemble des gradients du champ de force local. On voit ainsi apparaître le rôle fondamental de la topologie du champ de force et la nécessité de le connaître précisément afin de comprendre nos observations.

Le départ en instabilité est visible sur les cartes de transmission différentielle  $V_{\ominus}$  comme on a vu en Figure 4.8. Dans les régions où le fil est en auto-oscillation, la mesure BF est moyennée par la trajectoire du fil dans le faisceau. Cela permet de localiser spatialement les régions où la condition (4.3.1) est vérifiée et l'amortissement intrinsèque du fil est compensé par l'action en retour optique.

#### 4.3.1 Dépendance spatiale de la bifurcation

La carte de différence des fréquences mécaniques (Figure 4.5), mesurée bien en-dessous du seuil, nous renseigne sur le lieu du départ de l'instabilité : on l'attend sur la droite de la carte, là où les fréquences se rapprochent. On le vérifie en faisant des balayages systématiques de la position transverse du fil sur environ 500 nm et en enregistrant le spectre de déplacement centré sur le premier mode mécanique à différentes puissances optiques, de 200 à 380  $\mu$ W, pour apprécier l'effet de l'action en retour sur les fréquences propres du premier mode mécanique (Fig. 4.10). La résolution spectrale d'analyse est choisie à un minimum de 1 Hz pour bien apprécier la finesse du pic cohérent. Le fil prend 100 positions différentes où chaque spectre est moyenné pendant seulement 6 s pour limiter les dérives spatiales. La baisse de sensibilité observée au centre des balayages est dû à un gradient de transmission de faible amplitude en ce point. On remarque qu'à faible puissance optique, les fréquences se décalent progressivement, pour se rapprocher, dans une zone bien localisée, quand on augmente la puissance. Une fois passé un seuil de puissance, les deux polarisations mécaniques ont alors même fréquence, le fil entre en instabilité dans une zone bien localisée car la condition (4.3.1) à vérifier dépend des gradients de forces locaux. En augmentant encore la puissance, la zone d'instabilité s'allonge. Quand le fil auto-oscille, on voit apparaître des bandes latérales qui sont dues à du bruit basse fréquence auquel on devient de plus en plus sensible en vibrant de plus en plus, mais qui demeurent néanmoins 50 dB en dessous du pic central, pourtant fortement écrêté à cause des non-linéarités de mesures (voir 4.3.6).

#### 4.3.2 Dépendance locale en la puissance optique

En dehors de la position dans le champ de force, le paramètre naturel de contrôle est la puissance optique incidente. En effet, le champ de force et donc tous les termes de gradients  $g_{ij}$  en dépendent linéairement. La transition vers l'instabilité topologique est étudiée en faisant varier continûment la puissance optique incidente, après avoir positionné le fil dans une zone instable. On utilise pour cela une lame demi-onde montée sur une monture motorisée (*Thorlabs PRM1/MZ8E*) qu'on contrôle *via* l'interface précédemment décrite. On commence par calibrer la monture en enregistrant la variation de puissance optique avant l'enceinte grâce à un wattmètre (*Newport 1830-C*) en fonction de l'angle de la lame. On interpole cette courbe et

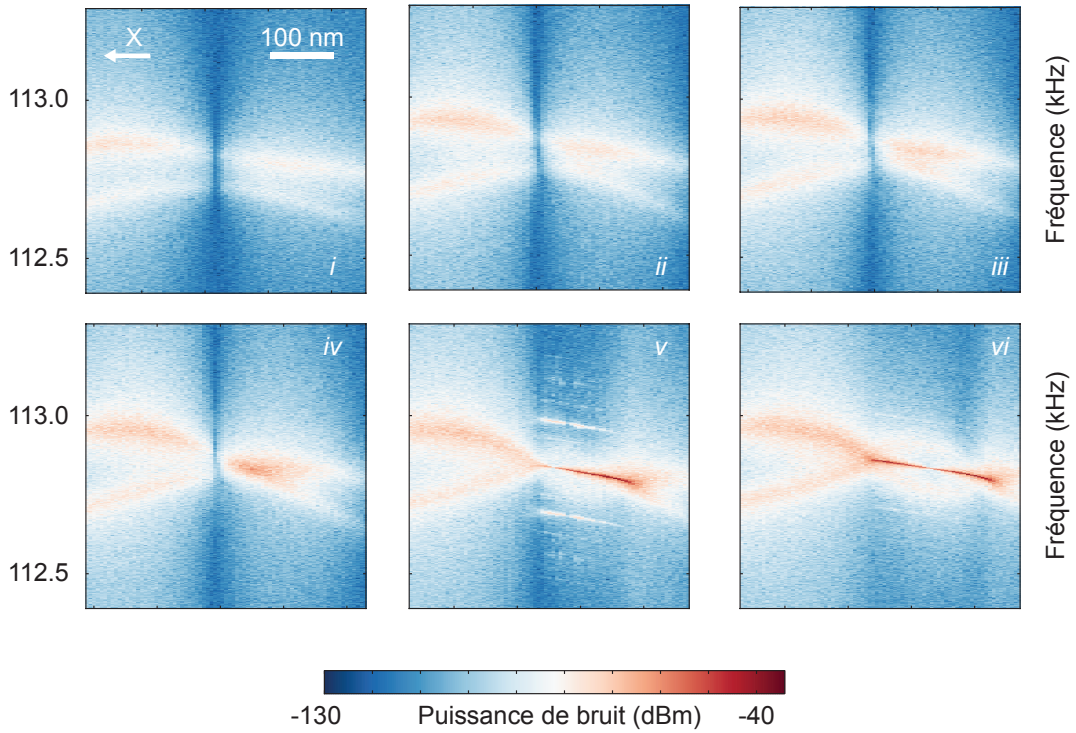


FIGURE 4.10: Evolution des spectres de bruit de déplacement centrés sur le mode fondamental du nanofil en fonction de la position transverse du nanofil - le waist étant à l'extrême gauche de chaque image, pour différentes puissances optiques. Ceci illustre la forte localisation spatiale de la zone d'instabilité sur le côté droit du waist : de (i) à (vi) : 200, 230 260, 290, 350 et 380  $\mu\text{W}$  ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ,  $\text{RBW} = 1 \text{ Hz}$ ).

on l'inverse de façon à pouvoir envoyer en commande à la monture motorisée la puissance optique voulue. On effectue cette calibration avant et après la mesure, ce qui permet de s'assurer que la fonction de l'angle reste la même au cours du temps. On enregistre ainsi 100 spectres moyennés chacun 2 s, avec une résolution de 1 Hz, pour des puissances optiques variant de 90 à 360  $\mu\text{W}$ . Ces spectres sont tracés en Figure 4.11 en fonction de la puissance incidente avant l'enceinte. Avant le seuil de bifurcation, les deux polarisations mécaniques sont bien séparées. Elles se rapprochent quand on augmente la puissance optique pour finalement se rejoindre. Au-delà de ce seuil, on observe l'apparition d'un pic monochromatique. Le fil vibre avec plus de 50 dB de dynamique supplémentaire au-dessus du niveau observé avant la bifurcation. On trace en-dessous la différence des fréquences et l'amplitude de chaque polarisation en fonction de la puissance optique, obtenus *via* l'algorithme de détection des pics utilisé pour les ajustements automatiques du mouvement Brownien (voir sous-section 3.3.2), en trait gris sur la donnée brute. La différence des fréquences peut être ajustée grâce à l'expression (4.1.4) avec des gradients de force réalistes. Le facteur de qualité est trop grand pour qu'on puisse ici distinguer la coalescence des fréquences et le départ en instabilité. En ce qui concerne l'amplitude des pics, l'écart observé à faible puissance entre les deux modes s'explique par un vecteur

de mesure plus favorable à la première polarisation mécanique. En augmentant la puissance, avant le départ en instabilité, la deuxième polarisation est aussi bien détectée que la première. Le vecteur de mesure n'a pas changé - on fait la mesure rapidement pour éviter cela, c'est une signature de la torsion des modes due à la vortécité du champ de force (voir expression 4.1.6).

### Différence entre coalescence des fréquences et départ en instabilité

Une réduction de l'amortissement intrinsèque  $\Gamma$  entraîne une réduction du seuil d'instabilité,  $P_{\text{inst}}$ , qui converge vers le seuil de bifurcation  $P_{\text{thres}}$  pour les facteurs de qualité infinis (voir Figure 4.12). Ce dernier ne dépend pas du facteur de qualité mécanique. Puisqu'il est difficile expérimentalement de discriminer l'apparition de l'instabilité et la coalescence des fréquences, on a analysé à place comment l'aire de l'instabilité topologique, mesurée à une puissance optique donnée, évolue avec le facteur de qualité.

#### 4.3.3 Evolution de l'aire de la zone d'instabilité

On a vu en Figure 4.8 que la zone d'instabilité grandit avec la puissance optique. On étudie ici la géométrie de la zone d'instabilité et sa dépendance en puissance optique.

##### Formalisation

On introduit le discriminant de la matrice de rappel :

$$D(\mathbf{r}, P) \equiv \Delta^4 - 2\Delta^2 Pf(\mathbf{r}) + P^2 h(\mathbf{r})$$

avec  $\Delta^2 \equiv \Omega_1^2 - \Omega_2^2$ ,  $f(\mathbf{r}) = \gamma_{11} - \gamma_{22}$  et  $h(\mathbf{r}) = (\gamma_{11} - \gamma_{22})^2 + 4\gamma_{12}\gamma_{21}$ . A basse puissance, le discriminant est positif pour tout point de l'espace. On suppose qu'il existe une position  $\mathbf{r}_0 = (x_0, z_0)$  où la coalescence des fréquences se fait en premier, correspondant à  $\Delta\Omega = 0$  pour une puissance  $P_{\text{thres}}$  qui vérifie :

$$D(\mathbf{r}_0, P_{\text{thres}}) = 0 \quad \text{et} \quad \nabla D(\mathbf{r}, P_{\text{thres}})|_{\mathbf{r}_0} = \mathbf{0}$$

L'expression de la puissance seuil de bifurcation est

$$P_{\text{thres}} = (\Omega_2^2 - \Omega_1^2) \frac{\gamma_{11} - \gamma_{22} + 2\sqrt{-\gamma_{21}\gamma_{12}}}{-(\gamma_{22} - \gamma_{11})^2 - 4\gamma_{21}\gamma_{12}} \quad (4.3.2)$$

qui augmente avec l'écart intrinsèque des fréquences propres  $\Delta\Omega_0$ .

Il existe aussi un point de l'espace  $\mathbf{r}_1$  où l'instabilité topologique apparaît en premier à une puissance optique  $P_{\text{inst}}$ , correspondant à  $\text{Im}(\Delta\Omega) = 1/2\bar{\Omega}\sqrt{|D(\mathbf{r}_1, P_{\text{inst}})|} = -\Gamma$ , ce qui correspond à :

$$D(\mathbf{r}_1, P_{\text{inst}}) = -4\Gamma^2\bar{\Omega}^2 \quad \text{et} \quad \nabla D(\mathbf{r}, P_{\text{inst}})|_{\mathbf{r}_1} = \mathbf{0}. \quad (4.3.3)$$

En général, les points  $\mathbf{r}_0$  and  $\mathbf{r}_1$  peuvent être différents. Néanmoins, dans la limite des grands facteurs de qualité ( $\Gamma \rightarrow 0$ ), on attend  $P_{\text{inst}} \rightarrow P_{\text{thres}}$  et  $\mathbf{r}_1 \rightarrow \mathbf{r}_0$ .



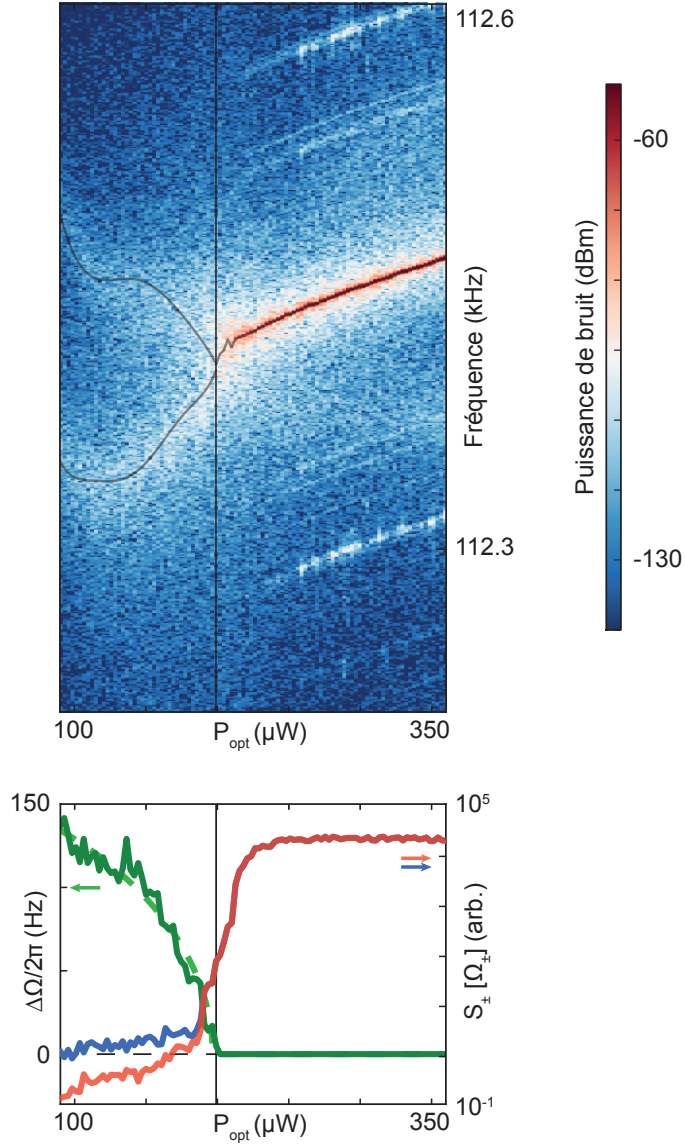


FIGURE 4.11: Mesure de la densité spectrale de bruit de position, centrée sur les deux polarisations mécaniques du mode fondamental en fonction de la puissance optique mesurée avant l'enceinte, en une position dans le champ de force permettant d'observer l'instabilité topologique, i.e. où l'expression (4.3.1) est vérifiée ( $\lambda = 633$  nm, RBW = 1 Hz). Les traits gris soulignent l'évolution en fréquence des polarisations mécaniques utilisés pour afficher dans le panneau inférieur la différence des fréquences propres en vert. Les amplitudes des pics, ajustés avec une lorentzienne avant l'instabilité pour chacune des deux polarisations mécaniques, sont représentés en bleu et rouge respectivement.

La bifurcation apparaît lorsque

$$\Delta^4 - 2\Delta^2 P_{\text{thres}} f_0 + P_{\text{thres}}^2 h_0 = 0 \quad \text{et} \quad 2\Delta^2 \nabla f|_{\mathbf{r}_0} = P_{\text{thres}} \nabla h|_{\mathbf{r}_0}$$



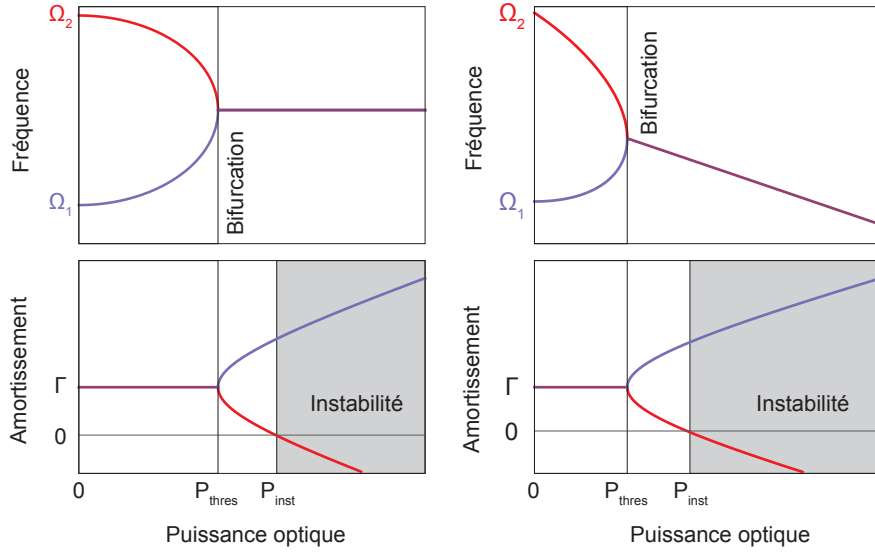


FIGURE 4.12: Evolution des propriétés mécaniques de l'oscillateur en fonction de la puissance optique à travers l'instabilité topologique. Les panneaux supérieurs représentent les fréquences mécaniques des polarisations fondamentales,  $\Omega_{\pm} = \sqrt{\text{Re}(\Omega_{\pm}^2)}$ , tandis que les panneaux inférieurs représentent les amortissements  $\Gamma_{\pm} = \Gamma - \frac{\text{Im}(\Omega_{\pm}^2)}{\Omega_{\pm}}$ , dérivé des valeurs propres  $\Omega_{\pm}^2$  de la matrice de rappel  $\Omega^2$ . Sur le panneau de gauche,  $\mathbf{g} \propto \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ , c'est-à-dire un champ de force purement rotationnel, et sur la droite  $\mathbf{g} \propto \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

On peut alors calculer les frontières de la région de bifurcation en explorant les endroits  $\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}$  où le discriminant est nul pour une puissance optique légèrement plus grande que le seuil de  $P_{\text{thres}} + \delta P$  :

$$D(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}, P_{\text{thres}} + \delta P) = 0 \quad (4.3.4)$$

Pour calculer la forme et l'aire de la région de bifurcation, on développe au second ordre en  $\delta\mathbf{r}$  et au premier ordre la puissance optique en  $\delta P$ . Le développement au second ordre spatial de la fonctions  $f$  s'écrit (le développement de  $h$  est identique) :

$$f(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}) \approx f_0 + (\delta\mathbf{r} \cdot \nabla)f + \frac{\delta_x^2}{2} \partial_{xx}f + \delta_x \delta_z \partial_{xz}f + \frac{\delta_z^2}{2} \partial_{zz}f$$

Après simplification, l'expression (4.3.4) devient :

$$\left\{ \frac{\delta_x^2}{2} \partial_{xx} + \frac{\delta_z^2}{2} \partial_{zz} + \delta_x \delta_z \partial_{xz} \right\} (-2\Delta^2 P_{\text{thres}} f + P_{\text{thres}}^2 h) + \{ \delta_x \partial_x + \delta_z \partial_z + 1 \} (P_{\text{thres}} h - \Delta^2 f) 2\delta P = 0$$

qui est l'équation d'une ellipse dans un référentiel  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$  qui n'est pas aligné avec ses axes propres :

$$\alpha_{xx} \delta_x^2 + \alpha_{zz} \delta_z^2 + \alpha_{xz} \delta_x \delta_z + \beta_x \delta_x + \beta_z \delta_z + \gamma = 0$$

On peut trouver une base  $(\mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v)$  qui, par rotation de la base  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$  de  $\vartheta$ , annule le coefficient du terme croisé  $\delta_u \delta_v$ .

$$\tan 2\vartheta = \frac{\alpha_{xz}}{\alpha_{xx} - \alpha_{zz}}$$

Cette base est alignée avec les axes propres de l'ellipse. Dans cette nouvelle base, l'équation de l'ellipse devient :

$$\alpha_{uu}\delta_u^2 + \alpha_{vv}\delta_v^2 + \beta_u\delta_u + \beta_v\delta_v + \gamma = 0$$

avec :

$$\begin{aligned}\alpha_{uu} &= \alpha_{xx} \cos^2 \vartheta + \alpha_{xz} \cos \vartheta \sin \vartheta + \alpha_{zz} \sin^2 \vartheta \\ \alpha_{vv} &= \alpha_{xx} \sin^2 \vartheta - \alpha_{xz} \cos \vartheta \sin \vartheta + \alpha_{zz} \cos^2 \vartheta \\ \beta_u &= \beta_x \cos \vartheta + \beta_z \sin \vartheta \\ \beta_v &= -\beta_x \sin \vartheta + \beta_z \cos \vartheta \\ \gamma &= 2\delta P(P_{\text{thres}}h_0 - \Delta^2 f_0)\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}\alpha_{xx} &= \partial_{xx} (-2\Delta^2 P_{\text{thres}}f + P_{\text{thres}}^2 h) / 2 \\ \alpha_{zz} &= \partial_{zz} (-2\Delta^2 P_{\text{thres}}f + P_{\text{thres}}^2 h) / 2 \\ \alpha_{xz} &= \partial_{xz} (-2\Delta^2 P_{\text{thres}}f + P_{\text{thres}}^2 h) \\ \beta_x &= 2\delta P \partial_x (P_{\text{thres}}h - \Delta^2 f) \\ \beta_z &= 2\delta P \partial_z (P_{\text{thres}}h - \Delta^2 f)\end{aligned}$$

On peut alors réécrire l'équation de l'ellipse :

$$\frac{(\delta_u - u_0)^2}{a^2} + \frac{(\delta_v - v_0)^2}{b^2} = 1$$

où  $a$  et  $b$  sont les demi-axes de l'ellipse d'aire  $\pi ab$  et de centre  $(u_0, v_0)$  dans la base  $(\mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v)$ . On définit

$$K \equiv \beta_u^2 / 4\alpha_{uu} + \beta_v^2 / 4\alpha_{vv} - \gamma$$

de sorte que  $a \equiv \sqrt{K/\alpha_{uu}}$ ,  $b \equiv \sqrt{K/\alpha_{vv}}$  et  $(u_0, v_0) \equiv (-\beta_u / 2\alpha_{uu}, -\beta_v / 2\alpha_{vv})$ .

Ainsi, l'aire de l'ellipse  $S = \pi ab$  peut s'écrire :

$$S_{\text{thres}} = \pi \sqrt{\frac{K^2}{\alpha_{uu}\alpha_{vv}}}$$

Le discriminant de l'ellipse est invariant par rotation de la base :  $\alpha_{uu}\alpha_{vv} = \alpha_{xx}\alpha_{zz} - \alpha_{xz}^2 / 4 > 0$ . Au premier ordre en  $\delta P (> 0)$ ,  $K^2 \approx \gamma^2$  et on obtient :

$$S_{\text{thres}}(\delta P) = \pi \frac{2|P_{\text{thres}}h_0 - \Delta^2 f_0|}{\sqrt{\alpha_{xx}\alpha_{zz} - \alpha_{xz}^2 / 4}} \delta P$$

qui présente une dépendance linéaire en  $\delta P = P - P_{\text{thres}}$ . On peut aussi le réécrire,

$$S_{\text{thres}}(P) = 2\pi(P - P_{\text{thres}}) \frac{|\partial_P D|}{\sqrt{\partial_{xx}D \cdot \partial_{zz}D - \partial_{xz}D \cdot \partial_{xz}D}} \Big|_{\mathbf{r}_0, P_{\text{thres}}}$$

Le même raisonnement peut être développé pour calculer l'évolution de l'aire d'instabilité  $S_{\text{inst}}(P)$  pour des puissances optiques au-delà de  $P_{\text{inst}}$  :

$$S_{\text{inst}}(P) = 2\pi(P - P_{\text{inst}}) \frac{|\partial_P D|}{\sqrt{\partial_{xx} D \cdot \partial_{zz} D - \partial_{xz} D \cdot \partial_{xz} D}} \Big|_{\mathbf{r}_1, P_{\text{inst}}}$$

En supposant que les positions auxquelles la bifurcation et l'instabilité apparaissent soient identiques ( $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_1$ ), ce qui est vrai à grand facteur de qualité mécanique, on a :

$$P_{\text{inst}} \approx P_{\text{thres}} + \frac{4\bar{\Omega}^2 \Gamma^2}{-\partial_P D|_{\mathbf{r}_0, P_{\text{thres}}}} \quad (4.3.5)$$

qui montre qu'une augmentation du facteur de qualité mécanique réduit l'écart des puissances seuils entre la coalescence des fréquences propres et l'instabilité dynamique ( $\partial_P D|_{\mathbf{r}_0, P_{\text{thres}}} < 0$ ). Ainsi, au premier ordre en  $\Gamma^2 = \bar{\Omega}^2/Q^2$ , on obtient :

$$S_{\text{inst}}(P) = 2\pi \left( P - P_{\text{thres}} - \frac{4\bar{\Omega}^4/Q^2}{-\partial_P D|_{\mathbf{r}_0, P_{\text{thres}}}} \right) \frac{|\partial_P D|}{\sqrt{\partial_{xx} D \cdot \partial_{zz} D - \partial_{xz} D \cdot \partial_{xz} D}} \Big|_{\mathbf{r}_0, P_{\text{thres}}} \quad (4.3.6)$$

### Dépendance de la zone d'instabilité avec la puissance optique

Durant la mesure, représentée partiellement en Figure 4.8, on enregistre en même temps la voie HF du détecteur sur la carte d'acquisition, ce qui permet d'identifier plus facilement les zones où le fil part en instabilité. On extrait l'aire de la zone d'instabilité en prenant le gradient de la carte HF pour en détecter les bords : quand le fil auto-oscille à la fréquence de son mode fondamental, le niveau du signal HF est 50 dB au-dessus du bruit thermique, facilement détectable sur une acquisition en temps réel. On effectue ensuite une détection de seuil arbitraire, couplée à un algorithme qui vérifie que le point n'est pas isolé, itéré plusieurs fois : on veut ainsi se débarrasser des points au-dessus du seuil qui ne sont que du bruit. On peut ainsi mesurer quantitativement l'aire de la zone d'instabilité avec la résolution spatiale définie par la résolution des pixels ( $16 \text{ nm} \times 25 \text{ nm}$ ) et par la qualité de la détection des bords d'une image définie par un signal sinusoïdal sous-échantillonné. Le résultat est représenté en Figure 4.13. Au-delà du seuil, l'aire de l'instabilité augmente linéairement la puissance incidente comme attendue par le développement au premier ordre (4.3.6). Sur le panneau de droite, on affiche l'augmentation de l'aire attendue par la mesure de la carte de force du chapitre précédent en augmentant virtuellement la puissance optique pour les mêmes fréquences intrinsèques que sur le panneau de gauche. Un seuil plus bas est bien observé expérimentalement (voir 4.3.5) ; il est dû au plus grand couplage optomécanique entre la lumière à 532 nm et le nanofil de 150 nm de diamètre.

### Dépendance de l'aire de la zone d'instabilité en le facteur de qualité mécanique

On a étudié l'évolution de l'aire d'instabilité avec le facteur de qualité mécanique afin de valider les développements précédents. On améliore ici la mesure en enregistrant le signal en mode *zerospan* sur un analyseur de spectre centré sur la fréquence du mode fondamental et en intégrant sur une plage spectrale suffisante (510 Hz) pour palier à d'éventuels décalages de la fréquence de résonance. On effectue ainsi une cartographie en restant 60 ms par point. La puissance optique est de  $310 \mu\text{W}$  et la résolution spatiale est de  $12 \times 48 \text{ nm}^2$ . On varie la

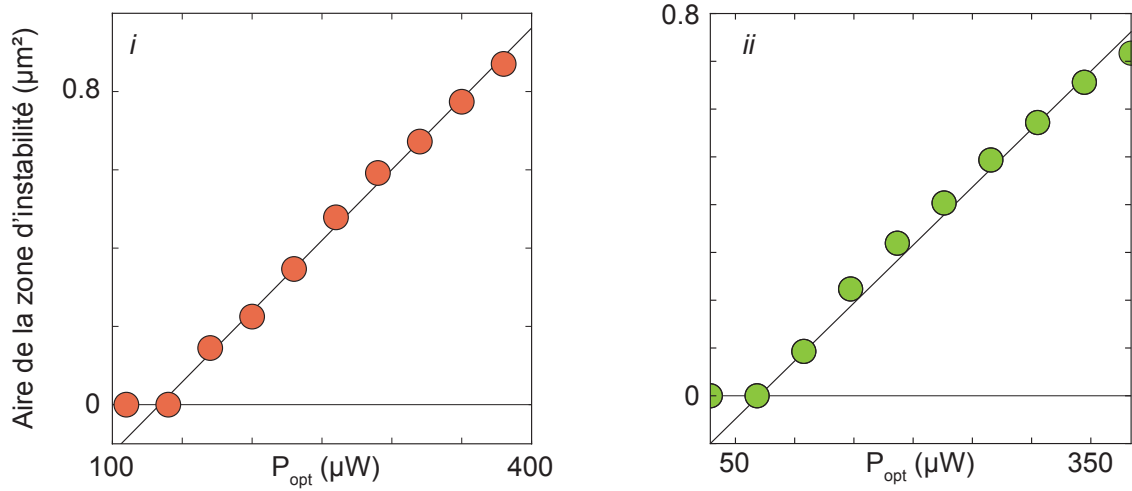


FIGURE 4.13: Evolution de l'aire de la zone d'instabilité pour une puissance optique croissante. (i) mesurée à partir des cartes partiellement représentées en Figure 4.8 ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ). Le seuil d'instabilité est ici de  $134 \mu\text{W}$  et la pente de  $3.6 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}^2/\mu\text{W}$ . (ii) attendue à partir de la carte de force mesurée dans le chapitre précédent ( $\lambda = 532 \text{ nm}$ ) en prenant comme fréquences intrinsèques  $\Omega_1/2\pi = 112.35 \text{ kHz}$  et  $\Omega_2/2\pi = 112.50 \text{ kHz}$ . Le seuil est ramené à  $70 \mu\text{W}$  et la pente à  $2.4 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}^2/\mu\text{W}$ .

pression dans l'enceinte de  $2.2 \times 10^{-3} \text{ mbar}$  à  $4 \times 10^{-1} \text{ mbar}$ . Avant chaque carte, on mesure un spectre de mouvement Brownien en dehors de la zone d'instabilité pour pouvoir en tirer le facteur de qualité des deux polarisations mécaniques. L'évolution de l'aire de la zone d'instabilité, détectée grâce à un seuil arbitraire, avec le facteur de qualité mécanique est représentée en Figure 4.14, ajustée grâce à l'expression (4.3.6) tel que  $S_{\text{inst}}(Q) = 0.52 \mu\text{m}^2 \times (1 - (508.9/Q)^2)$ .

Plus l'amortissement intrinsèque est faible, plus il est facile de partir en instabilité. Augmenter le facteur de qualité va décaler le seuil d'instabilité vers le seuil d'égalisation  $P_{\text{thres}}$  des fréquences qui lui ne dépend pas de l'amortissement. Ceci est responsable de la saturation de l'aire de l'instabilité à puissance optique constante quand  $Q \rightarrow +\infty$ . Ceci est une preuve indirecte qu'il y a une différence entre la coalescence des fréquences qui dépend uniquement de l'écart des fréquences intrinsèque et du champ de force et le départ en instabilité, qui dépend en plus de l'amortissement intrinsèque du nanofil.

### Influence des orientations mécaniques

L'apparition de l'instabilité sur le côté droit de la carte est due à l'orientation des polarisations mécaniques qui sont décalées par rapport à la direction de propagation du faisceau laser. On peut, à partir des champs de force mesuré ou simulé, prédire dans quelle région l'instabilité va apparaître pour une orientation des polarisations mécaniques donnée. En utilisant

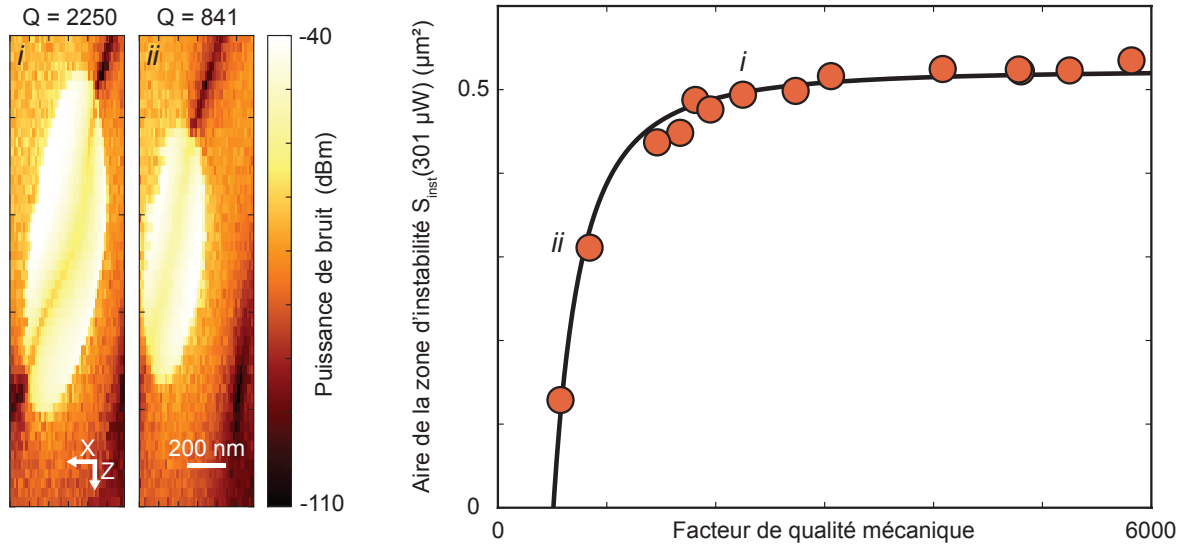


FIGURE 4.14: Aire de la zone d'instabilité en fonction du facteur de qualité mécanique pour une puissance optique incidente constante ( $310 \mu\text{W}$ ). L'ajustement en noir suit l'expression (4.3.6). Deux cartes de la densité spectrale de bruit en mode *zerospan* centré sur le mode fondamental pour  $Q = 2250$  et  $Q = 841$  sont représentés à gauche. La carte est centrée sur la zone d'instabilité, le waist étant à l'extrême gauche. La trainée sombre représente une zone de faible sensibilité qui se propage à travers la zone instable.

les gradients de force simulés dans la partie précédente, on peut calculer l'écart en fréquence pour différentes orientations des axes de vibrations mécaniques pour une puissance optique constante en prenant comme fréquences intrinsèque et masses effectives celles données par l'expérience. Les écarts sont représentés en Figure 4.15. Les parties blanches correspondent aux zones d'instabilité. On constate que le lieu d'apparition de la zone d'instabilité dépend fortement des orientations des modes propres. Le bon accord observé entre simulations et expériences valide donc les mesures d'orientation présentées en Section 2.7.

#### 4.3.4 Evolution avec la polarisation optique incidente

Le couplage optomécanique est gouverné par les résonances de Mie qui dépendent fortement du diamètre du fil et de la polarisation de la lumière (voir Section 1.3.4). Ceci est particulièrement visible dans l'étude de la coalescence des fréquences et de l'instabilité. Pour cela, on mesure des spectres de mouvement Brownien en déplaçant le fil selon l'axe transverse  $\mathbf{e}_x$  à puissance optique constante mais en variant la polarisation optique. Pour une polarisation optique donnée, le nanofil est déplacé de quelques micromètres le long de l'axe transverse en 500 positions différentes. En chaque position, on enregistre un spectre de vibration centré sur le mode fondamental pour une durée de mesure totale d'environ 10 minutes pour chaque polarisation. La polarisation optique est ajustée grâce une lame demi-onde sans modifier la puissance incidente de  $350 \mu\text{W}$  avant l'enceinte qui est suffisante pour atteindre l'instabilité topologique comme on l'a vu précédemment. Les dérives spatiales qui ont lieu pendant les mesures sont

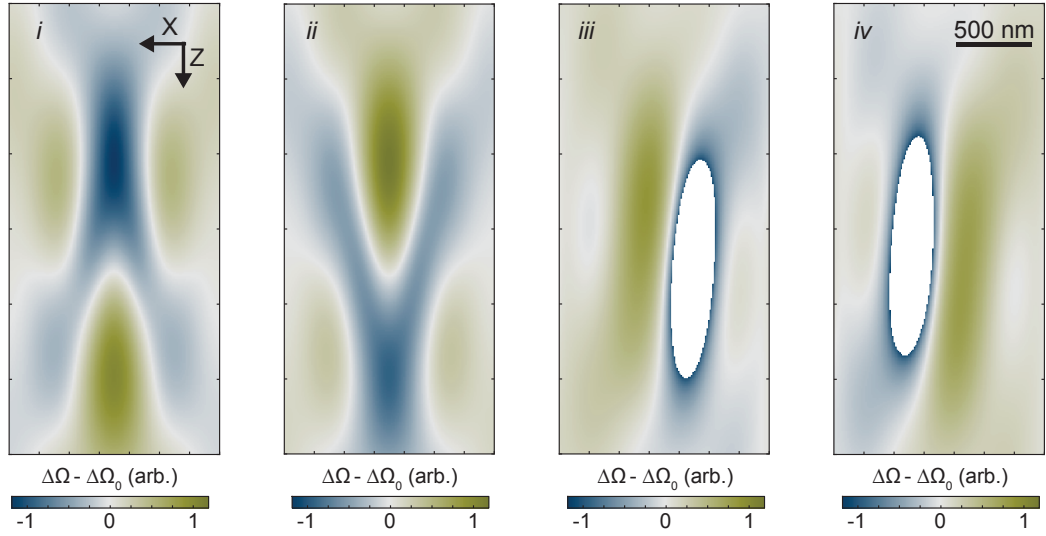


FIGURE 4.15: Ecart entre les fréquences des deux polarisations mécaniques du mode fondamental déduit de la carte de force simulée (Figure 3.7) pour différentes orientations des modes mécaniques à partir de l'expression (4.1.4) et du calcul des gradients de champ de force. Les zones blanches correspondent aux lieux où les deux fréquences sont dégénérées : (i)  $\theta = 0^\circ$ , (ii)  $\theta = 90^\circ$ , (iii)  $\theta = 115^\circ$ , (iv)  $\theta = 25^\circ$

réajustées grâce au minimum de sensibilité, très localisé et situé au début du dernier tiers du balayage. La Figure 4.16 montre la densité spectrale de position mesurée pour différentes polarisations optiques, zoomées sur la zone d'intérêt entre 111.77 kHz et 113.77 kHz. Le rapport signal-à-bruit est maximisé - à puissance optique constante - quand le champ électrique avant l'objectif d'entrée est aligné avec l'axe du fil et on constate également que l'action en retour est également maximisée dans cette configuration. Dans le panneau de droite, on a rapporté l'écart en fréquence entre les deux polarisations mécaniques en trois positions différentes, marquées par des traits de couleurs correspondant sur le panneau de gauche, pour les différentes polarisations. Pour ce faire, les pics sur chaque spectre ont été détectés une nouvelle fois avec l'algorithme présenté précédemment, puis lissés à l'aide d'une interpolation avec un polynôme d'ordre 6 pour chaque polarisation mécanique le long d'un axe, de façon à passer outre les problèmes de sensibilité en certaines positions.

La polarisation optique présentant le plus grand signal-à-bruit est aussi celle pour laquelle l'instabilité topologique est maximale. Ceci illustre la grande dépendance de l'interaction optomécanique avec la polarisation optique. On a d'ailleurs profité de ce degré de liberté facilement accessible pour minimiser l'action en retour due au laser rouge quand on l'utilise comme sonde de déplacement, par exemple lors de la mesure de force du chapitre précédent. La détection des vibrations est suffisamment efficace pour que l'on puisse trouver un compromis entre action en retour et dynamique de mesure.

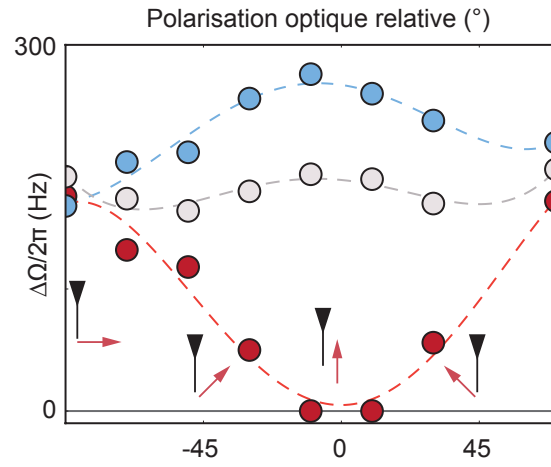
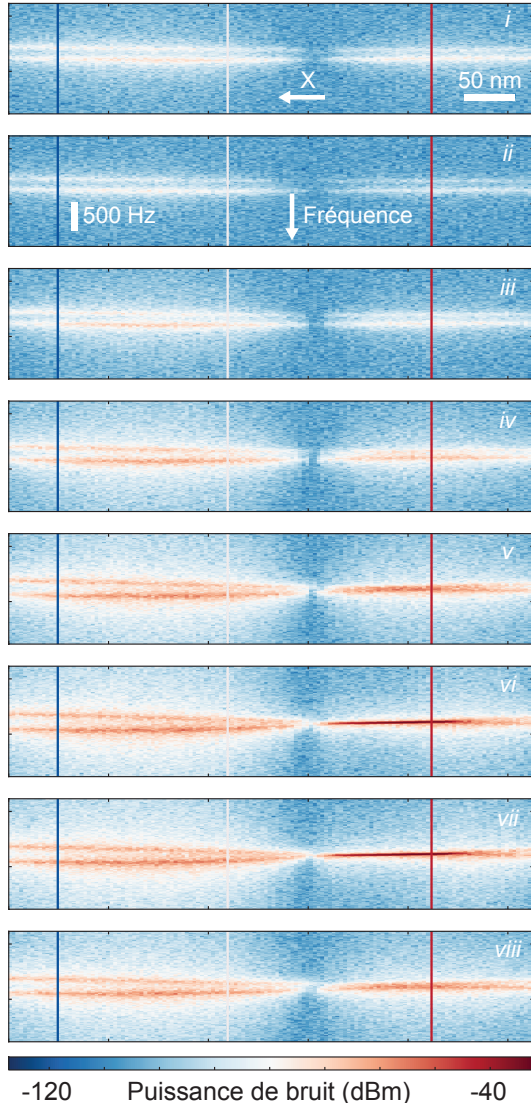


FIGURE 4.16: Cartes spatiales des spectres de bruit de position acquis en déplaçant le nano-fil sur une ligne orthogonale à l'axe optique près du waist pour différentes polarisations du faisceau laser rouge, montrant la dépendance en polarisation de l'interaction optomécanique à l'échelle nanométrique et par conséquent de l'action en retour topologique. De haut en bas  $70^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $-70^\circ$ ,  $-50^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-10^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $30^\circ$ . On extrait l'écart en fréquence pour trois positions marquées respectivement en rouge, blanc et bleu foncé, en fonction de la polarisation optique sur la figure de droite.

#### 4.3.5 Bifurcation à 532 nm

Les données de bifurcation présentées jusqu'à présent ont été obtenues avec le faisceau rouge non modulé, les autres faisceaux lasers étant éteints. Comme les champs de force générés par le faisceau rouge et le faisceau vert ont la même topologie (Figure 3.6 et 4.6), on peut observer le même type de bifurcation topologique avec le faisceau vert non modulé, le laser rouge étant

éteint. La Figure 4.17 montre l'évolution typique des spectres de bruit de position quand on augmente la puissance optique du laser vert, le nanofil étant dans une région d'instabilité. La puissance optique seuil observée est plus basse que pour le laser rouge, preuve indirecte que le couplage optomécanique est plus fort à cette longueur d'onde, ce qui est en accord avec la comparaison du maximum des forces mesurées précédemment.

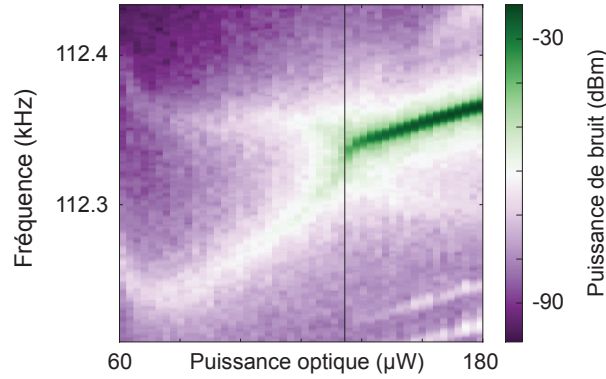


FIGURE 4.17: Bifurcation et instabilité observées au laser vert : évolution typique des spectres du bruit de déplacement en fonction de la puissance optique dans une région topologiquement instable pour le faisceau vert (RBW = 4.3 Hz). La plus grande proximité du laser vert avec la bande interdite ne change pas la phénoménologie.

#### 4.3.6 Influence sur les harmoniques

Une fois passé le seuil de bifurcation, le nanofil oscille avec une amplitude extrêmement importante, explorant une grande étendue du champ de force optique inhomogène et le faisant sortir du régime linéaire de mesure des vibrations. Des harmoniques du mode fondamental apparaissent, se propageant jusqu'à des ordres élevés. Ceci rend d'ailleurs difficile l'étude de la dynamique des autres modes dont le seuil de bifurcation est attendu à plus forte puissance optique, le seuil étant une fonction croissante (voir expression (4.3.2) de l'écart en fréquence entre les deux polarisations mécaniques qui augmente avec l'ordre du mode. On représente le spectre de bruit de position du nanofil sur une grande plage de fréquence pour différentes puissances optiques en Figure 4.18.

Il est intéressant de suivre l'évolution des spectres de bruit à  $\Omega_m$  et  $2\Omega_m$  à travers la transition vers l'instabilité. On effectue une mesure de la densité spectrale de bruit de position centrée sur le mode fondamental de vibration et de sa première harmonique à  $2\Omega_m$  en fonction de la puissance optique incidente avec un protocole similaire à la Section 4.3.2, excepté qu'à chaque puissance on change deux fois la fréquence centrale de l'analyseur de spectre, plutôt que de faire deux rampes en puissance optique successives pour éviter les dérives et l'hystérésis qui pourrait être induite par l'instabilité. On représente cette première mesure en Figure 4.19. On observe trois pics en dessous du seuil de bifurcation : c'est une signature de la non-linéarité de mesure qui doit être prise en compte ici. Si on développe l'expression (1.3.23)



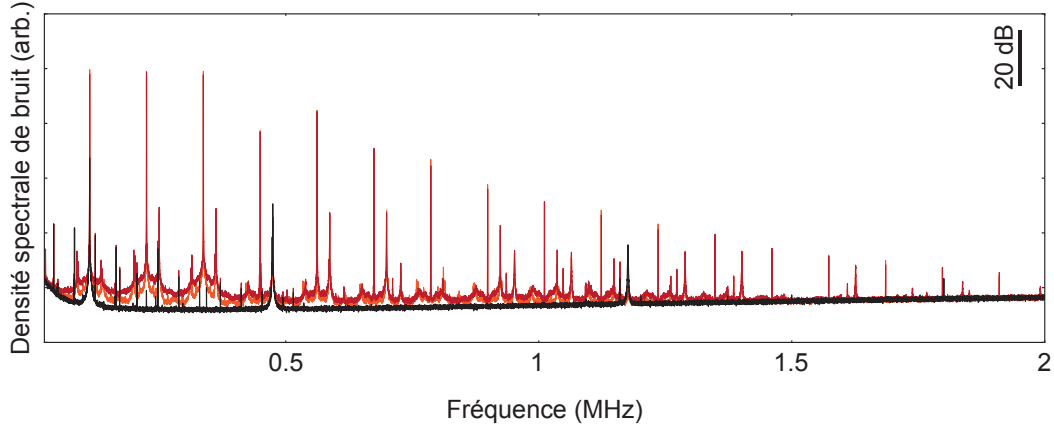


FIGURE 4.18: Densité spectrale de bruit sur une grande plage de fréquence pour différentes puissances optiques : avant le seuil de bifurcation (en noir, 206  $\mu\text{W}$ ) et après (en orange : 309  $\mu\text{W}$  et en rouge : 377  $\mu\text{W}$ ). Un grand nombre d’harmoniques du premier mode apparaît, illustrant une amplitude d’oscillation extrêmement large ( $\gtrsim 500$  nm).

jusqu’à l’ordre 2, la tension différentielle mesurée est quadratique en  $\delta r_i(t)\delta r_j(t)$  :

$$\delta V_{\ominus}^{(2)}(t) = 1/2 \sum_{1,2} \delta r_i(t) \delta r_j(t) \partial_{i,j}^2 V_{\ominus} \Big|_{\mathbf{r}_0} \quad (4.3.7)$$

Cette mesure quadratique, dont l’efficacité peut être optimisée en ajustant la carte de transmission  $V_{\ominus}$ , explique l’apparition des pics à  $2\Omega_1$ ,  $2\Omega_2$  et  $\Omega_2 + \Omega_1$ .

La densité spectrale sur le mode fondamental fait apparaître de façon évidente l’effet de torsion déjà entrevu en extrayant l’amplitude des pics de la Figure 4.11. L’amplitude du vecteur de mesure  $\beta$  augmente comme la puissance, mais ne change pas de direction durant la mesure. Pourtant, successivement, les amplitudes de chacune des polarisations se creusent sous le seuil de bifurcation : c’est que les modes propres de vibrations ont changé de direction sous l’effet de la torsion - voir expression (4.1.6). Cela peut ne pas avoir d’influence sur les harmoniques puisque la projection ne se fait pas sur  $\beta$  mais sur des dérivées spatiales secondes de la tension différentielle.

On a démontré dans cette partie comment la connaissance du champ de force permettait d’expliquer qualitativement l’instabilité topologique observée. Il convient de souligner que cette dernière ne nécessite pas de force retardée pour apparaître contrairement à l’instabilité dynamique bien connue en optomécanique. La prochaine partie traite du cas où le champ de force est maintenant retardé.

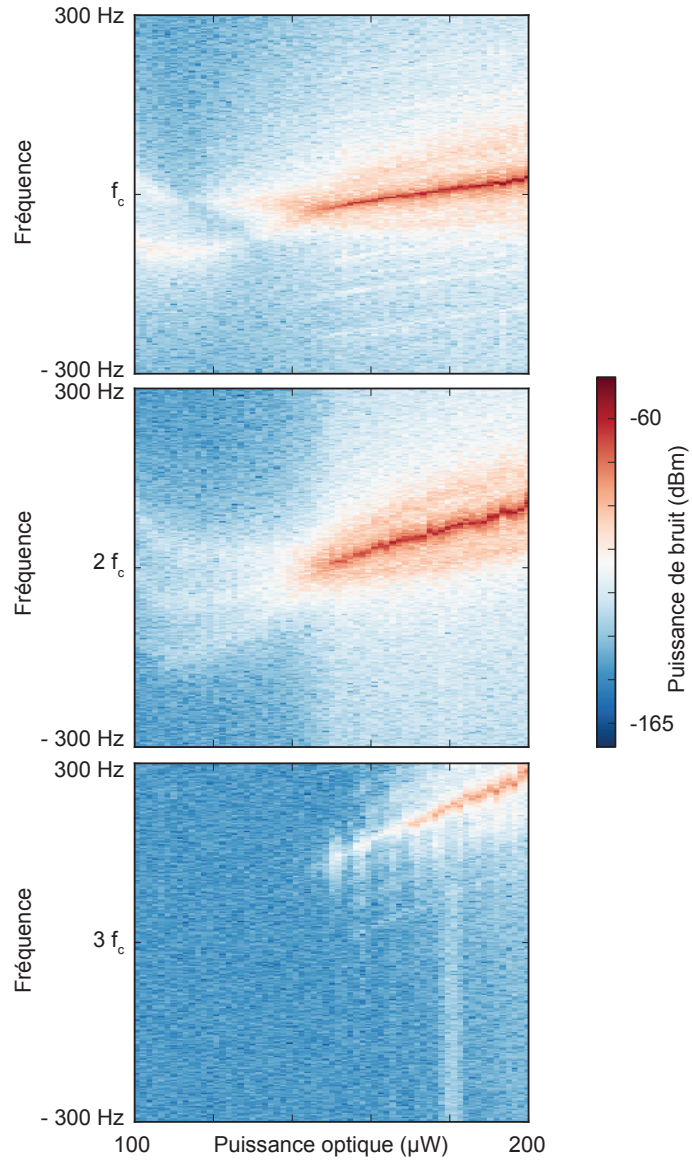


FIGURE 4.19: Spectres de bruit de position en fonction de la puissance optique incidente en une position d'instabilité topologique centré sur le mode fondamental de vibration ( $f_c = 112.408$  kHz), sur sa première harmonique à  $2f_c$  et sa deuxième harmonique à  $3f_c$  ( $\lambda = 633$  nm,  $P = 3.5 \times 10^{-3}$  mbar, RBW = 1 Hz).

## Chapitre 5

# Force retardée et absorption

5.1	Dynamique dans un champ de force retardé . . . . .	129
5.1.1	Carte de force généralisée . . . . .	130
5.1.2	Généralisation de l'action en retour topologique aux gradients de force complexes . . . . .	131
5.1.3	Auto-oscillations induites par la force retardée . . . . .	132
5.1.4	Refroidissement et chauffage optique des vibrations mécaniques . . . . .	133
5.2	Origine du retard de la force . . . . .	134
5.2.1	Réponse thermique du nanofil . . . . .	134
5.2.2	Signatures expérimentales . . . . .	137

Les forces mesurées dans les chapitres précédents étaient instantanées : les déplacements mesurés à résonance des deux polarisations mécaniques étaient en quadrature de phase avec la modulation d'intensité. Néanmoins, ce caractère instantané n'est pas systématique, même au sein d'un même nanofil, si on change la position de mesure verticalement.

La Figure 5.1 montre une réponse mécanique obtenue dans le cadre de la mesure précédente et une autre réponse effectuée quelques micromètres au-dessus. Les phases à résonance ne sont plus en quadrature avec la modulation d'intensité et ne sont plus séparées l'une de l'autre d'un multiple de  $\pi$  ; c'est la signature d'une force retardée. Dans cette partie, on établit la structure spatiale du champ de force généralisé dans lequel évolue le nanofil, et on étudie les conséquences de ce champ de force, partiellement visqueux, sur la dynamique du nanofil qui conduit à un refroidissement optique de son bruit thermique.

### 5.1 Dynamique dans un champ de force retardé

Lorsque la force subie par le nanofil est retardée vis-à-vis de la variation d'intensité, on peut écrire sa dynamique selon :

$$\ddot{\delta \mathbf{r}}(t) = -\tilde{\Omega}^2 \delta \mathbf{r}(t) - \tilde{\Gamma} \dot{\delta \mathbf{r}}(t) + \frac{1}{M_{\text{eff}}} \left( \int_{-\infty}^t \mathbf{f}(\mathbf{r}_0, t - \tau) P(\tau) d\tau + \delta \mathbf{F}^{\text{th}}(t) \right) \quad (5.1.1)$$

et dans le domaine spectral :

$$\delta \mathbf{r}[\Omega] = \sum_{\epsilon=\{1,2\}} \chi_{\epsilon}[\Omega] \left( \delta P[\Omega] \mathbf{f}[\mathbf{r}_0, \Omega] \cdot \mathbf{e}_{\epsilon} + \delta F_{\epsilon}^{\text{th}}[\Omega] \right) \mathbf{e}_{\epsilon} \quad (5.1.2)$$

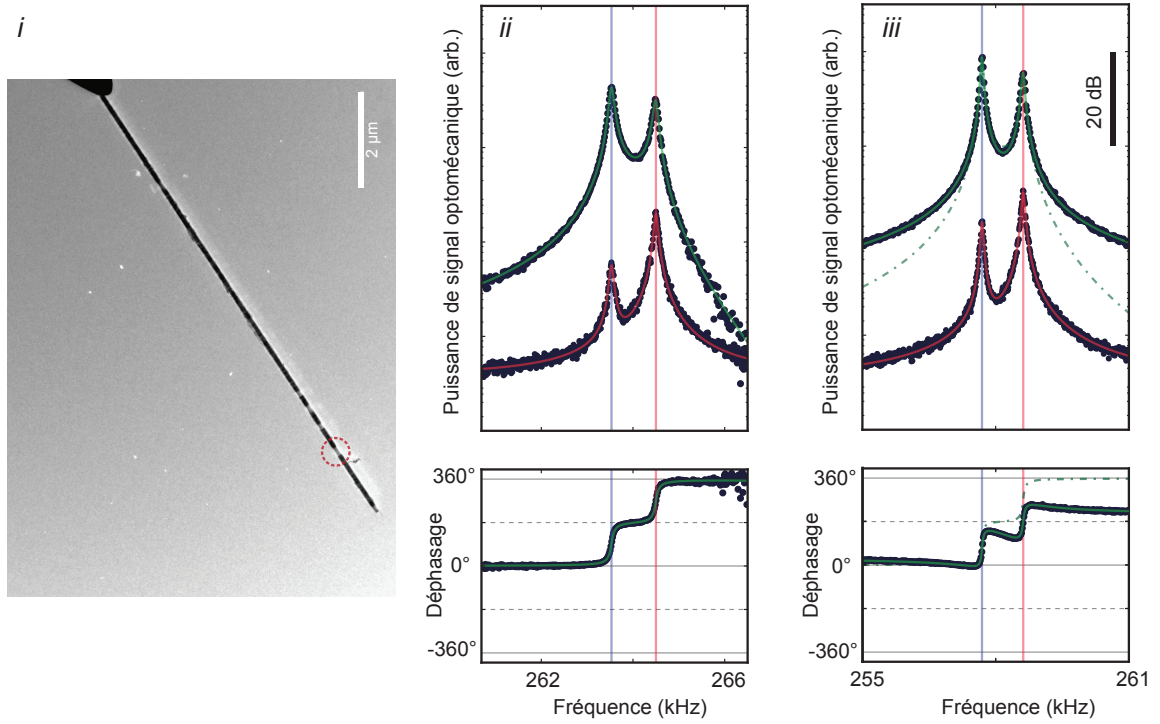


FIGURE 5.1: (i) Image au microscope électronique à balayage d'un nanofil mettant en évidence l'existence de différentes phases cristallines. (ii) Réponse mécanique à la modulation optique extraite de la carte de force présentée au Chapitre 3. (iii) Réponse mécanique à la modulation optique ailleurs sur le nanofil. Les traits en pointillés représente l'ajustement s'il avait été effectué en forçant la force à être instantanée.

La mesure de la réponse  $\delta r_\beta[\Omega]/\delta P[\Omega]$  permet ainsi de mesurer le champ de force complexe  $P_0 \mathbf{f}[\mathbf{r}_0, \Omega]$  au voisinage des fréquences mécaniques.

### 5.1.1 Carte de force généralisée

On effectue la mesure de carte de force à cette position le long du nanofil, suivant le même protocole qu'au Chapitre 3. Le faisceau rouge, qui mesure les vibrations du nanofil, a une puissance en entrée de l'entrée de l'enceinte de  $73 \mu\text{W}$ , le faisceau vert de  $105 \mu\text{W}$ , modulée à une amplitude crête-crête de 44.6 %. La mesure est effectuée sur  $40 \times 40$  points repartis sur  $2 \times 3 \mu\text{m}^2$ , l'asservissement en XY se fait sur une plage de  $5 \times 12 \mu\text{m}^2$ . La mesure sur l'analyseur de réseau est moyennée 24 s (résolution spectrale : 50 Hz), sur l'analyseur de spectre 20 s (résolution spectrale : 11 Hz). La pression est de  $1 \times 10^{-2}$  mbar.

La procédure d'ajustement est réalisée comme précédemment, néanmoins les phases à résonances des deux polarisations mécaniques peuvent maintenant être arbitraires afin de prendre en compte le caractère partiellement retardé. Grâce à des itérations entre les mesures de mouvement Brownien et de réponse, les signaux sont ajustés automatiquement en phase et en

amplitude. On dispose alors du champ de force complexe mesuré à la fréquence du mode fondamental. Il est représenté en Figure 5.2. On retrouve une composante réelle présentant un profil de force non-conservatif convergent en amont puis divergent en aval du waist. La partie imaginaire reproduit une structure similaire. Le profil spatial observé est un élément-clé dans l'établissement de l'origine du champ de force et du mécanisme donnant lieu au retard.

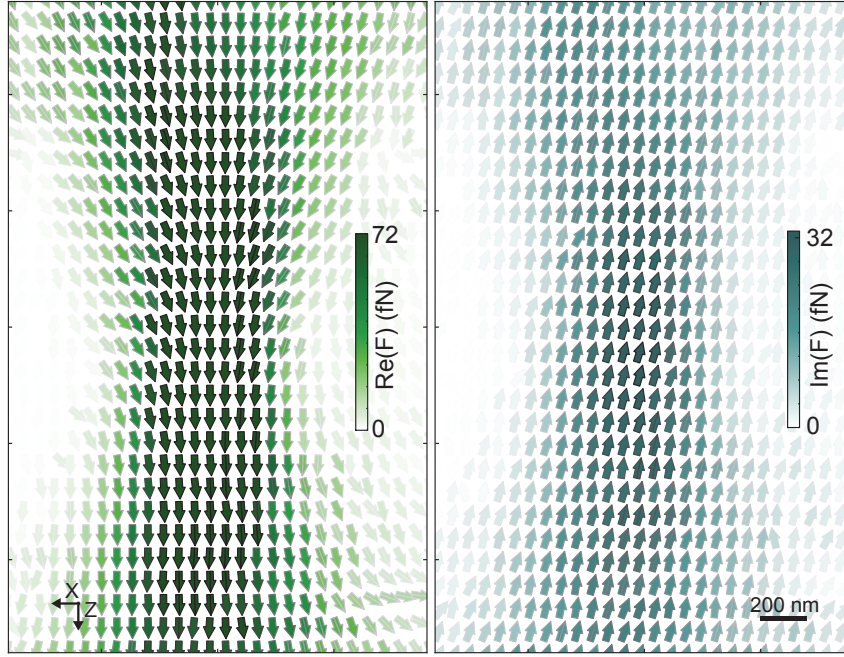


FIGURE 5.2: Cartographie vectorielle de l'interaction optomécanique généralisée entre un nanofil de 150 nm de diamètre et un laser à 532 nm, décomposée en une partie réelle et une partie imaginaire, mesurée à la fréquence du mode fondamental. Les flèches barrées sont issues de l'interpolation.

### 5.1.2 Généralisation de l'action en retour topologique aux gradients de force complexes

En suivant la même approche que dans le cas instantané discuté dans les chapitres précédents, on s'intéresse maintenant à la modification de la dynamique du nanofil lorsqu'on augmente l'intensité lumineuse  $P_0$ , en arrêtant maintenant la modulation d'intensité. Si les gradients de  $\mathbf{f}[\mathbf{r}_0, \Omega]$  sont suffisamment forts, on va devoir prendre en compte la variation de la force retardée sur la trajectoire  $\delta \mathbf{r}(t)$  du nanofil. La force s'exerçant sur ce dernier peut être linéarisée selon :

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}_0 + \delta \mathbf{r}(t)) = F^{\text{stat}}(\mathbf{r}_0) + \int_{-\infty}^t \delta \mathbf{r}(t - \tau) \cdot \nabla \mathbf{f}|_{\mathbf{r}_0} P_0 d\tau \quad (5.1.3)$$

où le premier terme représente la contribution statique, qui peut contenir éventuellement les variations à des échelles de temps très différentes de la période mécanique. Le second terme

fait apparaître les variations de la force subie par le nanofil, liées à son mouvement dans le champ de force. C'est précisément parce que l'on a mesuré dynamiquement la cartographie champ de force à la résonance que l'on est en droit d'utiliser le profil spatial obtenu dans ce développement. Le passage dans le domaine spectral fait alors apparaître les gradients spatiaux du champ de force retardé, évalués en la position moyenne du nanofil  $\mathbf{r}_0$  :

$$\delta \mathbf{r}[\Omega] \cdot \nabla \mathbf{f}|_{\mathbf{r}_0} P_0 \quad (5.1.4)$$

Ainsi les fluctuations de position du nanofil sont décrites par l'équation :

$$\begin{pmatrix} \Omega_1^2 - \Omega^2 - i\Gamma_1\Omega - g_{11} & -g_{21} \\ -g_{12} & \Omega_2^2 - \Omega^2 - i\Gamma_2\Omega - g_{22} \end{pmatrix} \delta \mathbf{r}[\Omega] = \frac{1}{M_{\text{eff}}} \delta \mathbf{F}^{\text{th}}[\Omega] \quad (5.1.5)$$

où on a introduit les gradients spatiaux du champ de force retardé  $P_0 \mathbf{f}(\mathbf{r}_0)$  mesuré précédemment :

$$g_{ij} \equiv g'_{ij} + ig''_{ij} \equiv \frac{P_0}{M_{\text{eff}}} \partial_i f_j \Big|_{\mathbf{r}_0} \quad (5.1.6)$$

On peut diagonaliser la matrice précédente pour faire apparaître les susceptibilités  $\chi_{\pm}[\Omega]$  qui s'écrivent, en cas d'amortissement intrinsèque identique sur les deux polarisations :

$$\frac{\chi_{\pm}^{-1}[\Omega]}{M_{\text{eff}}} \equiv \frac{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}{2} - \Omega^2 - i\Omega\Gamma - \frac{g_{11} + g_{22}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\Omega_2^2 - \Omega_1^2 - g_{22} + g_{11})^2 + 4g_{12}g_{21}} \quad (5.1.7)$$

L'apparition d'une partie imaginaire dans les  $g_{ij}$  a pour conséquence de modifier l'amortissement des modes propres. Les fréquences propres se calculent alors selon :

$$\Omega_{\pm}^2 - \Omega^2 \equiv \text{Re} \left( \chi_{\pm}^{-1} / M_{\text{eff}} \right) \quad (5.1.8)$$

tandis que les coefficients d'amortissement  $\Gamma_{\pm}$  des modes propres deviennent :

$$\Gamma_{\pm} \equiv \frac{-1}{\Omega_{\pm}} \text{Im} \left( \chi_{\pm}^{-1} / M_{\text{eff}} \right) \quad (5.1.9)$$

On peut ainsi vérifier la cohérence de notre approche en comparant les mesures directes des fréquences propres et des coefficients d'amortissement des modes propres, tirées des mesures du mouvement Brownien, et les valeurs déduites de la mesure du champ de force retardé de la section précédente.

On représente, en Figure 5.3, les différences de fréquence propre et d'amortissement observés sur les spectres de mouvement Brownien et déduits des mesures de réponse. Le détail de l'amortissement pour chacune des polarisations est tracé en Figure 5.4.

Le bon accord entre les deux méthodes de mesure des amortissements mécaniques permet de conclure quant à la justesse de la description adoptée. On remarque que le champ de force retardé permet d'agir sélectivement sur chaque polarisation mécanique et d'ajuster son amortissement.

### 5.1.3 Auto-oscillations induites par la force retardée

Les intensités de la force et de ses gradients spatiaux augmentent proportionnellement à la puissance optique. On positionne le nanofil sur le bord du waist, à droite de la carte et on augmente la puissance optique. Les spectres obtenus sont tracés en Figure 5.5. On peut observer,

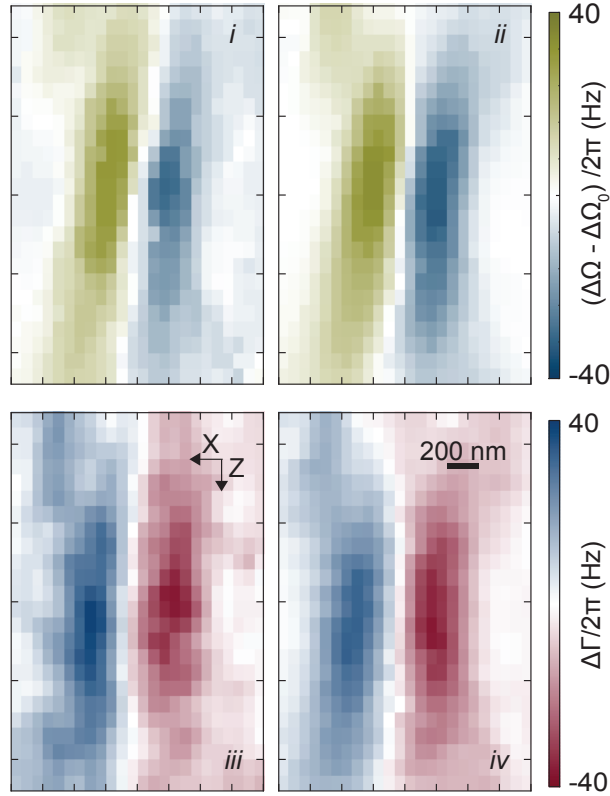


FIGURE 5.3: Différences des fréquences propres (i et ii) et des amortissements  $\Delta\Gamma = \Gamma_+ - \Gamma_-$  (iii et iv), observées directement sur les mesures de mouvement Brownien (i et iii) et déduites de l'analyse des mesures en réponse (ii et iv).

au-delà d'un seuil en puissance, l'apparition d'un pic monochromatique sur un des modes, le second semblant peu affecté. Cette instabilité est également responsable d'un brouillage dynamique de la carte de transmission du nanofil. Cependant, l'apparition de ces auto-oscillations suit une phénoménologie bien différente de ce qu'on a observé à la Figure 4.9. Ici, l'amortissement est modifié par la partie retardée du champ de force sur chacune des polarisations mécaniques de façon séparée, sans condition préalable de coalescence des polarisations mécaniques.

#### 5.1.4 Refroidissement et chauffage optique des vibrations mécaniques

On étudie ici la dépendance en puissance optique de l'amortissement des polarisations mécaniques en mesurant des spectres de mouvement Brownien à trois positions différentes (Figure 5.6). Ces spectres sont ajustés avec l'expression (3.2.1) de façon à mettre en évidence l'évolution de l'amortissement pour chacune des polarisations et vérifier que la température de la polarisation suit l'évolution inverse. La mesure en la position du milieu, où les gradients s'annulent, permet de s'assurer que ce phénomène n'est pas du chauffage simple, et qu'une position dans le faisceau peut être trouvée où l'action en retour bidimensionnelle est faible. Le premier cas et le troisième démontrent que chacune des polarisations peuvent ressentir un

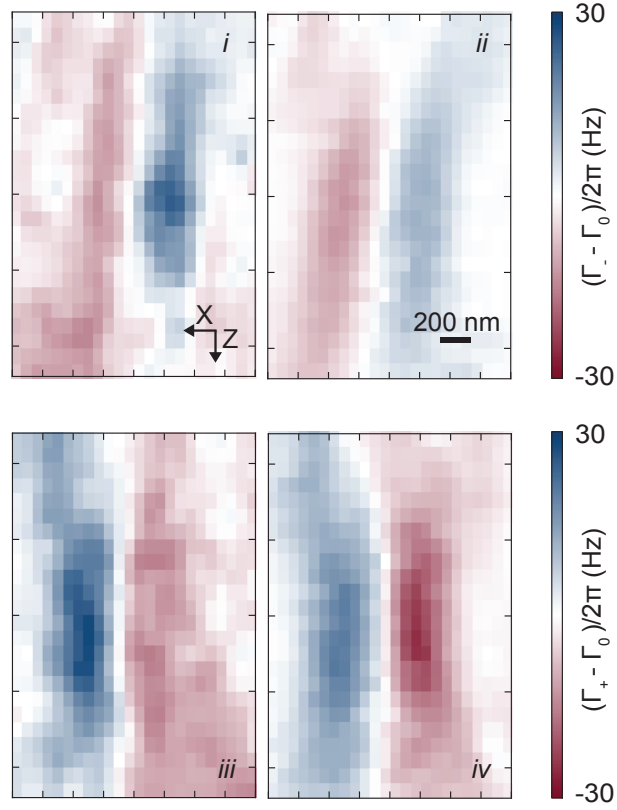


FIGURE 5.4: Amortissements individuels observés sur le mouvement Brownien (i et iii) et attendus par les mesures de réponse (ii et iv) pour chacune des deux polarisations mécaniques du mode fondamental par rapport à l'amortissement intrinsèque (i-ii : première polarisation, iii-iv : deuxième polarisation).

chauffage ou un refroidissement indépendamment de l'autre.

## 5.2 Origine du retard de la force

### 5.2.1 Réponse thermique du nanofil

On décrit ici la réponse thermique d'un nanofil éclairé par un faisceau laser modulé en intensité, en étudiant comment l'énergie déposée localement par le laser se propage sur la longueur du nanofil. On s'intéresse ici au régime permanent et on étudie la dépendance en fréquence du mécanisme.

Le profil de température du nanofil  $T(\mathbf{r}, t)$  est solution de l'équation de propagation de la chaleur :

$$\partial_t T - D \Delta T = \frac{P_{\text{abs}}(t)}{\rho C} v_0(\mathbf{r}) \quad (5.2.1)$$

où  $v_0(\mathbf{r})$  est le profil spatial de l'échauffement causé par l'absorption laser, normalisé pour assurer que son intégrale volumique vaille un. On suppose qu'elle est uniquement localisée



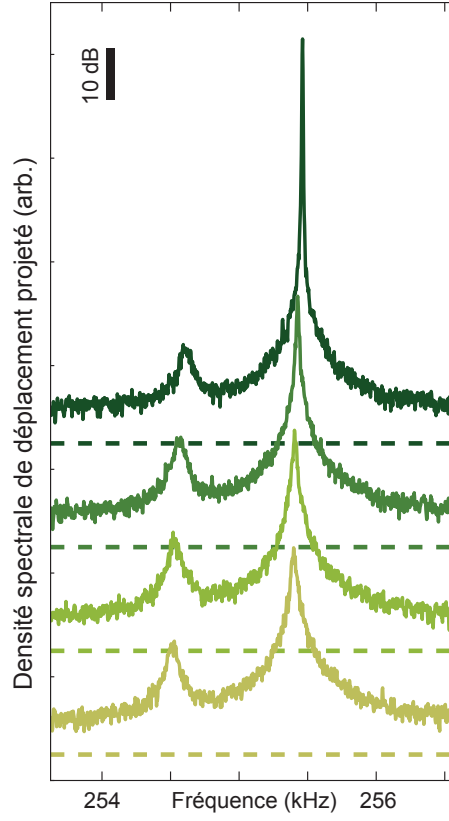


FIGURE 5.5: Evolution de la densité spectrale de bruit de position dans un champ de force retardé avec l'augmentation de l'intensité lumineuse de la force contrôlant l'amplitude des forces optiques (20, 34, 52 et 71  $\mu\text{W}$  de jaune à vert foncé).

sous le faisceau et on néglige donc la propagation intrafil de la lumière.  $P_{\text{abs}}$  représente la puissance totale absorbée,  $\rho$  la masse volumique du nanofil,  $C = 800 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  sa capacité calorifique [79],  $\lambda = 320 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  sa conductivité thermique à température ambiante [78] et  $D = \lambda/\rho C = 1.3 \times 10^{-4} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$  le coefficient de diffusion de la chaleur. Les conditions aux limites

$$T(\mathbf{0}, t) = T_{\text{res}} \quad \text{et} \quad \nabla T_{\text{surf}} = 0 \quad (5.2.2)$$

traduisent le rôle de réservoir joué par la pointe en tungstène et l'absence de flux de chaleur à l'extrémité vibrante du nanofil car on néglige ici les pertes radiatives. Le profil spatial de l'échauffement peut être développé, en fonction de la position du laser sur le nanofil.

Ce système fait apparaître plusieurs fréquences de coupure thermiques, liées au temps de diffusion de l'onde thermique sur les différentes tailles caractéristiques du problème, à savoir la longueur du nanofil, la taille de la zone de chauffage et le diamètre du nanofil :

$$\Omega_L^c = \frac{D}{L^2} \quad (5.2.3)$$

$$\Omega_0^c = \frac{D}{w_0^2/2} \quad (5.2.4)$$

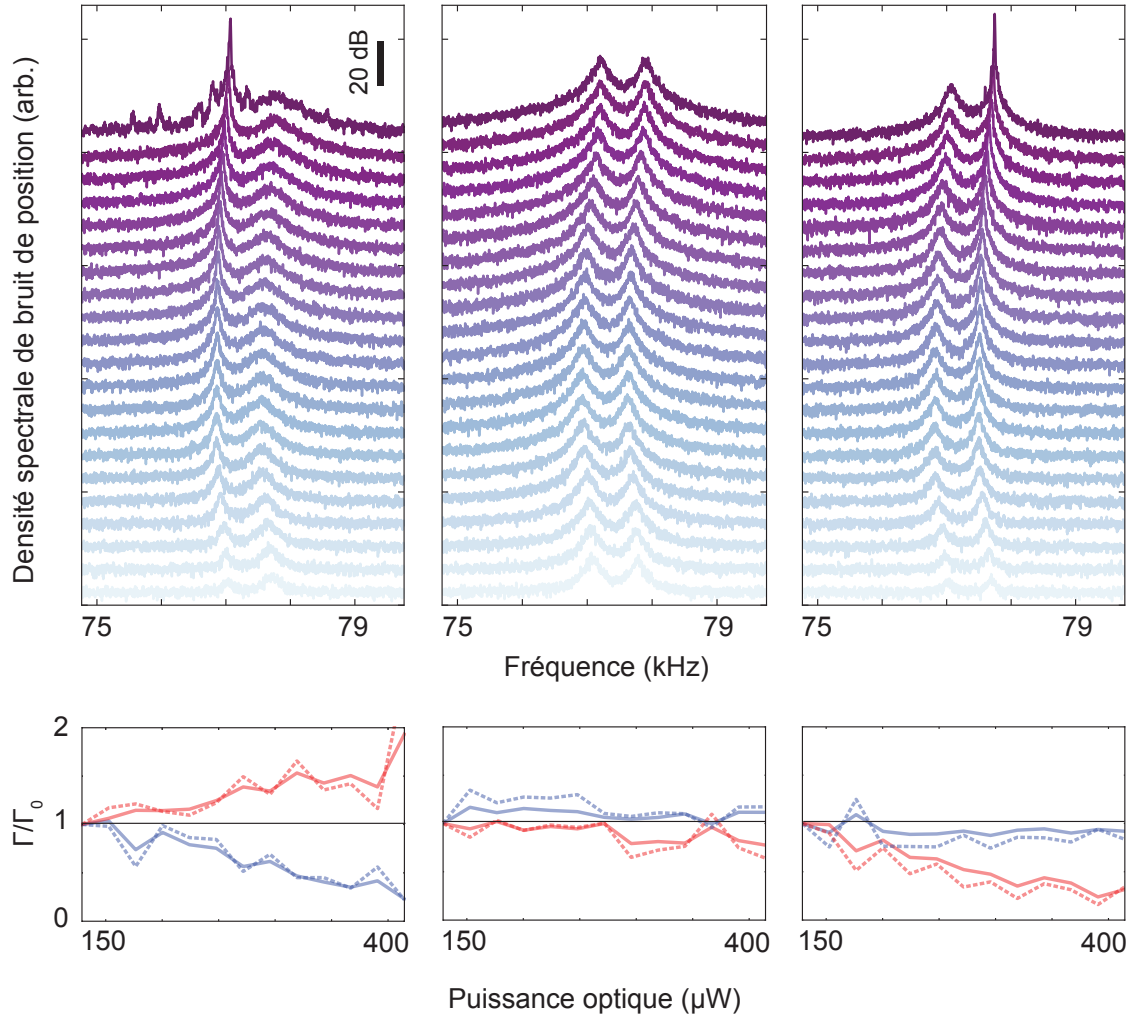


FIGURE 5.6: Densité spectrale de bruit de position pour trois positions différentes en fonction de la puissance optique, en augmentation du bleu clair ( $58 \mu\text{W}$ ) au violet ( $533 \mu\text{W}$ ). En bas, on trace l'amortissement normalisé à la valeur à basse puissance issu de l'ajustement lorentzien des spectres ; en pointillés, la dépendance de la température normalisée  $T/T_0$  est tracée pour comparaison.

qui valent en ordre de grandeur respectivement 10 kHz et 400 MHz pour un fil de  $50 \mu\text{m}$  de long et un waist de 330 nm en utilisant les valeurs pour le SiC massif présentées plus haut. La conductivité thermique du nanofil est cependant mal connue et dépend fortement de sa structuration. De cette analyse ressort que la coupure thermique principale, liée à l'établissement du profil de température le long de l'axe du nanofil se situe bien en dessous des fréquences mécaniques fondamentales. On s'attend donc à ce que la modulation dynamique de température mesurée sous le laser soit retardée de  $\pi/2$  par rapport à la modulation d'intensité à l'origine de l'échauffement.

### 5.2.2 Signatures expérimentales

Pour expliquer le retard et mettre en évidence des coupures basse-fréquence, le protocole de mesure de force est désormais complété par une mesure de réponse sur une très grande étendue de fréquences de 300 Hz à 300 kHz afin de mettre en évidence la coupure thermique. On effectue un balayage logarithmique de la fréquence d'excitation. La Figure 5.7 présente une courbe de réponse obtenue lors d'une mesure de force effectuée avec un fil d'environ 50  $\mu\text{m}$  de long. La réponse totale est ajustée avec l'expression (3.2.2) présentée au Chapitre 3 à laquelle s'ajoute un filtre passe-bas coupant à quelques kilohertz. L'origine de ce signal supplémentaire est attribué à du bruit thermorefractif : l'onde de chaleur modifie le profil de température du nanofil ce qui change l'indice de réfraction vu par le laser sonde, et module en conséquence l'intensité transmise. Ce qu'on mesure ne serait donc pas un déplacement mais une variation de transmission lumineuse. Notons que l'étude du profil spectral de ce mécanisme dans le plan horizontal devrait nous permettre d'obtenir des informations supplémentaires.

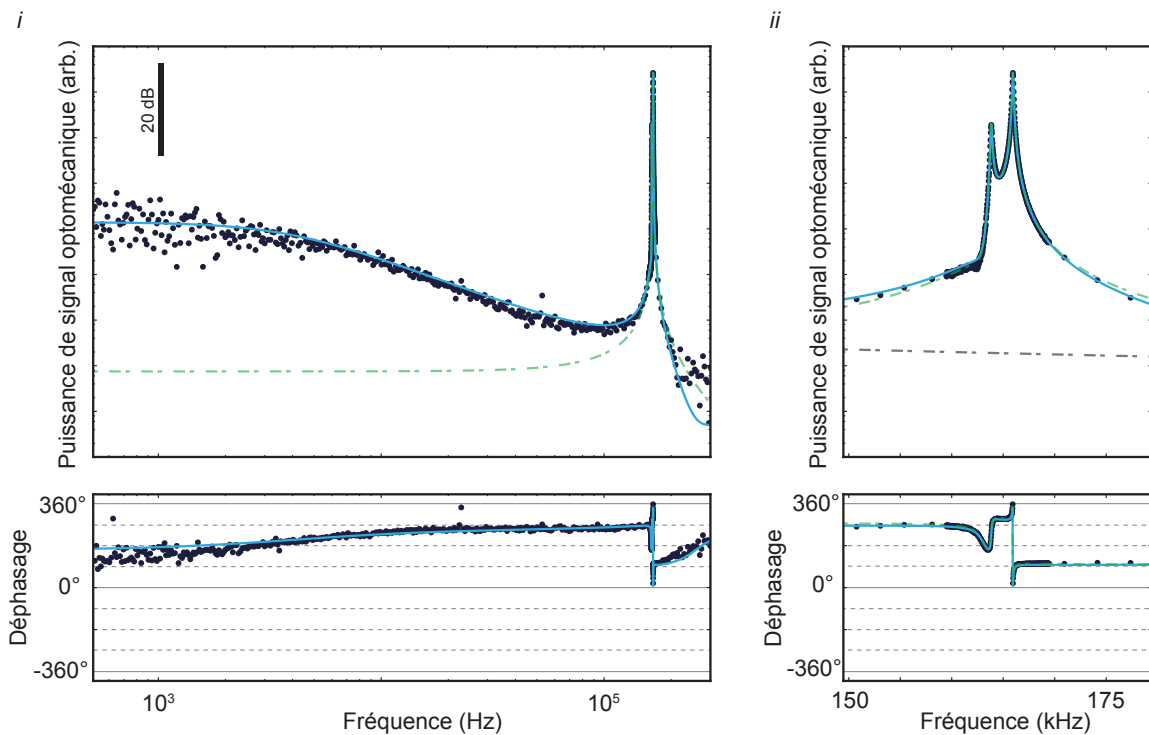


FIGURE 5.7: Réponse à l'excitation optique sur une large étendue spectrale mettant en évidence une contribution aux basses fréquences impactant la réponse à résonance.

Pour étudier plus en détails les effets photothermiques, une mesure a été entreprise dans laquelle on exploite la grande sensibilité en température des fréquences de vibration mécanique du nanofil (voir Section 4.2). Cette mesure met en jeu un troisième laser (*Oxxius* 405 nm, Figure 5.8) excitant le déplacement du nanofil à résonance grâce à un lock-in (*Zurich Instrument HF2Li*) qui permet, comme pour les mesures d'AFM, de suivre la fréquence de résonance. En modulant l'intensité du laser vert sur une large étendue, on module l'absorption

thermique du nanofil. On peut suivre la modulation de fréquence induite et ainsi remonter à l'échauffement thermique induit et sa dépendance en la fréquence de modulation. La très grande dynamique observée permet d'étendre la plage de modulation jusqu'à des fréquences considérables, bien au delà de la bande passante mécanique (100 Hz environ) et de n'être limitée que par la fréquence mécanique elle-même. On aimerait de plus pouvoir faire ces mesures à différents endroits du waist vert, mais cela suppose que l'excitation optique du troisième laser soit encore efficace, ce qui compte tenu des aberrations chromatiques nécessite un travail sur les optiques, et qu'elle ne perturbe pas la mesure en cours.

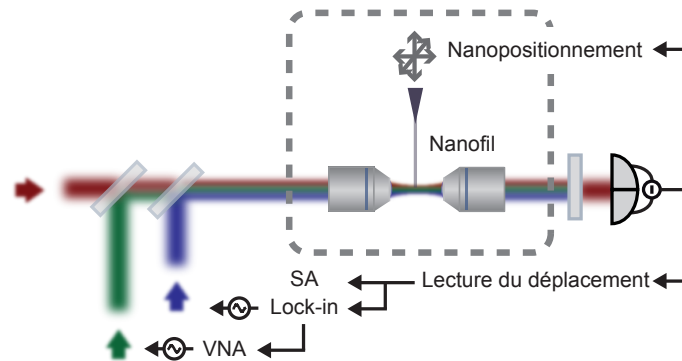


FIGURE 5.8: Schéma simplifié de l'expérience permettant de mesurer la dépendance dynamique de la fréquence de résonance mécanique du nanofil en la modulation de température exercée par le laser vert. Pour cela l'analyseur de réseau module l'intensité du laser vert, et démodule le signal d'erreur du lock-in utilisé pour exciter le nanofil à résonance grâce au laser bleu.

Cette mesure de champ de force partiellement retardée permet d'étudier en détails la dissipation de résonateurs mécaniques à l'échelle nanométrique. Il est important de maîtriser les phénomènes d'action en retour, en particulier ceux qui sont responsables de modification de l'amortissement du résonateur, pour pouvoir disposer d'une sonde de force fiable. L'utilisation du nanofil pour imager des champs de force vectoriels partiellement retardée devrait permettre l'investigation poussée de phénomènes comme les forces surfaciques dont la force de Casimir.

## Chapitre 6

# Autres développements

6.1 Nanotubes de carbone . . . . .	139
6.2 Micro-trompettes en arsénure de gallium . . . . .	143
6.3 Nanofils en diamant monocristallin . . . . .	146
6.4 Nanofils en nitrure de gallium et nanofils en diamant polycristallin . . . . .	146

### 6.1 Nanotubes de carbone

Les nanotubes de carbone sont des résonateurs très légers, de diamètre de l'ordre du nanomètre. Ce très petit diamètre peut être mis à profit pour améliorer la résolution spatiale des microscopes à force atomique en les déposant en bout de pointe [98]. Néanmoins, la difficulté à les y faire croître ou à les positionner de façon reproductible a freiné ce développement. Cependant, au fil des années, les techniques de croissance se sont perfectionnées et on a pu assister à l'émergence d'application des nanotubes comme sonde de force [14], la plupart du temps dans une géométrie doublement encastrée sur une puce dédiée plutôt qu'au bout d'une pointe en géométrie sonde locale, capable de détecter par exemple l'adsorption de particules uniques [99]. Ils peuvent être aussi utilisés comme la composante mécanique d'un système hybride en les couplant au spin d'une molécule magnétique [100] ou encore comme le système hybride tout entier, en utilisant leurs niveaux excitoniques [101]. Les nanotubes sont historiquement utilisés pour leurs propriétés électroniques et sont donc souvent embarqués dans des systèmes nano-électromécaniques (NEMS) où leurs déplacements sont lus et forcés grâce à l'interaction électrostatique avec une grille en vue d'une intégration à grande échelle. Pour que le plancher de bruit de détection soit suffisamment faible et parce de nombreuses techniques de lecture ont été construites autour de dispositifs de transport quantique, il est la plupart du temps nécessaire de placer le nanotube dans un cryostat. Dans cette section, on présente la détection optique des vibrations d'un faisceau de nanotubes à simple paroi à température ambiante [102].

Les nanotubes étudiés ont crû au laboratoire [103] sur les bords de leviers de microscope à force atomique, dans l'objectif initial d'en avoir en bout de pointe. Ils sont étudiés dans le cadre d'une collaboration impliquant A. Reserbat-Plantey, N. Bendiab, L. Marty et V. Bouchiat. Ce sont des ensembles de nanotubes monoparois dont le diamètre, voisin du nanomètre, est gouverné par la taille des catalyseurs employés lors de la croissance et est déterminé par spectroscopie Raman. On s'intéresse en particulier aux tubes doublement encastrés, pour avoir des

fréquences de résonances entre 100 kHz et 10 MHz, qui se trouvent à l'angle de l'encastrement du levier avec le substrat. La croissance des nanotubes à cet endroit est involontaire et aléatoire, ce qui nous oblige à faire une étape de pré-caractérisation sous microscope électronique à balayage<sup>1</sup> afin de localiser les tubes et d'en déterminer la longueur.

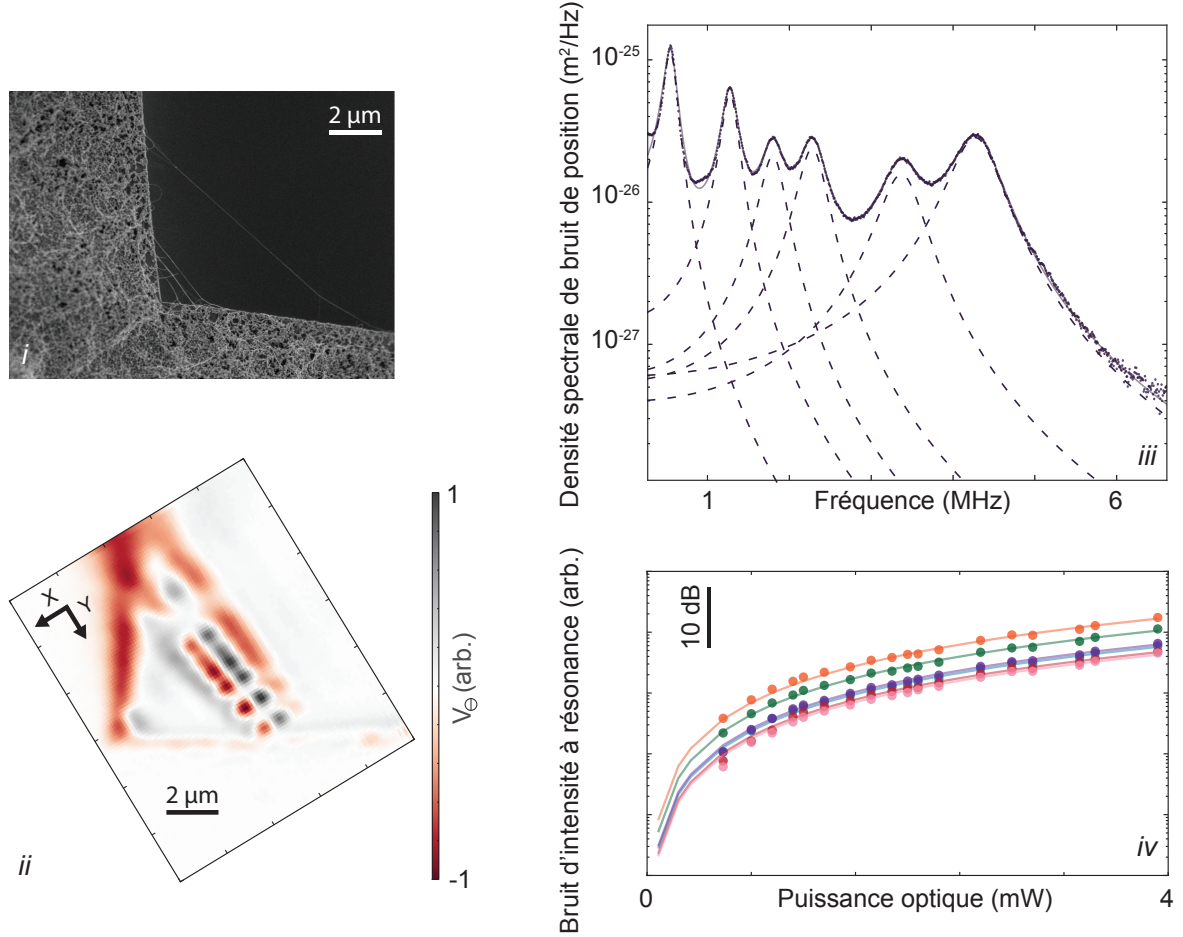


FIGURE 6.1: (i) Image sous microscope électronique à balayage du nanotube suspendu étudié ( $L = 8 \mu\text{m}$ ). (ii) Carte de la transmission différentielle ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ). (iii) Spectre de bruit de position mesuré à pression ambiante ( $P_{\text{opt}} = 3.1 \text{ mW}$ ,  $\text{RBW} = 68 \text{ kHz}$ ), ajusté avec une somme de six lorentziennes mécaniques incohérentes. (iv) Evolution de l'amplitude du bruit de photocourant différentiel à résonance pour chacun des six premiers modes à l'air après ajustement lorentzien en fonction de la puissance optique incidente ( $\text{RBW} = 56 \text{ kHz}$ ). Les courbes en trait plein sont des fonctions quadratiques pures (mode 1 : orange, mode 2 : vert, mode 3 : bleu, mode 4 : violet, mode 5 : rouge, mode 6 : rose).

Le substrat est attaché grâce à du scotch carbone sur le porte-échantillon présenté précédemment de façon à pouvoir travailler en transmission. Tous les tubes n'ont pas une réponse

1. On évitera cette étape une fois qu'on aura à notre disposition des échantillons fournis en nanotubes, le faisceau d'électrons pouvant altérer les nanotubes.

optique qui leur permet d'être détecté. La Figure 6.1 présente la carte statique de transmission  $V_{\ominus}$  d'un nanotube mise en regard de l'image obtenue au microscope électronique à balayage. Le spectre de bruit de position mesuré est ajusté avec une somme incohérente de lorentziennes mécaniques. Le facteur de qualité varie de 4 à 8, permettant de résoudre le premier mode avec environ 25 dB de dynamique. Le poids relatif des modes dépend fortement de la position du faisceau laser sur le nanotube, préfigurant certainement d'importants effets d'action en retour. Néanmoins, la calibration du déplacement donne une masse effective de l'ordre de 1 pg alors qu'on l'attend à quelques 10 ag. Cette valeur surprenante nous a conduit à étudier la dépendance en puissance incidente afin d'établir si on observait un échauffement ou un quelconque effet optique. On étudie l'évolution de l'amplitude des spectres avec la puissance optique pour vérifier que le bruit observé ne dépend pas de la puissance optique, et donc en particulier que les fluctuations d'intensité du laser n'applique pas un bruit de force qui s'ajoute à la force de Langevin et qu'il n'y a pas de chauffage statique. Cette mesure est effectuée en enregistrant l'intégralité du spectre jusqu'à 6 MHz et en l'ajustant avec une somme incohérente de lorentziennes mécaniques. La Figure 6.1iv présente le résultat pour les six premiers modes. La dépendance quadratique de la puissance de bruit est celle qui est attendue suite à la dépendance linéaire du vecteur de mesure avec la puissance optique : ce qu'on observe est vraisemblablement le mouvement Brownien du résonateur. Une première explication à cette déviation est à chercher du côté de l'extension spatiale du mouvement Brownien, qui peut être comparable à la taille du waist pour des nanotubes très longs. En effet, les fluctuations de position *rms* d'un tube vibrant à 1 MHz avec une masse effective réelle de 10 ag devraient être de l'ordre de 150 nm. Cela peut alourdir artificiellement les nanotubes s'ils sortent de la zone linéaire de la mesure. Cependant une telle non-linéarité de lecture ne semble pas être en mesure d'expliquer la totalité de la déviation observée. Enfin il convient de noter que le mode oscillant à 4.5 MHz est anormalement haut sur le spectre. En effet, à facteur de qualité et masse effective constantes, il devrait sortir  $\sim 100$  fois plus bas que le mode à 1 MHz, ce n'est clairement pas le cas.

L'observation au microscope électronique à balayage de certains nanotubes dont les vibrations ont été détectées grâce au faisceau laser apporte une contribution intéressante à la compréhension de l'excès de masse de cinq ordres de grandeur. Des billes ont fait leur apparition sur certains nanotubes, à la manière des perles sur un collier (Figure 6.2) ; la masse d'une bille de 500 nm de rayon pour une masse volumique de  $2000 \text{ kg.m}^{-3}$  est de 1 pg.

Le chauffage par le laser du catalyseur ayant permis la croissance ou de pollution générée lors du stockage long ( $> 10$  ans) des échantillons pourrait en être responsable. Les vibrations d'une telle structure sont bien évidemment très éloignées de celles d'une simple poutre. On a également remarqué que l'agencement des billes était souvent assez répétitif, avec un espacement quasi-constant. En effectuant des mesures optiques avec des lasers différents, on a pu observer, à puissance constante une variation d'un facteur 2 des fréquences de vibration, ce qui suggère que la lumière a un rôle à jouer dans l'agencement des billes le long du tube.

Il est néanmoins possible de détecter les vibrations de nanotube n'ayant pas de réponse optique détectable de façon statique (Figure 6.3).

De façon à comprendre mieux la détection optique des nanotubes, il est nécessaire de relancer la croissance d'échantillons sur un support spécifiquement prévu pour nos expériences afin de limiter la pollution due au stockage, d'avoir accès à plus d'information sur les méthodes de croissance, de pouvoir moduler le niveau de catalyseurs et surtout de pouvoir travailler avec



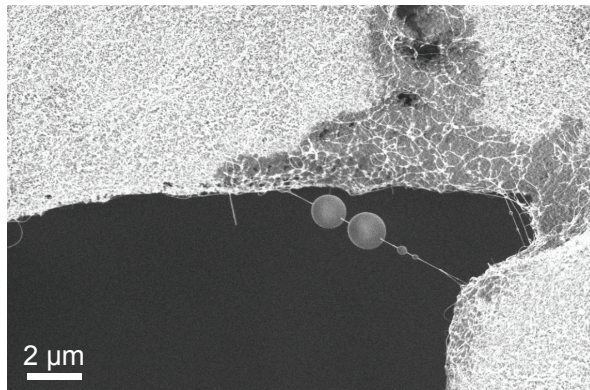


FIGURE 6.2: Image au microscope électronique à balayage d'un nanotube après avoir été détecté optiquement, laissant apparaître des billes de matière qui n'étaient pas là auparavant. Les parties sombres du substrat correspondent certainement au zone où le faisceau laser a été balayé, décapant une partie des nanotubes et du catalyseur qui s'y trouvaient.

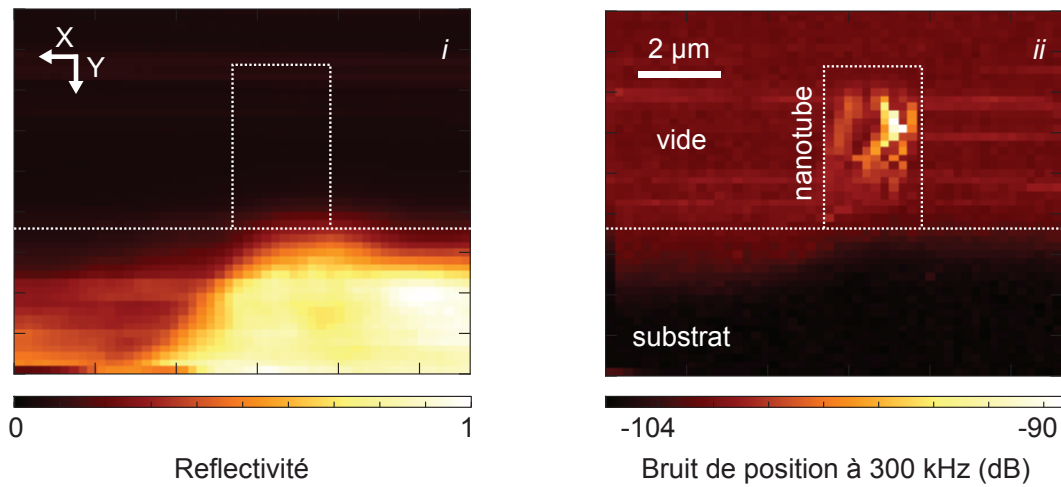


FIGURE 6.3: (i) Carte de la réflectivité statique d'un échantillon avec un nanotube simplement encastré non détecté. (ii) Carte sur la même étendue spatiale du bruit de position à 300 kHz mesuré sur l'analyseur de spectre en mode *zerospan* permettant la détection optique du nanotube.

une densité de nanotubes exploitables beaucoup plus grande sur un même échantillon ( $< 1$  en moyenne sur les échantillons précédents). La Figure 6.4 est une image au microscope électronique à balayage du premier essai de croissance sur SiN. Le support est percée de tranchées de largeur pouvant varier de  $1 \mu\text{m}$  à  $10 \mu\text{m}$ .



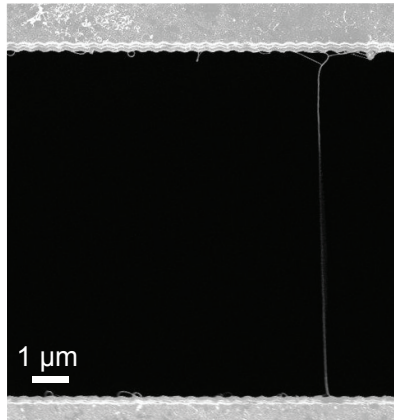


FIGURE 6.4: Image sous microscope électronique à balayage d'un nanotube suspendu crû sur le nouveau support. La rugosité des parois augmente la probabilité d'y voir croître les nanotubes. Les nanotubes ne sont pas uniques comme l'atteste le faisceau visible à l'encastrement, mais cela ne nous gênera pas dans un premier temps.

## 6.2 Micro-trompettes en arsénure de gallium

Une collaboration avec l'équipe mixte CEA-CNRS Grenoble Nanophysique et Semiconducteurs est née autour de micro-trompettes en arsénure de gallium de  $17\text{ }\mu\text{m}$  de long de  $500\text{ nm}$  de diamètre à sa base et de  $1.9\text{ }\mu\text{m}$  en haut (Figure 6.5) développées par N. Malik, J. Claudon et J-M. Gérard [104]. Ces structures embarquent à  $800\text{ nm}$  de leur base des boîtes quantiques en InAs. Leur géométrie permet de guider les photons uniques émis par la boîte ( $\lambda \approx 920\text{ nm}$ ) jusqu'en haut de la trompette en adaptant peu à peu le mode optique guidé à un mode gaussien en espace libre. Elles constituent des systèmes hybrides intégrés : quand la microtrompette vibre selon son premier mode de vibration transverse, la contrainte à sa base est fortement modulée ce qui module en conséquence les niveaux d'énergie excitoniques des boîtes quantiques, d'autant plus qu'elles se trouvent près du bord. Cette collaboration a donné lieu à la première réalisation expérimentale du couplage paramétrique par contrainte d'un résonateur mécanique avec un système quantique. Cette expérience a été menée dans le laboratoire de J-P. Poizat avec I. Yeo et P-L. de Assis [43].

La spectroscopie de la boîte est faite en injectant un faisceau laser ( $\lambda = 825\text{ nm}$ ) par le haut de la trompette à l'aide d'un objectif de microscope et en collectant par le même objectif la photoluminescence, analysée sur un spectromètre ( $12\text{ }\mu\text{eV}$  de résolution spectrale). De façon à réduire la largeur spectrale de l'émission à environ  $65\text{ }\mu\text{eV}$  (voir Figure 6.6ii), la structure est placée sur un doigt froid refroidi par une circulation d'hélium liquide assurant une thermalisation de l'échantillon à une température de l'ordre de  $10\text{ K}$ . On déporte sur cette expérience le système de détection des vibrations en utilisant le même chemin optique que pour la spectroscopie, avec un faisceau laser à  $940\text{ nm}$ , correspondant à une énergie en-dessous de la bande interdite du GaAs et n'affectant pas les boîtes quantiques. La mesure est ainsi effectuée en réflexion, non plus en arrivant transversalement sur le résonateur, mais par au-dessus, le cryostat ne présentant qu'une seule fenêtre optique. Les vibrations de la trompette

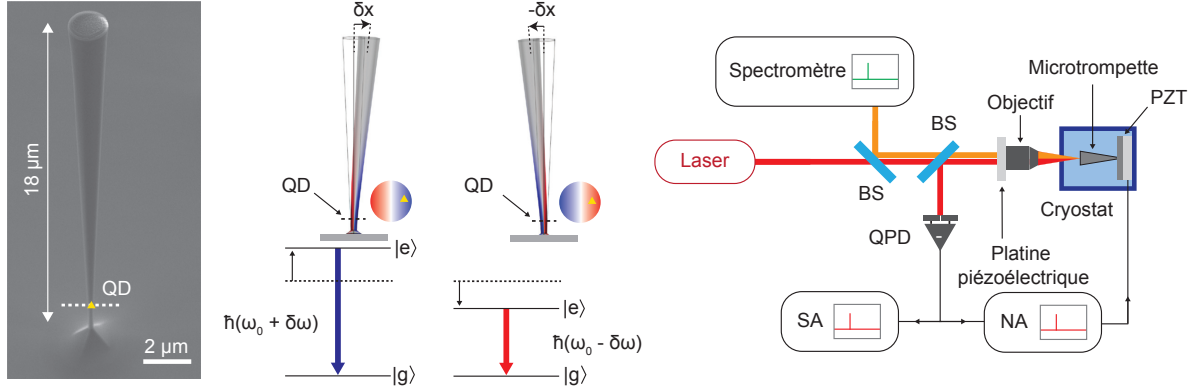


FIGURE 6.5: Image sous microscope électronique à balayage d'une microtrompette de GaAs, principe du couplage par contrainte entre la microtrompette et une boîte quantique embarquée, montage expérimental.

sont détectables<sup>2</sup>, même à froid, sans utiliser nécessairement l'élément piézoélectrique qui permet de faire exciter en bloc tout l'échantillon (Figure 6.6i). La trompette étudiée vibre à environ 520 kHz avec un facteur de qualité de quelques milliers. Quand elle est excitée par l'élément piézoélectrique à résonance, le spectre d'émission de la boîte est modifié de façon maximale (Figure 6.6ii) : de la même manière que pour l'expérience [40] présentée en Figure 1.6ii, quand elle vibre selon son mode fondamental de vibration, la trompette passe en moyenne plus de temps en ces deux positions extrêmes, ce qui explique l'apparition de deux lobes dans le spectre, correspondant aux lieux de compression et de dilatation maximaux. Puisque le système hybride est en couplage adiabatique - la fréquence de vibration mécanique est très inférieure à l'inverse de la durée de vie de l'émetteur, on peut reconstituer l'évolution dynamique de l'énergie de la boîte quantique au cours d'une période de vibration pour passer outre le moyennage temporel en faisant une mesure stroboscopique de la vibration. Pour cela, le faisceau laser de spectroscopie passe à travers un modulateur acousto-optique de façon à être haché à la même fréquence que l'excitation piézoélectrique, c'est-à-dire que la vibration forcée de la microtrompette, générant une impulsion lumineuse durant un dixième environ de la période mécanique. En déphasant ces deux signaux d'excitation, on peut mesurer la photoluminescence à différents moments de la vibration du résonateur au cours d'une période (Figure 6.6iii).

La mesure des vibrations et de l'élargissement spectral permet d'accéder à la constante de couplage entre les deux composantes du système hybride  $g_0$  qui donne la variation d'énergie d'émission de la boîte pour les fluctuations de vibrations de point-zéro de la microtrompette, évaluée à  $g_0 = 450 \pm 150$  kHz à quelques centaines de kilohertz. Avec une telle constante de couplage, on approche le régime de couplage ultrafort,  $g_0 > \Omega_m$ . Dans un tel régime, la séparation spatiale entre les positions au repos de l'oscillateur mécanique qui dépend de l'état de la boîte quantique est alors plus grand que ses fluctuations de point-zéro. Le système est

2. Dans le cadre de cette expérience, les quatre quadrants de la photodiode peuvent néanmoins être utilisés pour avoir une information immédiate sur la direction de vibration du résonateur, à condition d'être doté de deux analyseurs de spectre

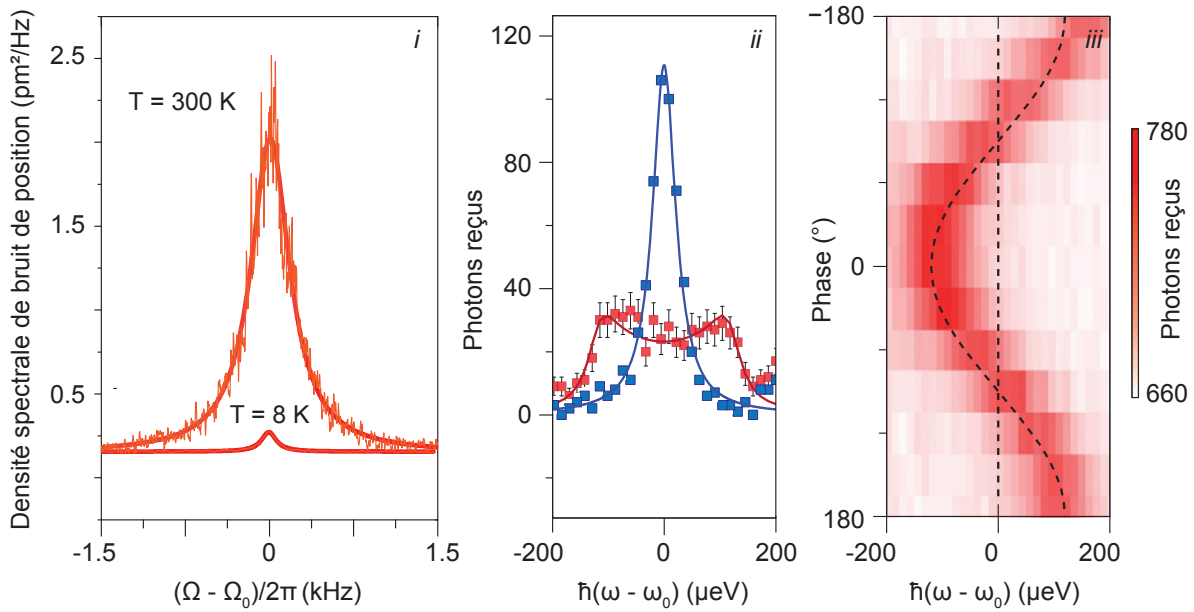


FIGURE 6.6: (i) Densité spectrale de bruit de position d’une microtrompette à température ambiante et à froid. (ii) Spectres de photoluminescence d’une boîte quantique quand la trompette est au repos (bleu) et excitée par l’élément piézoélectrique. (iii) Spectres de photoluminescence de la boîte quantique mesurés de façon stroboscopique en modulant l’intensité du faisceau de pompe à la résonance mécanique avec des impulsions pouvant être retardées par rapport à l’excitation piézoélectrique.

alors en forte analogie avec l’expérience de Stern et Gerlach, dans lequel l’état de spin de l’atome était encodé sur son impulsion.

A une température de  $T = 5\text{ K}$ , le mouvement Brownien de la microtrompette ne contribue que de l’ordre de  $1\text{ }\mu\text{eV}$  à la largeur spectrale d’émission de la boîte. Néanmoins, dans le cas d’un oscillateur plus léger (voir [44]) ou à plus haute température, le refroidissement du résonateur, par friction froide par exemple, devrait permettre de réduire la largeur spectrale de la boîte quantique. Comme pour les systèmes hybrides à centres NV, il est intéressant d’atteindre le régime des bandes latérales résolues, c’est-à-dire que le temps de cohérence du système à deux niveaux soit plus long que le temps de cohérence mécanique, pour pouvoir effectuer une mesure mécanique en temps réel et non destructive de l’état de la boîte quantique, pour transférer les états quantiques du système à deux niveaux sur le résonateur mécanique ou encore utiliser le système à deux niveaux pour le refroidir activement [105]. Ceci est difficile car le temps de cohérence de l’exciton est de l’ordre de  $0.5\text{ ns}$ , mais de nombreuses expériences alternatives sont en cours d’exploration, comme de voir l’action en retour de la boîte quantique sur la trompette.

Ce couplage pourrait être mis à profit pour localiser les boîtes quantiques dans une microtrompette avec une résolution meilleure que l’optique, comme proposé dans [44], ou pour coupler plusieurs boîtes quantiques au sein d’un même nanofil. Des mesures avec les nouveaux doctorants sur l’expérience, Dmitrii Tumanov et Hoai-anh Nguyen, sont en cours afin en par-

ticulier de déterminer la cartographie des forces optiques s'appliquant sur la microtrompette, rendue non triviale par le fait qu'une partie de la lumière peut être guidée dans la structure.

### 6.3 Nanofils en diamant monocristallin

La nanofabrication sur diamant, qui était jusqu'à présent difficilement maîtrisable, a fait de remarquables avancées ces dernières années, en particulier sur diamant monocristallin [84], permettant de disposer de résonateurs de très grand facteur de qualité ( $> 10^6$  [106]). Cela devrait permettre, pour les mêmes dimensions que nos résonateurs en SiC, de gagner environ deux ordres de grandeurs sur la sensibilité en force. Dans le contexte des systèmes hybrides, il est intéressant de pouvoir avoir le centre NV directement intégré dans le résonateur pour rendre la conception du système hybride plus reproductible et extensible pour dans le futur pouvoir en former des réseaux [107]. Aussi, l'implantation ionique localisée dans un cristal massif permet d'obtenir des temps de cohérence plus longs que dans un nanodiamant greffé au bout d'un nanofil [108]. Dans le cadre d'une collaboration avec P. Maletinsky, récemment installé à l'Université de Bâle, nous avons pu mesurer les vibrations de poutres en diamant de sa fabrication. Elles se présentent sur une puce qui, comme pour les nanotubes, peut être fixée au porte-échantillon à l'aide de scotch carbone. La puce est entièrement traversante : la détection peut être réalisée en transmission. La Figure 6.7 présente l'image sous microscope électronique d'une des poutres dont la détection des vibrations a été réalisée. La poutre étudiée a une longueur de  $10\text{ }\mu\text{m}$  pour une épaisseur d'environ  $100\text{ nm}$  et une largeur d'environ  $300\text{ nm}$ . Son mode fondamental de vibration est à  $4.92\text{ MHz}$ . Une étude de  $5 \times 10^{-3}\text{ mbar}$  à  $5 \times 10^{-1}\text{ mbar}$  montre que le facteur de qualité d'environ 700 à n'évolue pas avec la pression.

### 6.4 Nanofils en nitrure de gallium et nanofils en diamant polycristallin

Au cours de cette thèse, une collaboration avec J. Emery, C. Durand et leur étudiant Florian Godel (CEA Grenoble) a été démarrée afin d'étudier les vibrations de nanofils en GaN crûs par MOCVD (*Metalorganic chemical vapor deposition*). Cette méthode de croissance sur substrat devrait permettre de réduire les pertes à l'encastrement rencontrées avec les fils de SiC attachés sur pointe en tungstène qui limitent le facteur de qualité mécanique à faible pression. Il y a aussi peu de défauts structuraux ce qui autorise le travail à très fortes puissances optiques ( $> 100\text{ mW}$  dans l'air) (Figure 6.8i-iii).

Une premier essai sur diamant polycristallin a été réalisé en utilisant une membrane de  $300\text{ nm}$  d'épaisseur suspendue au-dessus d'une ouverture réalisée par l'arrière via une gravure au KOH d'un wafer de silicium. Elle a été préparée à l'Institut Néel par J. Bousquet du groupe SC2G avec D. Eon, E. Gheeraert et E. Bustarret et percée par J-F Motte au faisceau d'ions focalisé (FIB) pour réaliser des fils de  $50\text{ }\mu\text{m}$  de long pour  $300\text{ nm}$  de large. Leurs vibrations thermiques sont observées à pression ambiante avec une dynamique semblable à celles des fils de SiC. Le facteur de qualité d'environ 15 permet d'entrevoir la levée de dégénérescence des polarisations mécaniques sur le premier mode (Figure 6.8iv-v).

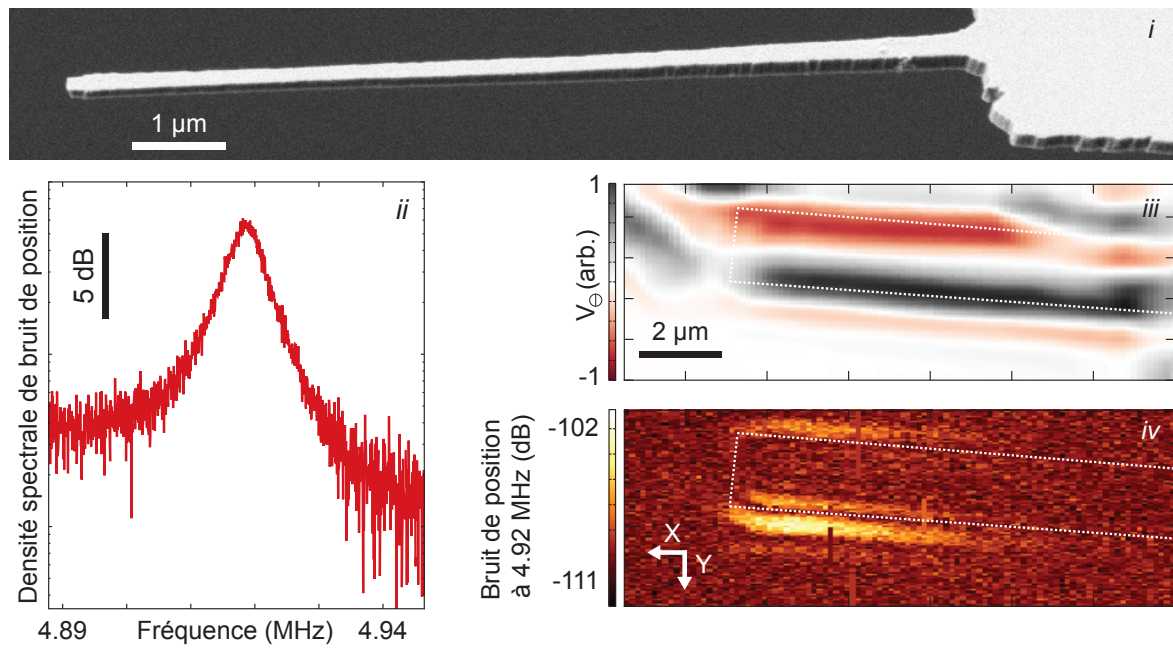


FIGURE 6.7: (i) Image sous microscope électronique à balayage d'une poutre nanométrique en diamant monocristallin. (ii) Spectre de bruit de position associé à cette poutre ( $P = 5 \times 10^{-3}$  mbar,  $P_{\text{opt}} = 11.6$  mW) ; l'asymétrie est due à la réponse spectrale de la photodiode qui n'est plus plate à ces hautes fréquences. (iii) Carte de la transmission différentielle de la poutre dont la position est rappelée par les pointillés. Le signal observé loin de la poutre est dû à la présence des autres poutres à proximité. (iv) Carte du bruit de position à 4.92 MHz mesuré sur l'analyseur de spectre en mode *zerospan* ; la mesure des vibrations est plus sensible sur les bords de la poutre (RBW = 470 Hz, temps par point : 100 ms).

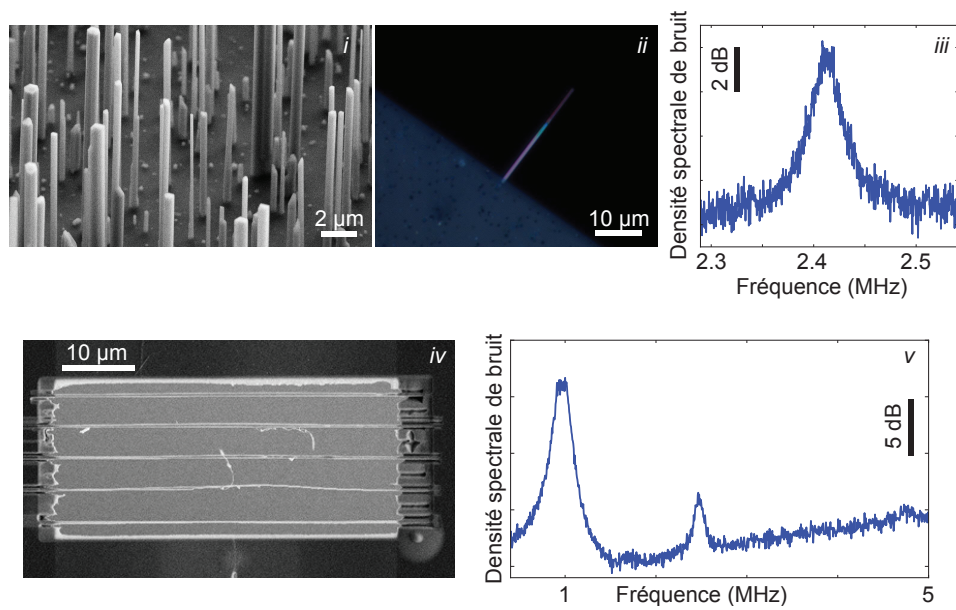


FIGURE 6.8: (i) Image sous microscope électronique à balayage d'un ensemble de nanofil en GaN crûs par MOCVD. (ii) Image sous microscope optique d'un nanofil en GaN couché. (iii) Densité spectrale de bruit de position d'un nanofil de GaN couché à pression ambiante. (iv) Ensemble de nanofils en diamant polycristallin issu d'une membrane à l'épaisseur nanométrique découpée au FIB. (v) Densité spectrale de bruit de position d'un nanofil en diamant polycristallin à pression ambiante.

# Conclusion

L'utilisation de résonateurs mécaniques très différents, de pendules de plusieurs mètres à des ions uniques, permet l'étude d'une grande variété de phénomènes, du mouvement des planètes à l'étude de particule unique en passant par de la biologie. Cela nécessite néanmoins d'être capable de mesurer les propriétés mécaniques du résonateur. Pour cela, il doit être couplé à une sonde de vibrations, par exemple de la lumière. On entre alors dans le champ de l'optomécanique, qui concerne le couplage entre lumière et des degrés de liberté mécaniques. Dans l'expérience archétypique d'optomécanique, les vibrations du résonateur module la phase d'un faisceau laser qui s'y réfléchit, mesurable par interférométrie. L'emploi d'une cavité optique permet d'augmenter l'interaction entre le faisceau sonde et l'oscillateur, la lumière y effectuant plusieurs aller-retours. L'optomécanique permet d'explorer les fondements de la théorie de la mesure, inhérente à la description en physique quantique : un objet est perturbé par la mesure que l'on en fait. Lorsqu'on augmente la puissance optique, la sensibilité en déplacement augmente, mais, la lumière appliquant une force optique sur le résonateur, l'action en retour de la lumière sur le résonateur également. Cette action en retour modifie les propriétés mécaniques du résonateur. Un désaccord du laser de mesure avec la résonance de la cavité peut générer une force supplémentaire, dépendante de la position du résonateur mécanique. Cette raideur optique supplémentaire modifie sa fréquence de résonance. Si la force est retardée, à cause, par exemple, du temps d'établissement du champ dans la cavité, elle agit alors comme une force visqueuse, ce qui modifie l'amortissement du résonateur sans ajouter de fluctuations supplémentaires. En combinant des techniques actives de refroidissement comme celle-ci, avec des techniques cryogéniques traditionnelles, le refroidissement optique de résonateurs mécaniques macroscopiques a pu être poussé jusque dans leur état fondamental de vibration grâce aux progrès réalisés en nanofabrication ces dernières années.

L'enjeu est désormais de pouvoir générer et observer des états non-classiques de vibrations mécaniques. Pour cela, une stratégie consiste à hybrider l'oscillateur à un système quantique externe bien contrôlé. C'est la thématique du groupe de recherche naissant dans lequel cette thèse a été effectuée. Le système quantique peut être, par exemple, un centre NV. Le centre NV est un défaut coloré dans le diamant qui possède des propriétés optiques et de spin exceptionnelles comme une très grande durée de vie même à température ambiante. Un nanodiamant contenant un centre NV est attaché à l'extrémité d'un nanorésonateur. Le système ainsi constitué est plongé dans un gradient de champ magnétique, de façon à coupler les vibrations du résonateur au spin électronique du centre NV. Le spin du centre NV plongé dans le gradient de champ applique une force sur le résonateur mécanique, qui dépend de son état de spin. Cette configuration, qui rappelle l'expérience de Stern et Gerlach, dans lequel l'état du spin est encodé sur un degré de liberté spatial, est l'élément-clé permettant de transférer les états non-classiques du spin vers le degré de liberté mécanique. Cette force différentielle est très ténue,

attendue à quelques 20 aN, et requiert donc une très grande sensibilité en force. Cela nous invite à choisir des résonateurs nanométriques, comme un nanofil de SiC. Les nanofils étudiés ont une longueur de l'ordre de quelques dizaines de microns et un diamètre d'une centaine de nanomètres. Ils sont attachés à l'extrémité d'une pointe en tungstène, ce qui permet de les manipuler facilement. Le carbure de silicium présente l'avantage d'être léger, rigide et de présenter une large bande interdite, ce qui permet de travailler avec de la lumière visible sans être dominé par des effets d'absorption. La sensibilité en force de ces nanofils est de l'ordre de  $10 \text{ aN}/\sqrt{\text{Hz}}$ , c'est-à-dire qu'elle devrait être suffisante pour voir les forces dépendantes du spin. Les objectifs de cette thèse étaient de détecter les vibrations d'un nanofil unique, malgré des dimensions latérales sub-longueur d'onde, d'identifier et de maîtriser toutes les autres forces s'y appliquant, en particulier, celles liées à l'action en retour de la mesure, et enfin de montrer qu'il peut être utilisé comme une sonde de force vectorielle ultrasensible.

Pour s'affranchir des limitations inhérentes à la diffraction de la lumière, différentes approches ont été proposées en utilisant des champs confinés avec des solutions souvent fortement intégrés, rendant délicat l'accès physique au résonateur pour mesurer des forces extérieures. Notre approche consiste à plonger le nanofil dans un faisceau laser fortement focalisé sans cavité optique supplémentaire, une méthode rappelant les techniques développées dans le domaine des pinces optiques. Dans notre cas cependant, la position du nanofil est contrôlée indépendamment de la lumière. Pour bien comprendre la dynamique du nanorésonateur ainsi que l'action en retour induite par la lumière, il est nécessaire de pouvoir se déplacer dans le champ de force afin de pouvoir sonder la structure spatiale. L'étude de la structure spatiale de l'interaction optomécanique est le cœur de ce travail de thèse.

Le couplage au bain thermique du résonateur est modélisé par un bruit de force, appelé force de Langevin. La force de Langevin a une moyenne temporelle nulle, mais une densité spectrale déterminée par le théorème fluctuation-dissipation proportionnelle à la masse effective, à l'amortissement et à la température du mode mécanique. Ce bruit de force est responsable d'un bruit de déplacement, qu'on appelle le mouvement Brownien. La variance du déplacement pour les nanofils étudiés correspond à des fluctuations de déplacement de l'ordre de 1 % du diamètre du fil. La force de Langevin détermine la sensibilité en force mais permet aussi, à condition de pouvoir détecter le mouvement Brownien, d'accéder directement aux propriétés mécaniques du résonateur.

Pour détecter les vibrations du nanofil, un faisceau laser est focalisé très fortement sur le nanofil grâce à un objectif de microscope de très grande ouverture numérique. Le faisceau transmis est collecté grâce à un second objectif de microscope et imagé sur une photodiode à quadrants. La différence d'intensités reçues sur les quadrants est utilisée pour s'affranchir des bruits communs. Le nanofil est attaché à une platine piézoélectrique qui permet de le déplacer dans trois directions. En particulier, il peut être imagé dans le plan horizontal, son plan de vibration. Sa position dans le faisceau peut être choisie dans une zone de fort gradient de transmission différentielle, de façon à ce qu'une petite fluctuation de déplacement induise une grande fluctuation de tension en sortie des quadrants. En mesurant ces fluctuations sur un analyseur de spectre, le mouvement Brownien du nanofil de ses deux premiers modes mécaniques, peut être résolu avec plus de 30 dB de dynamique à pression ambiante, malgré un facteur de qualité mécanique approchant l'unité. Le plancher est limité par le bruit de partition de la lumière. La sensibilité obtenue est du même ordre de grandeur que celle d'un interféromètre de



Michelson avec un miroir parfaitement réfléchissant. Le grand contraste obtenu s'explique par l'existence de résonances optiques dans le nanofil. En analogie avec la physique atomique, ces résonances, qui gouvernent toute l'interaction lumière-nanofil, exacerbent la section efficace de diffusion du nanofil, jusqu'à un ordre de grandeur de plus que la section réelle. Ce phénomène dépend des propriétés de la lumière et du nanofil, ce qui nous a conduit à utiliser des faisceaux lasers de différentes longueurs d'onde.

Le cœur de l'expérience est placé dans une enceinte à vide de façon à limiter l'émission d'ondes acoustiques dans l'air, responsable du faible facteur de qualité mécanique. L'électronique autour de la photodiode a été intégralement réalisée à l'Institut. La sortie de la photodiode est divisée en deux voies : une voie basse fréquence qui permet de positionner le nanofil dans le faisceau et une voie haute fréquence dans laquelle sont encodées les vibrations du nanofil. Les faisceaux réfléchis sont imagés sur une photodiode à avalanche. Ils permettent par imagerie et reconnaissance de forme, d'asservir en position le nanofil dans le faisceau. Pour contrôler l'intégralité de l'expérience et pouvoir faire des mesures complexes qui imbriquent imagerie, mesures temporelles, mesures de bruit, asservissement et ajustement de données, de façon automatisée, un code en *Python* (interface en *PyQt*) a été développé à partir de zéro. Les mesures présentées dans cette thèse ont toutes été obtenues à travers ce programme, qui est très modulable : il permet de faire aussi bien de l'imagerie sur une expérience de microscopie que de la cartographie vectorielle de force pendant plusieurs jours de façon automatisée. Ce programme diffuse au sein du laboratoire, déjà plus de 5 expériences en sont équipées. Il sera disponible sous licence *GPL*.

Dans un vide moyen de  $10^{-3}$  mbar, le facteur de qualité mécanique augmente de trois ordres de grandeur, permettant la détection du mouvement Brownien du nanofil avec plus de 70 dB de dynamique. Le plancher de bruit est à moins de 10 dB de la limite quantique standard, la sensibilité nécessaire à la détection des fluctuations de point-zéro du nanofil s'il était dans son état fondamental de vibration. Cette grande sensibilité aux déplacements est utilisée pour étudier le mouvement Brownien sur toute la longueur du nanofil et établir le profil des trois premiers modes mécaniques, en accord avec la théorie de la poutre. Une étude en pression du facteur de qualité est permet, avec une mesure en puissance optique, de s'assurer que le bruit observé est bien du mouvement Brownien.

Le facteur de qualité sous vide est suffisant pour discriminer les deux polarisations mécaniques sur tous les modes mécaniques. Le fil n'étant pas un cylindre parfait, il existe deux directions de vibration préférentielles, légèrement différentes en fréquences. La mesure sur la photodiode est la projection sur le gradient local de la transmission différentielle de la déflexion du nanofil qui se décompose en un déplacement selon les deux vecteurs propres. La détection selon une direction est optimale quand ce vecteur de mesure est aligné dessus. La mesure du gradient local est nécessaire à la calibration en déplacement des signaux mesurés de très grande dynamique. La grande distribution d'orientation du vecteur de mesure est utilisée pour reconstruire le caractère projectif de la mesure et déterminer quantitativement les axes de vibrations. Cette mesure permet de déterminer la masse effective des polarisations mécaniques et permet de vérifier que la force de Langevin est constante sur toute l'étendue du plan horizontal, malgré que l'intensité lumineuse varie de plusieurs ordres de grandeur. Une tomo-

graphie du nanofil permet de déterminer sa déviation tridimensionnelle par rapport à l'axe vertical et de s'assurer que le plan des vibrations peut être confondu avec le plan horizontal.

Cette information vectorielle sur le déplacement est mise à profit pour utiliser le nanofil comme une sonde de force vectorielle. La sensibilité en force mesurée est d'une trentaine d'aN/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Etant intéressé à l'action en retour exercée par un faisceau laser sur la dynamique du nanofil, on étudie la force optique appliquée localement sur le nanofil en réalisant une mesure résonante : un deuxième faisceau laser est modulé en intensité à travers le mode mécanique fondamental, la force qu'il applique sur le nanofil génère un déplacement qui se projette selon les deux vecteurs propres. La connaissance de la réponse à la modulation en amplitude et en phase, du mouvement Brownien et du vecteur de mesure permet de remonter à la projection de la force selon les deux vecteurs propres. On vérifie que le déplacement généré par la force et la mesure de déplacement restent linéaires dans les gammes de puissances optiques étudiées. La carte vectorielle du champ de force optique est réalisée dans le plan horizontal du nanofil dans une région de quelques micromètre autour du waist. On effectue 1600 mesures pendant une durée de 22 h, ce qui compte tenu des dérives thermiques de l'ordre de la centaine de nanomètre par Kelvin, met à profit les différents asservissements. L'intégralité des signaux sont ajustés de façon automatique. Le fil utilisé a un diamètre de 150 nm, le champ de force obtenu est propagatif et en accord quantitatif avec la théorie. Il est non-conservatif et présente de fortes variations spatiales à l'échelle nanométrique, de l'ordre d'un millièème de la raideur intrinsèque du nanofil.

Le nanofil évolue dans un champ de force bidimensionnel, ce qui nous invite à reconsidérer sa dynamique. En linéarisant la force pour de petites déflexions, les gradients spatiaux de la force figurent désormais dans la nouvelle matrice de rappel. Les termes diagonaux de gradients décalent les fréquences, à la manière du ressort optique classique en optomécanique en cavité. Les termes anti-diagonaux de gradients couplent les deux polarisations mécaniques. En diagonalisant cette matrice, de nouveaux vecteurs propres et de nouvelles fréquences propres apparaissent. La mesure expérimentale de la carte de force permet de tracer les gradients de force dans une base naturelle qui fait apparaître en particulier le rotationnel et la divergence. On en déduit l'écart en fréquence entre les polarisations mécaniques attendu par le champ de force mesuré et le formalisme développé. Il est comparé à l'écart en fréquence observé sur les spectres de mouvement Brownien enregistrés en tout point et révèle un excellent accord. On note une dyssymétrie entre la gauche et la droite du faisceau, les fréquences s'écartant ou se rapprochant, qui est due au non-alignement des polarisations mécaniques sur l'axe du faisceau laser. Il est nécessaire de bien connaître le champ de force dans lequel un nanorésonateur évolue pour en comprendre la dynamique.

Le champ de force étant non-conservatif, les gradients de force anti-diagonaux ne sont pas nécessairement égaux. Il rend possible un nouveau type de couplage fort entre les polarisations mécaniques, induisant une coalescence des fréquences puis une auto-oscillation du nanofil à puissance optique suffisante. Cet effet, qui dépend de la structure locale du champ de force est étudié expérimentalement en détails et comparé à des développements théoriques.

L'action en retour présentée est due à des effets purement linéaires, au fait que le nanofil évolue dans un champ de force bidimensionnelle, instantanée. Dans ce cas, la phase à résonance de chacune des polarisations mécaniques est en quadrature avec la modulation d'intensité.

Cela n'est pas systématique selon la position le long du fil ou le fil et il arrive que la phase à résonance soit arbitraire. Ce retard est d'origine thermique. Le fil est localement chauffé et l'onde thermique se propage jusqu'à la pointe en tungstène. La fréquence de coupure thermique, mesurée par une technique pompe-sonde, est plus lente que la résonance mécanique. Le champ de force s'en trouve partiellement retardée. Le formalisme de l'action en retour est similaire à celui développé dans la partie instantanée, néanmoins, les gradients de force sont maintenant complexes. La partie réelle induit la même action en retour instantanée que présentée précédemment : elle induit des changements de fréquences de résonance. De façon analogue, la partie imaginaire va changer l'amortissement des polarisations mécaniques. Cela signifie que l'amortissement du fil peut être ajusté selon sa position dans le faisceau, certaines positions, sur l'axe optique par exemple, permettant de ne pas être sensible à l'action en retour. Les gradients de force étant directement proportionnels à la puissance optique, un contrôle à la demande de l'amortissement est permis. La nouveauté de ce phénomène réside dans la possibilité de refroidir ou chauffer l'une ou l'autre des polarisations de façon sélective, sans utiliser de cavité. En réduisant l'amortissement suffisamment, on peut à nouveau observer un départ en instabilité du nanofil. Il est percutant de comparer cette classe d'instabilité avec celle observée précédemment dans le cas instantanée pour constater que dans ce premier cas, le départ en instabilité n'intervient qu'après la coalescence des fréquences.

Enfin, au travers de nombreuses collaborations, la grande versatilité de notre système de détection sans cavité a pu être mise en évidence, de nanotube de carbone à des poutres en diamant, en passant par des nanofils en GaN ou des microtrompettes en GaAs. Les résultats présentés dans ce manuscrit, de la méthode de détection au formalisme de l'action en retour bidimensionnel, sont généralisables à tous les nanorésonateurs plongés dans des champs de force bidimensionnels. En particulier, ce travail de thèse trouve un écho particulier pour les mesures de microscope à force magnétique résonant avec des résonateurs ultralégers - et l'étude de champ de force magnétique en général, intrinsèquement non-conservatif, ou encore des forces de surface, comme en microscopie à force atomique avec plusieurs ordres de grandeur de sensibilité supplémentaires avec de plus l'information vectorielle sur la force mesurée. La connaissance de l'action en retour bidimensionnelle peut être mise à profit pour modifier les propriétés mécaniques du nanorésonateur et les adapter à l'objet d'étude. Elle devrait aussi permettre, en particulier grâce à la torsion des modes induites par les gradients de force, de mesurer indirectement l'action de forces non modulables. Le bruit de pression de radiation quantique exercé par la lumière sur le nanofil doit pouvoir être étudié en construisant une expérience adaptée en plaçant le nanofil dans une cavité optique, en prenant garde à ses modes optiques de diffusion.

Ce travail ouvre de nombreuses discussions concernant l'équilibre thermodynamique d'un nanorésonateur dans un champ de force non-conservatif. Les premières signatures de bifurcation indiquent que le nanofil n'est plus à l'équilibre thermodynamique avant la bifurcation, ce qui est attendu si le mouvement Brownien parcourt de tels gradients que la différence d'énergie entre les trajectoires n'est plus négligeable. Dans un champ de force partiellement retardée, dans le cas où la partie purement retardée et la partie purement instantanée ont une topologie très différente, les bases des fréquences et des amortissements diagonalisées peuvent être différentes : les déplacements sur les deux polarisations mécaniques devraient être corrélées.

L'interaction optomécanique de ce système est d'une grande richesse. On entend mettre à profit l'existence des résonances optiques, pour explorer d'autres topologies de force optique comme les forces piégeantes, anti-piégeantes, et éventuellement des force de pression de radiation négative. En utilisant l'absorption résiduelle du fil, il devrait être possible de faire varier l'indice optique de façon contrôlée et ainsi utiliser les résonances de Mie pour travailler comme en optomécanique en cavité traditionnelle. L'optomécanique peut être utilisée pour sonder des phénomènes complexes de nano-optique, le champ de force et/ou le champ électromagnétique local créés par d'autres objets, par exemple des pointes de sonde à champ proche optique ou des cristaux photoniques. Le nanorésonateur peut être lui aussi façonné selon les applications pour exacerber les résonances optiques et accéder à des interactions optomécaniques inédites. Il est aussi possible de préparer le ou les faisceaux lasers incidents de façon à pomper sélectivement les résonances optiques, pour obtenir des sections efficaces optimales ou adapter à volonté les champ de force vu par le nanorésonateur et leur action en retour pour modeler les propriétés mécaniques du résonateur.

La grande dynamique des vibrations observée à température ambiante doit assurer la détection du mouvement Brownien dans un cryostat, permettant d'étudier les propriétés mécaniques de nanorésonateurs à très basses températures, d'augmenter sensiblement la sensibilité en force et enfin de mettre le système hybride dans des conditions où le refroidissement dans son état fondamental est accessible. Ce travail va permettre plus généralement d'étudier les systèmes hybrides, ajoutant la possibilité de détecter les vibrations de la composante mécanique du système et de faire l'étude de l'action en retour induite par l'environnement complexe dans lequel le fil sera placé. Il prouve que le nanofil peut être utilisé comme une sonde de force suffisamment sensible pour détecter des forces dépendantes du spin et qu'on peut modeler le profil de force dans lequel il évolue de façon à le mettre dans des conditions favorables à une mesure impulsionnelle rapide de ces forces. La généralité des méthodes et du formalisme développé servira à tous les systèmes hybrides optomécaniques.

# Bibliographie

- [1] Henry CAVENDISH : Experiments to determine the density of the earth. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 88:pp. 469–526, 1798. [[11](#), [12](#)]
- [2] Léon FOUCAULT : Démonstration physique du mouvement de rotation de la terre au moyen du pendule. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 32:135–138, 1851. [[11](#)]
- [3] J. O. WILHELM, A. D. MISENER et A. R. CLARK : The viscosity of liquid helium. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences*, 151(873):342–347, 1935. [[11](#)]
- [4] G. BINNIG, C. F. QUATE et Ch. GERBER : Atomic force microscope. *Phys. Rev. Lett.*, 56:930–933, 1986. [[12](#)]
- [5] D. RUGAR, H. J. MAMIN et P. GUETHNER : Improved fiber-optic interferometer for atomic force microscopy. *Applied Physics Letters*, 55(25):2588–2590, 1989. [[12](#)]
- [6] A. D. DRAKE et D. C. LEINER : Fiber-optic interferometer for remote subangstrom vibration measurement. *Review of Scientific Instruments*, 55(2):162–165, 1984. [[12](#)]
- [7] D. RUGAR, R. BUDAKIAN, H. J. MAMIN et B. W. CHUI : Single spin detection by magnetic resonance force microscopy. *Nature*, 430(6997):329–332, 2004. [[12](#), [13](#), [29](#)]
- [8] J. M. NICHOL, E. R. HEMESATH, L. J. LAUHON et R. BUDAKIAN : Nanomechanical detection of nuclear magnetic resonance using a silicon nanowire oscillator. *Phys. Rev. B*, 85:054414, 2012. [[12](#), [13](#)]
- [9] F. J. GIESSIBL : Advances in atomic force microscopy. *Rev. Mod. Phys.*, 75:949–983, 2003. [[13](#)]
- [10] R. KUBO : The fluctuation-dissipation theorem. *Reports on Progress in Physics*, 29(1):255, 1966. [[13](#), [38](#)]
- [11] Olivier ARCIZET : *Mesure optique ultrasensible et refroidissement par pression de radiation d'un micro-résonateur mécanique*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2006. [[13](#), [14](#)]
- [12] T. R. ALBRECHT, P. GRÜTTER, D. HORNE et D. RUGAR : Frequency modulation detection using highq cantilevers for enhanced force microscope sensitivity. *Journal of Applied Physics*, 69(2):668–673, 1991. [[13](#)]
- [13] A. GLOPPE, P. VERLOT, E. DUPONT-FERRIER, A. SIRIA, P. PONCHARAL, G. BACHELIER, P. VINCENT et O. ARCIZET : Bidimensional nano-optomechanics and topological backaction in a non-conservative radiation force field. *Nat Nano*, 9(11):920–926, 2014. [[13](#), [31](#)]

- [14] J. MOSER, J. GUTTINGER, A. EICHLER, Esplandiu M. J., Liu D. E., Dykman M. I. et Bachtold A. : Ultrasensitive force detection with a nanotube mechanical resonator. *Nature Nanotechnology*, 8(7):493–496, 2013. [[13](#), [139](#)]
- [15] M. J BIERCUK, H. UYS, J. W. BRITTON, A. P. VANDEVENDER et John J. BOLLINGER : Ultrasensitive detection of force and displacement using trapped ions. *Nature Nanotechnology*, 5(9):646–650, 2010. [[13](#)]
- [16] Kip S. THORNE : Gravitational-wave research : Current status and future prospects. *Rev. Mod. Phys.*, 52:285–297, 1980. [[14](#)]
- [17] G. CELLA et A. GIAZOTTO : Invited review article : Interferometric gravity wave detectors. *Review of Scientific Instruments*, 82(10), 2011. [[14](#)]
- [18] A. ABRAMOVICI, W. E. ALTHOUSE, R. W. P. DREVER, Y. GÜRSEL, S. KAWAMURA, F. J. RAAB, D. SHOEMAKER, L. SIEVERS, R. E. SPERO, K. S. THORNE, R. E. VOGT, R. WEISS, S. E. WHITCOMB et M. E. ZUCKER : Ligo : The laser interferometer gravitational-wave observatory. *Science*, 256(5055):325–333, 1992. [[14](#)]
- [19] Yassine HADJAR : *Etude du couplage optomécanique dans une cavité de grande finesse. Observation du mouvement Brownien d'un miroir*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1998. [[14](#), [15](#), [37](#)]
- [20] S. GROBLACHER, K. HAMMERER, M. R. VANNER et M. ASPELMEYER : Observation of strong coupling between a micromechanical resonator and an optical cavity field. *Nature*, 460(7256):724–727, 2009. [[14](#)]
- [21] M. PINARD, Y. HADJAR et A. HEIDMANN : Effective mass in quantum effects of radiation pressure. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 7(1):107–116, 1999. [[14](#), [38](#)]
- [22] C. M. CAVES, K. S. THORNE, R. W. P. DREVER, V. D. SANDBERG et M. ZIMMERMANN : On the measurement of a weak classical force coupled to a quantum-mechanical oscillator. i. issues of principle. *Rev. Mod. Phys.*, 52:341–392, 1980. [[14](#)]
- [23] B. P. ABBOTT et LIGO COLLABORATION : Ligo : the laser interferometer gravitational-wave observatory. *Reports on Progress in Physics*, 72(7):076901, 2009. [[14](#)]
- [24] S. GROBLACHER, J. B. HERTZBERG, M. R. VANNER, G. D. COLE, S. GIGAN, K. C. SCHWAB et M. ASPELMEYER : Demonstration of an ultracold micro-optomechanical oscillator in a cryogenic cavity. *Nat Phys*, 5(7):485–488, 2009. [[14](#)]
- [25] J. D. THOMPSON, B. M. ZWICKL, A. M. JAYICH, Florian MARQUARDT, S. M. GIRVIN et J. G. E. HARRIS : Strong dispersive coupling of a high-finesse cavity to a micromechanical membrane. *Nature*, 452(7183):72–75, 2008. [[14](#)]
- [26] E. D. BLACK : An introduction to pound–drever–hall laser frequency stabilization. *American Journal of Physics*, 69(1):79–87, 2001. [[15](#)]
- [27] T. P. PURDY, R. W. PETERSON et C. A. REGAL : Observation of radiation pressure shot noise on a macroscopic object. *Science*, 339(6121):801–804, 2013. [[15](#)]
- [28] O. ARCIZET, P.-F. COHADON, T. BRIANT, M. PINARD et A. HEIDMANN : Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror. *Nature*, 444(7115):71–74, 2006. [[15](#)]

- [29] S. GIGAN, H. R. BOHM, M. PATERNOSTRO, F. BLASER, G. LANGER, J. B. HERTZBERG, K. C. SCHWAB, D. BAUERLE, M. ASPELMEYER et A. ZEILINGER : Self-cooling of a micromirror by radiation pressure. *Nature*, 444(7115):67–70, 2006. [15]
- [30] A. D. O’CONNELL, M. HOFHEINZ, M. ANSMANN, Radoslaw C. BIALCZAK, M. LENANDER, Erik LUCERO, M. NEELEY, D. SANK, H. WANG, M. WEIDES, J. WENNER, J. M. MARTINIS et A. N. CLELAND : Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator. *Nature*, 464(7289):697–703, 2010. [15, 16]
- [31] J. D. TEUFEL, T. DONNER, Dale LI, J. W. HARLOW, M. S. ALLMAN, K. CİCAK, A. J. SIROIS, J. D. WHITTAKER, K. W. LEHNERT et R. W. SIMMONDS : Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state. *Nature*, 475(7356):359–363, 2011. [15, 16]
- [32] J. CHAN, T. P. M. ALEGRE, A. H. SAFAVI-NAEINI, J. T. HILL, A. KRAUSE, S. GROBLACHER, M. ASPELMEYER et O. PAINTER : Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state. *Nature*, 478(7367):89–92, 2011. [15, 18]
- [33] E. VERHAGEN, S. DELEGLISE, S. WEIS, A. SCHLIESSER et T. J. KIPPENBERG : Quantum-coherent coupling of a mechanical oscillator to an optical cavity mode. *Nature*, 482(7383):63–67, 2012. [15]
- [34] F. MASSEL, S. U. CHO, J-M. PIKKALAINEN, P. J. HAKONEN, T. T. HEIKKILÄ et M. A. SILLANPÄÄ : Multimode circuit optomechanics near the quantum limit. *Nat Commun*, 3:987–, 2012. [15]
- [35] V. SINGH, S.J. BOSMAN, B.H. SCHNEIDER, Y. M. BLANTER, Castellanos-Gomez A. et Steele G.A. : Optomechanical coupling between a multilayer graphene mechanical resonator and a superconducting microwave cavity. *Nat Nano*, 9(10):820–824, 2014. [15]
- [36] M. D. LAHAYE, J. SUH, P. M. ECHTERNACH, K. C. SCHWAB et M. L. ROUKES : Nanomechanical measurements of a superconducting qubit. *Nature*, 459(7249):960–964, 2009. [15]
- [37] S. D. BENNETT, L. COCKINS, Y. MIYAHARA, P. GRÜTTER et A. A. CLERK : Strong electro-mechanical coupling of an atomic force microscope cantilever to a quantum dot. *Phys. Rev. Lett.*, 104:017203, 2010. [16]
- [38] D. HUNGER, S. CAMERER, T. W. HÄNSCH, D. KÖNIG, J. P. KOTTHAUS, J. REICHEL et P. TREUTLEIN : Resonant coupling of a bose-einstein condensate to a micromechanical oscillator. *Phys. Rev. Lett.*, 104:143002, 2010. [16]
- [39] S. CAMERER, M. KORPPI, A. JÖCKEL, D. HUNGER, T. W. HÄNSCH et P. TREUTLEIN : Realization of an optomechanical interface between ultracold atoms and a membrane. *Phys. Rev. Lett.*, 107:223001, 2011. [16]
- [40] O. ARCIZET, V. JACQUES, A. SIRIA, P. PONCHARAL, P. VINCENT et S. SEIDELIN : A single nitrogen-vacancy defect coupled to a nanomechanical oscillator. *Nat Phys*, 7(11):879–883, 2011. [16, 17, 31, 144]
- [41] A. GRUBER, A. DRÄBENSTEDT, C. TIETZ, L. FLEURY, J. WRACHTRUP et C. von BORCZYSKOWSKI : Scanning confocal optical microscopy and magnetic resonance on single defect centers. *Science*, 276(5321):2012–2014, 1997. [16]

- [42] I. WILSON-RAE, P. ZOLLER et A. IMAMOĞLU : Laser cooling of a nanomechanical resonator mode to its quantum ground state. *Phys. Rev. Lett.*, 92:075507, 2004. [16]
- [43] I. YEO, P-L. de ASSIS, A. GLOPPE, E. DUPONT-FERRIER, P. VERLOT, N. S. MALIK, E. DUPUY, J. CLAUDON, J-M. GERARD, A. AUFFEVE, G. NOGUES, S. SEIDELIN, J-Ph. POIZAT, O. ARCIZET et M. RICHARD : Strain-mediated coupling in a quantum dot-mechanical oscillator hybrid system. *Nature Nanotechnology*, 9(2):106–110, 2014. [17, 143]
- [44] M. MONTINARO, G. WÜST, M. MUNSCH, Y. FONTANA, E. RUSSO-AVERCHI, M. HEISS, A. Fontcuberta i MORRAL, R. J. WARBURTON et M. POGGIO : Quantum dot optomechanics in a fully self-assembled nanowire. *Nano Letters*, 14(8):4454–4460, 2014. PMID : 25010118. [17, 145]
- [45] P. OVARTCHAIYAPONG, K. W. LEE, B. A. MYERS et A. C. JAYICH : Dynamic strain-mediated coupling of a single diamond spin to a mechanical resonator. *Nat Commun*, 5:–, 2014. [17]
- [46] J. TEISSIER, A. BARFUSS, P. APPEL, E. NEU et P. MALETINSKY : Strain coupling of a nitrogen-vacancy center spin to a diamond mechanical oscillator. *Phys. Rev. Lett.*, 113: 020503, 2014. [17]
- [47] M. EICHENFIELD, R. CAMACHO, J. CHAN, K. J. VAHALA et O. PAINTER : A picogram- and nanometre-scale photonic-crystal optomechanical cavity. *Nature*, 459(7246):550–555, 2009. [18]
- [48] G. ANETSBERGER, O. ARCIZET, Q. P. UNTERREITHMEIER, R. RIVIERE, A. SCHLIESSER, E. M. WEIG, J. P. KOTTHAUS et T. J. KIPPENBERG : Near-field cavity optomechanics with nanomechanical oscillators. *Nat Phys*, 5(12):909–914, 2009. [18]
- [49] A. ASHKIN : Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 24:156–159, 1970. [19]
- [50] A. ASHKIN, J. M. DZIEDZIC et T. YAMANE : Optical trapping and manipulation of single cells using infrared laser beams. *Nature*, 330(6150):769–771, 1987. [19]
- [51] A ASHKIN et JM DZIEDZIC : Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria. *Science*, 235(4795):1517–1520, 1987. [19]
- [52] D. G. GRIER : A revolution in optical manipulation. *Nature*, 424(6950):810–816, 2003. [19]
- [53] S. B. SMITH, Y. CUI et C. BUSTAMANTE : Overstretching b-dna : The elastic response of individual double-stranded and single-stranded dna molecules. *Science*, 271(5250): 795–799, 1996. [19]
- [54] S. CHU, L. HOLLBERG, J. E. BJORKHOLM, A. CABLE et A. ASHKIN : Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 55:48–51, 1985. [19]
- [55] S. CHU, J. E. BJORKHOLM, A. ASHKIN et A. CABLE : Experimental observation of optically trapped atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 57:314–317, 1986. [19]
- [56] K. W. MURCH, K. L. MOORE, S. GUPTA et D. M. STAMPER-KURN : Observation of quantum-measurement backaction with an ultracold atomic gas. *Nat Phys*, 4(7):561–564, 2008. [19]



- [57] D. E. CHANG, C. A. REGAL, S. B. PAPP, D. J. WILSON, J. YE, O. PAINTER, H. J. KIMBLE et P. ZOLLER : Cavity opto-mechanics using an optically levitated nanosphere. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 107(3):1005–1010, 2010. [19]
- [58] T. LI, S. KHEIFETS, D. MEDELLIN et M. G. RAIZEN : Measurement of the instantaneous velocity of a brownian particle. *Science*, 328(5986):1673–1675, 2010. [19]
- [59] T. LI, S. KHEIFETS et M. G. RAIZEN : Millikelvin cooling of an optically trapped microsphere in vacuum. *Nat Phys*, 7(7):527–530, 2011. [19]
- [60] Y. ROICHMAN, B. SUN, A. STOLARSKI et D. G. GRIER : Influence of nonconservative optical forces on the dynamics of optically trapped colloidal spheres : The fountain of probability. *Phys. Rev. Lett.*, 101:128301, 2008. [19]
- [61] B. SUN, J. LIN, E. DARBY, A. Y. GROSBERG et D. G. GRIER : Brownian vortexes. *Phys. Rev. E*, 80:010401, 2009. [19]
- [62] J. GIESELER, L. NOVOTNY et R. QUIDANT : Thermal nonlinearities in a nanomechanical oscillator. *Nat Phys*, 9(12):806–810, 2013. [19]
- [63] J. GIESELER, M. SPASENOVIĆ, L. NOVOTNY et R. QUIDANT : Nonlinear mode coupling and synchronization of a vacuum-trapped nanoparticle. *Phys. Rev. Lett.*, 112:103603, 2014. [19]
- [64] J. GIESELER, R. QUIDANT, C. DELLAGO et L. NOVOTNY : Dynamic relaxation of a levitated nanoparticle from a non-equilibrium steady state. *Nat Nano*, 9(5):358–364, 2014. [19]
- [65] J. BERTHELOT, S. S. ACIMOVIC, M. L. JUAN, M. P. KREUZER, J. RENGGER et R. QUIDANT : Three-dimensional manipulation with scanning near-field optical nanotweezers. *Nat Nano*, 9(4):295–299, 2014. [19]
- [66] R. W. BOWMAN et M. J. PADGETT : Optical trapping and binding. *Reports on Progress in Physics*, 76(2):026401, 2013. [19]
- [67] G. MEYER et N. M. AMER : Novel optical approach to atomic force microscopy. *Applied Physics Letters*, 53(12):1045–1047, 1988. [19]
- [68] C. A. J. PUTMAN, B. G. DE GROOTH, N. F. VAN HULST et J. GREVE : A detailed analysis of the optical beam deflection technique for use in atomic force microscopy. *Journal of Applied Physics*, 72(1):6–12, 1992. [19]
- [69] F. GITTES et C. F. SCHMIDT : Interference model for back-focal-plane displacement detection in optical tweezers. *Opt. Lett.*, 23(1):7–9, 1998. [19]
- [70] P. WU, R. HUANG, C. TISCHER, A. JONAS et E-L. FLORIN : Direct measurement of the nonconservative force field generated by optical tweezers. *Phys. Rev. Lett.*, 103:108101, 2009. [20]
- [71] B. SANII et P. D. ASHBY : High sensitivity deflection detection of nanowires. *Phys. Rev. Lett.*, 104:147203, 2010. [20]
- [72] A.E. SIEGMAN : *Lasers*. University Science Book, 1986. [22]
- [73] Vincent DELAUBERT : *Imagerie quantique à petit nombre de modes transverses*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2007. [25, 81]

- [74] Mikhael BECHELANY : *Nouveau procédé de croissance de nanofils à base de SiC et de nanotubes de Bn, étude des propriétés physiques d'un nanofil individuel à base de SiC.* . Thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I, 2006. [28]
- [75] May CHOUEIB : *Etude des propriétés physiques de nanofils individuels de carbure de silicium par émission de champ.* Thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I, 2009. [29]
- [76] S. PERISANU, P. VINCENT, A. AYARI, M. CHOUEIB, S. T. PURCELL, M. BECHELANY et D. CORNU : High q factor for mechanical resonances of batch-fabricated sic nanowires. *Applied Physics Letters*, 90(4):-, 2007. [29]
- [77] M. BECHELANY, A. BRIOUDE, D. CORNU, G. FERRO et P. MIELE : A raman spectroscopy study of individual sic nanowires. *Advanced Functional Materials*, 17(6):939–943, 2007. [30]
- [78] Gary Lynn HARRIS : *Properties of silicon carbide.* Institution of Engineering and Technology, 1995. [29, 30, 135]
- [79] M. SHUR, S. RUMYANTSEV et Michael LEVINSHTEIN : *SiC Materials and Devices.* World Scientific, 2006. [30, 135]
- [80] P. T. B. SHAFFER et R. G. NAUM : Refractive index and dispersion of beta silicon carbide. *J. Opt. Soc. Am.*, 59(11):1498–1498, 1969. [30]
- [81] P. T. B. SHAFFER : Refractive index, dispersion, and birefringence of silicon carbide polytypes. *Appl. Opt.*, 10(5):1034–1036, 1971. [30, 42]
- [82] S. TIMOSHENKO : *Vibration problems in engineering.* D. Van Nostrand Company, second édition, 1937. [31]
- [83] M. RADULASKI, T. M. BABINEC, S. BUCKLEY, A. RUNDQUIST, J. PROVINE, K. ALASSAAD, G. FERRO et J. VUČKOVIĆ : Photonic crystal cavities in cubic (3c) polytype silicon carbide films. *Opt. Express*, 21(26):32623–32629, 2013. [36]
- [84] M. BUREK, Y. CHU, M. LIDDY, P. PATEL, J. ROCHMAN, M. LUKIN et M. LONCAR : High-q optical nanocavities in bulk single-crystal diamond. In *CLEO : 2014*, page SM4M.3. Optical Society of America, 2014. voir aussi : arXiv :1408.5973 [cond-mat.mes-hall]. [36, 146]
- [85] J. D. THOMPSON, T. G. TIECKE, N. P. de LEON, J. FEIST, A. V. AKIMOV, M. GULLANS, A. S. ZIBROV, V. VULETIĆ et M. D. LUKIN : Coupling a single trapped atom to a nanoscale optical cavity. *Science*, 340(6137):1202–1205, 2013. [36]
- [86] K. YAMAMOTO, S. OTSUKA, M. ANDO, K. KAWABE et K. TSUBONO : Experimental study of thermal noise caused by an inhomogeneously distributed loss. *Physics Letters A*, 280(5–6):289 – 296, 2001. [38]
- [87] Craig F. BOHREN et Donald R. HUFFMAN : *Absorption and scattering of light by small particles.* Wiley, 1998. [40]
- [88] Romain LONG : *Couplage d'une microsphère accordable et d'une «puce à atomes». Vers des expériences «intégrées» d'électrodynamique quantique en cavité optique.* Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2003. [42]

- [89] T. M. GRZEGORCZYK et J. A. KONG : Analytical expression of the force due to multiple tm plane-wave incidences on an infinite lossless dielectric circular cylinder of arbitrary size. *J. Opt. Soc. Am. B*, 24(3):644–652, 2007. [43]
- [90] S. REYNAUD : Introduction à la réduction du bruit quantique. *Ann. Phys. Fr*, 15:53–162, 1990. [50]
- [91] Kathryn M. BOOTH et Steven L. HILL : *The essence of optoelectronics*. Prentice Hall, 1998. [55]
- [92] Philippe DUNAND : *Tracés des circuits imprimés*. Dunod, deuxième édition, 2000. [57]
- [93] Luca COSTA : *The Force Feedback Microscope : an AFM for soft condensed matter*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2014. [86]
- [94] P. C. CHAUMET et M. NIETO-VESPERINAS : Time-averaged total force on a dipolar sphere in an electromagnetic field. *Opt. Lett.*, 25(15):1065–1067, 2000. [97]
- [95] I. IGLESIAS et J. J. SÁENZ : Scattering forces in the focal volume of high numerical aperture microscope objectives. *Optics Communications*, 284(10–11):2430 – 2436, 2011. [100]
- [96] Lukas NOVOTNY et Bert HECHT : *Principles of Nano-Optics*. Cambridge University Press, 2006. [100]
- [97] L. NOVOTNY : Strong coupling, energy splitting, and level crossings : A classical perspective. *American Journal of Physics*, 78(11):1199–1202, 2010. [108]
- [98] L. MARTY, A. IAIA, M. FAUCHER, V. BOUCHIAT, C. NAUD, M. CHAUMONT, T. FOURNIER et A.M. BONNOT : Self-assembled single wall carbon nanotube field effect transistors and {AFM} tips prepared by hot filament assisted {CVD}. *Thin Solid Films*, 501(1–2):299 – 302, 2006. Proceedings of the Third International Conference on Hot-Wire CVD. [139]
- [99] J. CHASTE, A. A. EICHLER, J. MOSER, G. CEBALLOS, R. RURALI et A. BACHTOLD : A nanomechanical mass sensor with yoctogram resolution. *Nat Nano*, 7(5):301–304, 2012. [139]
- [100] M. GANZHORN, S. KLYATSKAYA, M. RUBEN et W. WERNSDORFER : Strong spin-phonon coupling between a single-molecule magnet and a carbon nanotube nanoelectromechanical system. *Nat Nano*, 8(3):165–169, 2013. [139]
- [101] I WILSON-RAE, C GALLAND, W ZWERGER et A IMAMOĞLU : Exciton-assisted optomechanics with suspended carbon nanotubes. *New Journal of Physics*, 14(11):115003, 2012. [139]
- [102] A. GLOPPE, P. VERLOT, E. DUPONT-FERRIER, A. G. KUHN, B. PIGEAU, S. ROHR, A. SIRIA, P. PONCHARAL, P. VINCENT, G. BACHELIER et O. ARCIZET : Quantum-limited, cavity-free nano-optomechanical vectorial coupling with sic nanowires and carbon nanotubes. In *CLEO : 2013*, page JM3A.2. Optical Society of America, 2013. [139]
- [103] L. MARTY, V. BOUCHIAT, A.M. BONNOT, M. CHAUMONT, T. FOURNIER, S. DECOSSAS et S. ROCHE : Batch processing of nanometer-scale electrical circuitry based on in-situ grown single-walled carbon nanotubes. *Microelectronic Engineering*, 61–62:485 – 489, 2002. Micro- and Nano-Engineering 2001. [139]

- [104] M. MUNSCH, N. S. MALIK, E. DUPUY, A. DELGA, J. BLEUSE, J-M. GÉRARD, J. CLAUDON, N. GREGERSEN et J. MØRK : Dielectric gaas antenna ensuring an efficient broadband coupling between an inas quantum dot and a gaussian optical beam. *Phys. Rev. Lett.*, 110:177402, 2013. [[143](#)]
- [105] P. RABL, P. CAPPELLARO, M. V. Gurudev DUTT, L. JIANG, J. R. MAZE et M. D. LUKIN : Strong magnetic coupling between an electronic spin qubit and a mechanical resonator. *Phys. Rev. B*, 79:041302, 2009. [[145](#)]
- [106] Y. TAO, J. M. BOSS, B. A. MOORES et C. L. DEGEN : Single-crystal diamond nanomechanical resonators with quality factors exceeding one million. *Nat Commun*, 5:–, 2014. [[146](#)]
- [107] H. J. KIMBLE : The quantum internet. *Nature*, 453(7198):1023–1030, 2008. [[146](#)]
- [108] P. MALETINSKY, S. HONG, M. S. GRINOLDS, B. HAUSMANN, M. D. LUKIN, R. L. WALSWORTH, M. LONCAR et A. YACOBY : A robust scanning diamond sensor for nanoscale imaging with single nitrogen-vacancy centres. *Nat Nano*, 7(5):320–324, 2012. [[146](#)]

# Strain-mediated coupling in a quantum dot-mechanical oscillator hybrid system

I. Yeo<sup>1,2</sup>, P.-L. de Assis<sup>1</sup>, A. Glorpe<sup>3</sup>, E. Dupont-Ferrier<sup>3</sup>, P. Verlot<sup>3</sup>, N. S. Malik<sup>2</sup>, E. Dupuy<sup>2</sup>, J. Claudon<sup>2</sup>, J.-M. Gérard<sup>2</sup>, A. Auffèves<sup>1</sup>, G. Nogues<sup>1</sup>, S. Seidelin<sup>3</sup>, J.-Ph. Poizat<sup>1\*</sup>, O. Arcizet<sup>3</sup> and M. Richard<sup>1</sup>

**Recent progress in nanotechnology has allowed the fabrication of new hybrid systems in which a single two-level system is coupled to a mechanical nanoresonator<sup>1–9</sup>. In such systems the quantum nature of a macroscopic degree of freedom can be revealed and manipulated<sup>10</sup>. This opens up appealing perspectives for quantum information technologies<sup>11</sup>, and for the exploration of the quantum-classical boundary. Here we present the experimental realization of a monolithic solid-state hybrid system governed by material strain<sup>12</sup>: a quantum dot is embedded within a nanowire that features discrete mechanical resonances corresponding to flexural vibration modes. Mechanical vibrations result in a time-varying strain field that modulates the quantum dot transition energy. This approach simultaneously offers a large light-extraction efficiency<sup>13,14</sup> and a large exciton-phonon coupling strength  $g_0$ . By means of optical and mechanical spectroscopy, we find that  $g_0/2\pi$  is nearly as large as the mechanical frequency, a criterion that defines the ultrastrong coupling regime<sup>15</sup>.**

A single quantum two-level system coupled to a micron-size mechanical oscillator constitutes a hybrid system that connects two different worlds: the classical and the quantum. With this new kind of interaction, it is possible to create macroscopic non-classical states of motion, such as phonon number states<sup>10</sup>. In the case of strain-mediated coupling, it is predicted that the two-level system could even be used to cool the mechanical resonator down to its ground state<sup>12</sup> or, conversely, to achieve phonon lasing<sup>16</sup>.

Recently, such appealing physics has motivated the development of several kinds of hybrid systems, such as (1) a single spin embedded in a mechanical resonator coupled together by an external magnetic field gradient<sup>4,7,8</sup>, (2) a few elementary charges (single electron or Cooper pair) coupled to a vibrating membrane via an electric field<sup>2,6,10</sup> or (3) superconducting qubits that comprise a vibrating part interacting together via a magnetic field<sup>17</sup>. Recent theoretical proposals have highlighted the potential of embedding directly a two-level system within the strain field of a deformable mechanical oscillator, and the benefit from the large magnitude of the deformation potential to achieve a large coupling strength between them<sup>12</sup>.

In this letter we present a novel hybrid system that implements this very idea. As shown in Fig. 1a and detailed in the Methods section, it consists of a GaAs conical photonic nanowire with an embedded optically active InAs quantum dot (QD). The QD can be considered as a two-level system with a ground state  $|g\rangle$  and an excited state  $|e\rangle$ . As illustrated in Fig. 1b,c, the lowest-order flexural vibration mode generates a time-varying strain field that modulates the QD transition energy  $\hbar\omega$ , and thereby provides an effective strain-mediated coupling between the QD and the nanowire

motion. This system is monolithic and compact, and it requires no external parts to adjust the coupling strength between the QD and the nanowire and no external field to drive the coupling. Moreover, the nanowire conical geometry simultaneously confers a large light-extraction efficiency with broadband operation<sup>13</sup>, and enhances the stress field in the vicinity of the clamped end, where the QD layer is situated. This hybrid system is well described by the independent spin-boson Hamiltonian<sup>1</sup>:

$$H = \hbar \Omega_0 (a^\dagger a + 1/2) + \hbar \omega_0 \sigma_z / 2 + \hbar g_0 \sigma_x (a^\dagger + a) \quad (1)$$

where  $\Omega_0/2\pi$  is the mechanical resonator eigenfrequency,  $\hbar\omega_0$  the QD transition energy for the wire at rest,  $a$  the phonon annihilation operator and  $\sigma_x = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$  the Pauli operator of the two-level system. The last term describes the hybrid interaction, characterized by the hybrid vacuum coupling rate

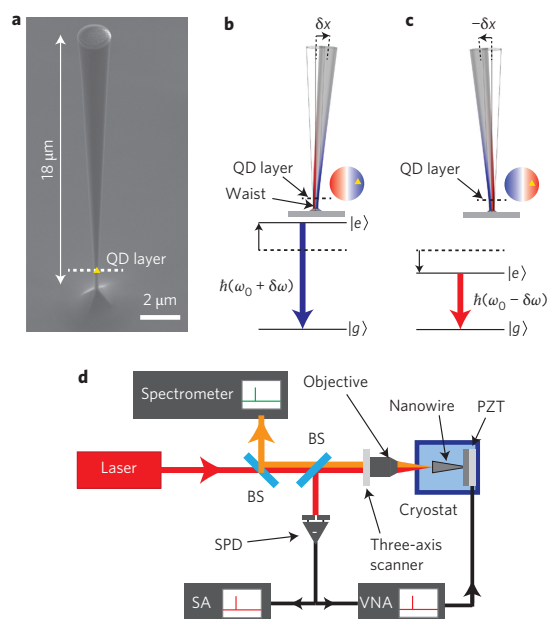
$$g_0 = \frac{\partial \omega}{\partial x} \Big|_{x=0} \delta x_{\text{ZPF}} \quad (2)$$

where  $x$  is the nanowire position,  $x=0$  the rest position,  $\hbar\omega$  the  $x$ -dependent QD transition energy and  $\delta x_{\text{ZPF}}$  the zero-point fluctuation (ZPF). This coupling results from the interaction between the excitonic transition and the lattice deformation, which can be separated into two contributions<sup>18</sup>: the hydrostatic component of the strain in the semiconductor lattice changes the QD bandgap, and the anisotropic components alter the valence-band energy levels<sup>19</sup> (see Supplementary Information for details). This system is effectively one-dimensional—a slight ellipticity of the nanowire cross-section means the vibration mode of lowest frequency is split into a doublet of linearly polarized modes. In this study we focus on the high-frequency mode, which is polarized along  $x$ .

In a first step of the experiment, a probe laser beam was reflected by the nanowire free-end and sent on a split photodiode (SPD; see Fig. 1d and the Methods section). The Brownian motion down to  $T = 8$  K can be measured with this method (Fig. 2a). A piezoelectric transducer (PZT) can also be used to drive the nanowire oscillation to obtain its mechanical response spectrum (Fig. 2b). We found that the eigenfrequency of the  $x$ -polarized mode was  $\Omega_0/2\pi = 530$  kHz with a quality factor  $Q = 3,000$  at  $T = 5$  K, but at  $T = 300$  K, because of both the temperature dependence of the mechanical properties and the phonon damping, the eigenfrequency downshifts to  $\Omega_0/2\pi = 522.4$  kHz and  $Q = 1,000$ .

To evaluate  $g_0$  quantitatively, we first used Brownian-motion thermometry to infer the zero-point motion fluctuation  $\delta x_{\text{ZPF}}$ . The thermomechanical variance of the displacement  $\delta x_{\text{th}}^2$  at a temperature  $T$  can be expressed as  $\delta x_{\text{th}}^2 = \delta x_{\text{ZPF}}^2 2k_B T / \hbar \Omega_0$ , where

<sup>1</sup>Nanophysics et Semiconductors Joint Team, Institut Néel, CNRS – Université Joseph Fourier, 38042 Grenoble, France, <sup>2</sup>Nanophysics et Semiconductors Joint Team, CEA/INAC/SP2M and Université Joseph Fourier, 38054 Grenoble, France, <sup>3</sup>Institut Néel, CNRS and Université Joseph Fourier, 38042 Grenoble, France. \*e-mail: jean-philippe.poizat@grenoble.cnrs.fr

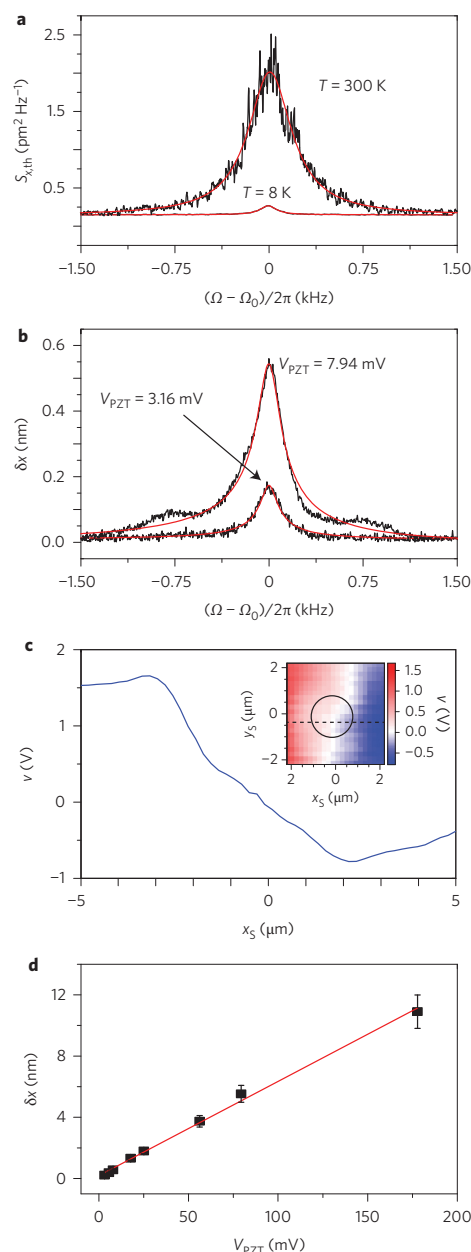


**Figure 1 | Hybrid system and experimental set-up.** **a**, Scanning electron microscope picture of a representative cone-shaped nanowire. The QD layer is indicated by the dashed white line. **b,c**, Nanowire deformation in the first-order flexural vibration mode. The stress field is plotted in the blue-to-red colour scale. Owing to its off-centred position within the nanowire circular cross-section, the QD (yellow triangle) experiences a compressive strain that shifts its transition energy  $\hbar\omega_0$  by  $+\hbar\delta\omega$  (**b**) and a tensile strain that shifts its transition energy by  $-\hbar\delta\omega$  (**c**). **d**, Experimental set-up: single QD optical measurements were carried out using a spectrometer, and the measurement of the nanowire free-end displacement  $\delta x$  was realized by means of a balanced SPD. The voltage difference  $v$  between the quadrants was sent either to a vectorial network analyser (VNA) or to a spectrum analyser (SA).

$k_B$  is the Boltzmann constant. To do so, we first calibrated the nanowire displacement  $\delta x(V_{PZT})$  (Fig. 2b,d) using the static SPD voltage map shown in Fig. 2c. This calibration allowed us to determine precisely the conversion factor  $\partial\delta x/\partial V_{PZT} = (6.3 \pm 0.5) \times 10^{-8} \text{ mV}^{-1}$ . In a second step,  $\delta x_{th}^2$  was determined by integrating the measured Brownian motion spectrum,  $\delta x_{th}^2 = \int S_{x,th}[\Omega, T] d\Omega/2\pi$ . This measurement was carried out at 8 K and 300 K, and the absence of significant heating at low optical power allowed us to estimate  $\delta x_{ZPF} = (1.1 \pm 0.3) \times 10^{-14} \text{ m}$ . This result is in excellent agreement with a finite-element computation (see Methods section) that yields  $\delta x_{ZPF} = 1.2 \times 10^{-14} \text{ m}$ .

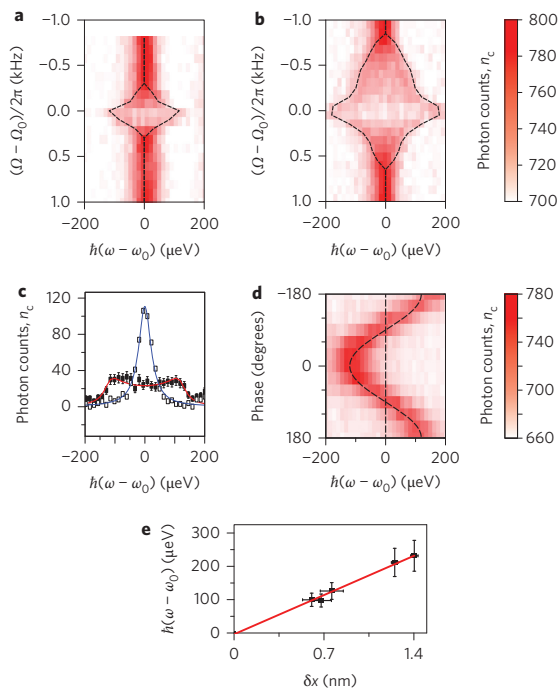
We then examined the effect of the nanowire motion on a single QD excitonic transition energy by exciting its photoluminescence with a weak non-resonant laser probe and sent it into a high-resolution spectrometer (see Methods). With the mechanical excitation off, the spectrum of each QD was a Lorentzian peak of typical full-width at half-maximum  $\hbar\Gamma = 65 \mu\text{eV}$  (see Fig. 3c). When the PZT mechanical excitation was on, we recorded series of photoluminescence spectra as the PZT frequency  $\Omega$  was swept across the mechanical resonance  $\Omega_0$ . The results are shown in Fig. 3a,b for two different excitation amplitudes. At resonance ( $\Omega = \Omega_0$ ), the QD photoluminescence spectrum is broadened maximally and deformed as a result of the time-integrated oscillatory motion of the excitonic energy<sup>7</sup>:

$$n_c(\omega, \Omega) = i_0 \int_0^\tau \mathcal{L}_T(\omega - \omega_0 - \delta\omega(\Omega) \cos(\Omega t)) dt \quad (3)$$



**Figure 2 | Nanowire mechanical properties.** **a**, Thermal displacement noise spectrum of the nanowire free-end  $S_{x,th}(\Omega)$  measured both at  $T = 8 \text{ K}$  and  $T = 300 \text{ K}$ . **b**, Oscillation amplitude  $\delta x$  of the nanowire free-end versus PZT drive frequency  $\Omega/2\pi$  for two different PZT excitation amplitudes  $V_{PZT} = 3.16 \text{ mV}$  and  $V_{PZT} = 7.94 \text{ mV}$  ( $T = 8 \text{ K}$ ). The red lines are Lorentzian fits. The central frequency of the mode is  $\Omega_0/2\pi = 530 \pm 0.5 \text{ kHz}$ . **c**, Static calibration of the displacement  $\delta x$ : the SPD voltage  $v$  is plotted versus the laser spot position  $x_s$  along a line section of the wire top facet. The inset shows the whole static calibration map  $v(x_s, y_s)$ . The circle indicates the top facet perimeter and the dashed line corresponds to the scanning path shown in the main panel. **d**, Nanowire free-end displacement amplitude  $\delta x$  versus PZT drive amplitude  $V_{PZT}$  measured at  $T = 8 \text{ K}$ . The error bars are proportional to  $V_{PZT}$ . They come from the standard deviation of a linear fit of  $v(x_s)$  around  $x_s = 0$  in **c**.





**Figure 3 | Characterization of the hybrid coupling.** **a, b**, Colour-coded photoluminescence spectra of a single QD  $n_c(h\omega)$  versus mechanical excitation frequency  $\Omega/2\pi$  for maximum oscillation amplitude at resonance  $\delta x_{\max} = 0.65$  nm (**a**) and  $\delta x_{\max} = 1.13$  nm (**b**).  $\hbar\omega_0 = 1,390.25$  meV, and is the QD transition energy at rest. **c**, QD spectra out of mechanical resonance (open squares) and at resonance (filled squares). The solid lines are fits using equation (3). **d**, Stroboscopic measurement of the QD energy shift versus the PZT drive modulation phase. **e**, Modulation amplitude  $\hbar\delta\omega$  of the QD energy versus nanowire free-end displacement amplitude  $\delta x$ . The error bars on  $\delta x$  are related to the uncertainty mentioned in Fig. 2d. The error bars on the QD energy come from the standard deviation of the fit of the on resonance data of **c**.

where  $n_c$  is the photon counts,  $\tau \gg 2\pi/\Omega$  the integration time,  $i_0$  the QD emission intensity,  $\mathcal{L}_T(\omega)$  the Lorentzian function of line-width  $\hbar\Gamma$ ,  $\hbar\omega_0$  the QD energy at rest and  $\hbar\delta\omega$  the modulation amplitude of the QD energy caused by the nanowire vibrations. As shown in Fig. 3c, this characteristic line shape matches our measured spectra and allows an accurate determination of the QD energy-shift amplitude  $\hbar\delta\omega(\Omega)$ . This interpretation was confirmed by a stroboscopic measurement of the QD photoluminescence shown in Fig. 3d (see Methods section for the experimental technique).

The second quantity that we needed to evaluate  $g_0$  was the maximal amplitude of the energy shift  $\delta\omega_{\max} = \delta\omega(\Omega_0)$  as a function of the nanowire oscillation amplitude  $\delta x$  (Fig. 3e). A linear behaviour was obtained, as expected, in the low mechanical excitation regime. As illustrated in Fig. 3b, the mechanical resonance spectral line shape begins to turn asymmetric for larger excitations. At even higher excitations,  $\delta\omega_{\max} = \delta\omega(V_{\text{PZT}})$  saturates (not shown). These nonlinearities are probably the result of the dissipation-induced heating of the wire: a large motion amplitude causes a proportionally large temperature increase, which in turn shifts  $\Omega_0$  away from the excitation frequency<sup>20</sup>.

Using equation (2),  $g_0$  can be expressed in terms of the above-measured quantities. Owing to the inhomogeneous stress field in the QD layer,  $g_0$  depends drastically on the QD position within

the nanowire: the closer to the sidewalls, the larger is  $g_0$ . For the QD we studied in this work, we found a coupling strength  $g_0/2\pi = 450 \pm 100$  kHz, which is nearly as large as the mechanical resonator frequency  $\Omega_0/2\pi = 530$  kHz. So far, only a hybrid system based on electrostatic interaction and electrical readout<sup>6</sup> has shown a larger  $g_0$ . Interestingly, this large interaction strength could have an unexpected impact on the spectral properties of a QD embedded in nanowires: for our design, the nanowire Brownian motion at  $T = 5$  K would contribute to the homogeneous linewidth by  $1 \mu\text{eV}$ , which is small but comparable to the radiative contribution.

As  $g_0/\Omega_0$  is close to unity we are at the limit of the ultrastrong coupling between the QD and the mechanical motion<sup>15</sup>. This is of importance for hybrid nanomechanical systems: the QD state-dependent rest positions  $x_e$  and  $x_g$  of the nanowire are spatially split by  $|x_e - x_g|/\delta x_{\text{ZPF}} = g_0/\Omega_0$ . In the ultrastrong coupling regime,  $|x_e - x_g|$  exceeds the mechanical resonator wavefunction spread  $\delta x_{\text{ZPF}}$  in its ground state. This suggests, as in the case of a Stern–Gerlach experiment, that the QD state could be read out in a quantum non-demolition (QND) way through a sensitive position measurement<sup>21</sup>. However, such a measurement requires an exciton lifetime comparable with the mechanical period, which is not the case here ( $\sim 500$  ps and  $1.9 \mu\text{s}$ , respectively). In the same line, quantum manipulation of mechanical states using the QD requires the excitonic decoherence rate to be comparable with the coupling strength (presently  $> 10$  GHz and  $450$  kHz, respectively), or comparable with the mechanical frequency ( $530$  kHz) in the context of cooling into the ground state<sup>12</sup>. The regime we are in still opens up other interesting capabilities, such as classical control over the mechanical motion using a single laser-driven QD or average QD-state readout<sup>21</sup>.

Realistic improvement of our design should easily permit QND measurements of the QD state. Indeed, the mechanical frequency can be increased by one or two orders of magnitude by reducing the size of the oscillator or by working with a mode of higher frequency. The exciton lifetime could also be increased by several orders of magnitude by combining spontaneous emission inhibition (some of us have demonstrated an inhibition factor of 16 in a similar nanowire<sup>22</sup>) with the use of dark excitons ( $1 \mu\text{s}$  lifetime<sup>23</sup>). Moreover, as detailed in the Supplementary Information, by modifying the shape and size of the nanowire, we can increase the coupling strength and the ultrastrong coupling regime criterion  $g_0/\Omega_0$  by a factor of 40 and 6, respectively. To improve the coherence time of QDs to achieve quantum manipulation of mechanical state is a more-challenging task; a possible solution is to take advantage of the long coherence time of electron or hole spins in QDs<sup>24</sup>. However, coupling spin and mechanical degrees of freedom is not a straightforward operation.

In conclusion, a semiconductor conical nanowire with embedded QDs constitutes a novel type of hybrid system in which the coupling is mediated by the material strain. In addition to the original proposal by Wilson-Rae *et al.*<sup>12</sup>, our approach has several important advantages. It combines a very high level of integration, full optical interface and cryogenic compatibility. The conical shape enhances the hybrid coupling strength and also offers a very efficient optical coupling between the QD and the outside world<sup>13</sup>. Although quantum manipulation of mechanical states is not readily achievable with the present system, realistic improvements can be implemented in this direction. Thanks to recent progress in diamond nanoprocessing, this approach could also be applied to nitrogen-vacancy colour centres embedded in a diamond resonator<sup>25</sup> with the advantage that strain-mediated coupling potentially leads to a much larger coupling strength<sup>26</sup> than that based on magnetic field gradients used so far<sup>4,7,8</sup>. It also constitutes the basis for novel advanced quantum information processing schemes<sup>27</sup>. Strain-mediated coupling could be implemented

with profit in other mechanical micro- or nanoresonators recently developed in the context of optomechanics, such as suspended nanomembranes<sup>28</sup>, photonic and phononic crystals<sup>29,30</sup>, microtoroids<sup>31</sup> and microdisks<sup>32</sup>.

## Methods

**Conical nanowire geometry.** The hybrid system studied in this work was made of epitaxial GaAs and has the shape of an inverted cone lying on a pyramidal pedestal. The inverted cone was 17.2  $\mu\text{m}$  high, the diameter at the waist was 0.5  $\mu\text{m}$  and the top facet diameter was 1.9  $\mu\text{m}$ . This mechanical resonator embedded a single layer of self-assembled InAs QDs, located 0.8  $\mu\text{m}$  above the waist (position determined by cathodoluminescence). From the QD density, we estimated that the wire embedded approximately 100 QDs. To optimize the light-extraction efficiency, the top facet featured an antireflection coating (115 nm thick  $\text{Si}_3\text{N}_4$  layer). To suppress spurious surface effects, the wire sidewalls were passivated and covered with a 20 nm thick  $\text{Si}_3\text{N}_4$  layer<sup>33</sup>. We defined such structures with a top-down process, very similar to that described in Munsch *et al.*<sup>13</sup>.

**Experimental set-up.** The sample was located in vacuum on a cold finger at a temperature of  $T = 5$  K. It could be excited mechanically by a PZT glued at the back of the sample holder. The set-up featured two excitation/detection paths. The first one was dedicated to the mechanical motion spectroscopy, and the second one to the optical spectroscopy of single QDs. The different techniques employed are described below.

**Mechanical motion spectroscopy.** The free-end facet of the chosen nanowire was illuminated by a diffraction-limited Gaussian spot using a continuous-wave laser diode focused by a microscope objective of numerical aperture 0.4. The laser energy of 1.32 eV (940 nm) chosen was below the GaAs bandgap and the InAs wetting layer at 5 K to prevent heating of the structure. The laser light was reflected weakly at the free-end facet interface because of the index contrast with vacuum. The reflection was sent on to a balanced SPD with equal intensity on both quadrants. A voltage difference  $v$  thus appeared between both pixels such that, for a small displacement  $\delta x$ ,  $v \propto \delta x$ . Therefore, using a spectrum and vectorial network analyser, we could record both the displacement noise and the PZT-driven response of the nanowire.

**Position calibration procedure.** For the nanowire at rest, a static map of the SPD voltage difference  $v$  versus the laser spot position ( $x_s, y_s$ ) was recorded using a piezocontrolled translation stage and an automatized scanning program. When the nanowire was in motion along  $x$ , a voltage difference  $v_m(t)$  was measured; using the static map, this voltage difference can be related with the displacement  $\delta x$  because  $\delta x(t) = (\partial v / \partial x_s)^{-1} v_m(t)$ .

**Experimental determination of the zero-point motion fluctuations.** The measurement of the Brownian motion spectrum provides us with a convenient way to infer the zero-point motion fluctuation  $\delta x_{\text{ZPF}}$  because the number of phonons in a thermal state  $N(T)$  is known from Bose statistics. For  $kT \gg \hbar\Omega_0$  the latter simplified into  $N \approx kT/\hbar\Omega_0$ , and the average energy of the ZPF amounted to  $\hbar\Omega_0/2$ . Hence, the ZPF can be derived from the Brownian motion according to the relation  $\delta x_{\text{th}}(T)/\delta x_{\text{ZPF}} = \sqrt{2k_B T/\hbar\Omega_0}$ , where  $\delta x_{\text{th}}(T)$  is the root mean square displacement fluctuation of the Brownian motion.

For comparison, the theoretical value of  $\delta x_{\text{ZPF}}$  was derived using a finite-element commercial software. With this software, we evaluated the total elastic energy  $\varepsilon_{\text{el}}$  for a small known deflection  $\delta x$  of the nanowire free-end. The ZPF  $\delta x_{\text{ZPF}}$  is the standard deviation of the deflection when the average elastic energy amounts to

$$\langle \varepsilon_{\text{el}} \rangle = \frac{1}{2} \hbar \Omega$$

such that

$$\frac{1}{2} \hbar \Omega_0 = \frac{\partial \varepsilon_{\text{el}}}{\partial x^2} 2 \delta x_{\text{ZPF}}^2$$

**Single QD spectroscopy.** The photoluminescence of a single QD was excited with another continuous-wave laser diode at 1.503 eV (825 nm), which created free carriers in the InAs QD wetting layer. Spectra (around 1.35 eV) were collected via the same objective and acquired on a charge coupled device at the output of a 1.5 m focal length spectrometer that operated with a 1,200 grooves  $\text{mm}^{-1}$  grating. The overall spectral resolution amounted to 12  $\mu\text{eV}$ , which was in general well below the single QD linewidth.

**Single QD stroboscopy.** To acquire stroboscopic spectra of a single QD under mechanical excitation, the same excitation signal was used as a reference to drive the PZT and to modulate the excitation laser with an acousto-optic modulator. The 'ON' time duration of the modulated excitation laser amounted to one-tenth of the oscillation period  $2\pi/\Omega_0$ , effectively optically freezing the nanowire motion. Thus by changing the relative phase between the modulation signal and the mechanical drive

signal, the QD spectrum could be acquired for any position  $x$  of the nanowire free-end during an oscillation period.

Received 24 June 2013; accepted 14 November 2013;  
published online 22 December 2013

## References

- Treutlein, P., Genes, C., Hammerer, K., Poggio, M. & Rabl, P. Hybrid mechanical systems. Preprint at <http://arXiv.org/abs/1210.4151> (2013).
- LaHaye, M. D., Suh, J., Echtermach, P. M., Schwab, K. C. & Roukes, M. L. Nanomechanical measurements of a superconducting qubit. *Nature* **459**, 960–964 (2009).
- Hammerer, K. *et al.* Strong coupling of a mechanical oscillator and a single atom. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 063005 (2009).
- Rabl, R. *et al.* Strong magnetic coupling between an electronic spin qubit and a mechanical oscillator. *Phys. Rev. B* **79**, 041302 (2009).
- Hunger, D. *et al.* Resonant coupling of a Bose–Einstein condensate to a micromechanical oscillator. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 143002 (2010).
- Bennett, S. D., Cockins, L., Miyahara, Y., Grütter, P. & Clerk, A. A. Strong electromechanical coupling of an atomic force microscope cantilever to a quantum dot. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 017203 (2010).
- Arcizet, O. *et al.* A single nitrogen-vacancy defect coupled to a nanomechanical oscillator. *Nature Phys.* **7**, 879–883 (2011).
- Kolkowitz, S. *et al.* Coherent sensing of a mechanical resonator with a single-spin qubit. *Science* **335**, 1603–1606 (2012).
- Pirkkalainen, J. M. *et al.* Hybrid circuit cavity quantum electrodynamics with a micromechanical resonator. *Nature* **494**, 211–215 (2013).
- O’Connell, A. D. *et al.* Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator. *Nature* **464**, 697–703 (2010).
- Palomaki, T. A., Harlow, J. W., Teufel, J. D., Simmonds, R. W. & Lehnert, K. W. Coherent state transfer between itinerant microwave fields and a mechanical oscillator. *Nature* **495**, 210–214 (2013).
- Wilson-Rae, I., Zoller, P. & Imamoglu, A. Laser cooling of a nanomechanical resonator mode to its quantum ground state. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 075507 (2004).
- Munsch, M. *et al.* Dielectric GaAs antenna ensuring an efficient broadband coupling between an InAs quantum dot and a Gaussian optical beam. *Phys. Rev. Lett.* **110**, 177402 (2013).
- Claudon, J. *et al.* A highly efficient single-photon source based on a quantum dot in a photonic nanowire. *Nature Photonics* **4**, 174–177 (2010).
- Armour, A. D., Blencowe, M. P. & Schwab, K. C. Entanglement and decoherence of a micromechanical resonator via coupling to a Cooper-pair box. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 148301 (2002).
- Kabuss, J., Carmele, A., Brandes, T. & Knorr, A. Optically driven quantum dots as source of coherent cavity phonons: a proposal for a phonon laser scheme. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 054301 (2012).
- Etaki, S. *et al.* Motion detection of a micromechanical resonator embedded in a d.c. SQUID. *Nature Phys.* **4**, 785–788 (2008).
- Jöns, K. D. *et al.* Dependence of the redshifted and blueshifted photoluminescence spectra of single  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ /GaAs quantum dots on the applied uniaxial stress. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 217402 (2011).
- Bryant, G. W. *et al.* Controlling the optics of quantum dots with nanomechanical strain. *Phys. Rev. B* **84**, 235412 (2011).
- Arcizet, O., Rivière, R., Schliesser, A., Anetsberger, G. & Kippenberg, T. J. Cryogenic properties of optomechanical silica microcavities. *Phys. Rev. A* **80**, 021803R (2009).
- Auffèves, A. & Richard, M. Mechanical motion excited by a light-controlled quantum hammer. Preprint at <http://arXiv.org/abs/1305.4252> (2013).
- Blouse, J. *et al.* Inhibition, enhancement, and control of spontaneous emission in photonic nanowires. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 103601 (2011).
- McFarlane, J. *et al.* Gigahertz bandwidth electrical control over a dark exciton-based memory bit in a single quantum dot. *Appl. Phys. Lett.* **94**, 093113 (2009).
- Greilich, A. *et al.* Mode locking of electron spin coherences in singly charged quantum dots. *Science*, **313**, 341–345 (2006).
- Babinec, T. M. *et al.* A diamond nanowire single-photon source. *Nature Nanotechnol.* **5**, 195 (2010).
- Batalov, A. *et al.* Low temperature studies of the excited-state structure of negatively charged nitrogen-vacancy color centers in diamond. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 195506 (2009).
- Stannigel, K., Rabl, P., Sørensen, A. S., Zoller, P. & Lukin, M. D. Optomechanical transducers for long-distance quantum communication. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 220501 (2010).
- Usami, K. *et al.* Optical cavity cooling of mechanical modes of a semiconductor nanomembrane. *Nature Phys.* **8**, 168–172 (2012).
- Eichenfeld, M., Camacho, R., Chan, J., Vahala, K. J. & Painter, O. A picogram- and nanometre-scale photonic-crystal optomechanical cavity. *Nature* **459**, 550–555 (2009).
- Gavartin, E. *et al.* Optomechanical coupling in a two-dimensional photonic crystal defect cavity. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 203902 (2011).



31. Schliesser, A., Arcizet, O., Rivière, R., Anetsberger, G., & Kippenberg, T. J. Resolved-sideband cooling and position measurement of a micromechanical oscillator close to the Heisenberg uncertainty limit. *Nature Phys.* **5**, 509–514 (2009).
32. Ding, L. *et al.* High frequency GaAs nano-optomechanical disk resonator. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 263903 (2010).
33. Yeo, I. *et al.* Surface effects in a semiconductor photonic nanowire and spectral stability of an embedded single quantum dot. *Appl. Phys. Lett.* **99**, 233106 (2011).

### Acknowledgements

O.A. acknowledges funding from Agence Nationale de la Recherche (RPDC2010) and the European Research Council (ERC Starting Grant 'HQNOM'), A.A., J.-P.P., J.C., J.-M.G. and P.-L.A. acknowledge funding from Agence Nationale de la Recherche (WIFO) and M.R.

acknowledges the European Research Council (ERC starting grant 'Handy-Q'). We thank E. Wagner and D. Lepoitevin for technical support. The sample was realized in the Plateforme Technologique Amont and CEA LETI/DOPT/SIONA clean rooms.

### Author contributions

All authors have contributed equally to this work.

### Additional information

Supplementary information is available in the [online version](#) of the paper. Reprints and permissions information is available online at [www.nature.com/reprints](http://www.nature.com/reprints). Correspondence and requests for materials should be addressed to J.P.P.

### Competing financial interests

The authors declare no competing financial interests.

# Bidimensional nano-optomechanics and topological backaction in a non-conservative radiation force field

A. Gloppe<sup>1</sup>, P. Verlot<sup>1</sup>, E. Dupont-Ferrier<sup>1</sup>, A. Siria<sup>2</sup>, P. Poncharal<sup>2</sup>, G. Bachelier<sup>1</sup>, P. Vincent<sup>2</sup> and O. Arcizet<sup>1\*</sup>

**Optomechanics, which explores the fundamental coupling between light and mechanical motion, has made important advances in manipulating macroscopic mechanical oscillators down to the quantum level. However, dynamical effects related to the vectorial nature of the optomechanical interaction remain to be investigated. Here we study a nanowire with subwavelength dimensions coupled strongly to a tightly focused beam of light, enabling an ultrasensitive readout of the nanoresonator dynamics. We determine experimentally the vectorial structure of the optomechanical interaction and demonstrate that a bidimensional dynamical backaction governs the nanowire dynamics. Moreover, the spatial topology of the optomechanical interaction is responsible for novel canonical signatures of strong coupling between mechanical modes, which leads to a topological instability that underlies the non-conservative nature of the optomechanical interaction. These results have a universal character and illustrate the increased sensitivity of nanomechanical devices towards spatially varying interactions, opening fundamental perspectives in nanomechanics, optomechanics, ultrasensitive scanning force microscopy and nano-optics.**

The optomechanical interaction offers a canonical support for understanding fundamental concepts of modern physics: the general picture of a movable object that interacts with light was recognized early as a way to formalize and understand the foundations of quantum mechanics<sup>1</sup> or quantum limits in continuous measurements<sup>2–4</sup>. Although the possibility to manipulate atoms or microparticles with light was soon realized and implemented, the faintness of the optomechanical interaction with macroscopic objects has long kept the pioneering proposals far from experimental reach. In recent years, the avenue of cavity optomechanics addressed this experimental challenge successfully by coupling the mechanical oscillator to a high-finesse optical cavity, which serves as a noise-free optical amplifier that enables quantum-limited optomechanical interaction. Since their emergence in the late 1990s<sup>5,6</sup>, these systems have been improved continuously and diversified<sup>7</sup>, and eventually gave rise to laser cooling of macroscopic oscillators<sup>8–10</sup> close to their quantum ground state<sup>11–13</sup> or classical and quantum optomechanical operation<sup>14–19</sup>.

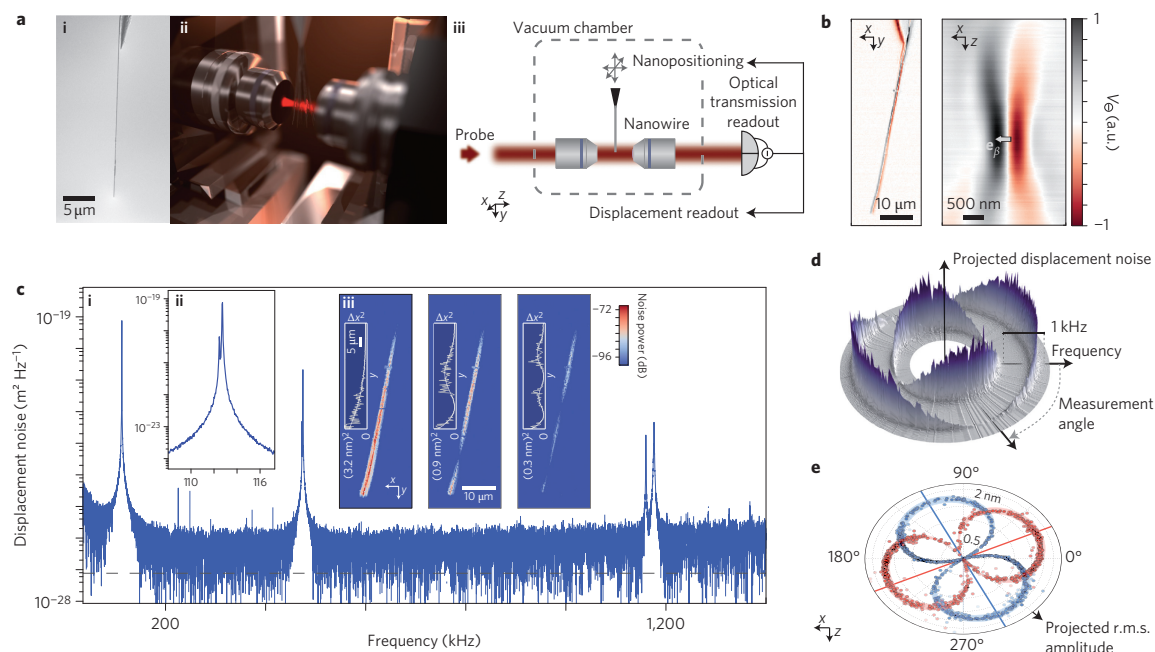
To optimize the optomechanical interaction, these experiments were developed along the intuitive criterion to maximize the overlap between the mechanical deformation and one single mode of the electromagnetic field<sup>20</sup>, the cavity mode. By doing so, this inherently scalar approach left aside two of the most intriguing properties of the radiation force field: its vectorial character and the non-conservative nature of the optomechanical interaction, which only appear in dimensions larger than one. This specificity, in the sense that optical forces do not derive from a potential energy, is revealed in strongly confined optical fields and was recognized early in the field of optical tweezers<sup>21</sup>. It is a consequence of the Lorentz force contribution to the light–matter interaction<sup>22,23</sup> and has fundamental implications for the field of optomechanics. For example, the path dependence of the accumulated work may strongly affect the

thermodynamic state of systems that evolve in non-conservative force fields<sup>24,25</sup>, which can even alter their dynamical stability<sup>26</sup>. These deviations are expected to be enhanced in the emerging field of nano-optomechanics, in which the light–matter interaction can be explored at dimensions smaller than the optical wavelength, but none of the existing experiments<sup>27–31</sup> have so far explored the vectorial and non-conservative character of the optomechanical interaction and their fundamental implications on the measurement backaction.

In this article we present a versatile optomechanical approach that goes beyond the standard scalar description of cavity optomechanics. Its principle relies on coupling a suspended subwavelength-sized crystalline nanowire to a strongly focused laser beam. This cavity-free and optically broadband approach gives rise to large optomechanical coupling in both axial and transverse vibration directions, which enables an ultrasensitive readout of the nanomechanical motion for incident optical power in the 100  $\mu$ W range only. Exploiting the uniquely low force noise of silicon carbide (SiC) nanowires<sup>32</sup>, we operate our nanoresonator as an ultrasensitive vectorial force sensor, which enables full reconstruction of the nano-optomechanical interaction within the beam waist area. We show that topological variations of the optomechanical interaction are responsible for a novel vectorial backaction mechanism that cannot be described within the scalar frame of cavity optomechanics, and that represents a new canonical signature of strong coupling between oscillators in dimensions larger than one. We demonstrate with the example of a two-dimensional (2D) optomechanical interaction that non-conservative force fields presenting a large rotational character can activate a bifurcation of the nanoresonator dynamics, which illustrates the connections that exist between dissipation, dimensionality and conservativity<sup>26</sup>.

On the fundamental side, this work establishes nano-optomechanical experiments as a method of choice for exploring

<sup>1</sup>Institut Néel, Université Grenoble Alpes – CNRS:UPR2940, Grenoble 38042, France, <sup>2</sup>Institut Lumière Matière, UMR5306, CNRS – Université Claude Bernard Lyon 1, Villeurbanne 69622, France. \*e-mail: [olivier.arcizet@neel.cnrs.fr](mailto:olivier.arcizet@neel.cnrs.fr)



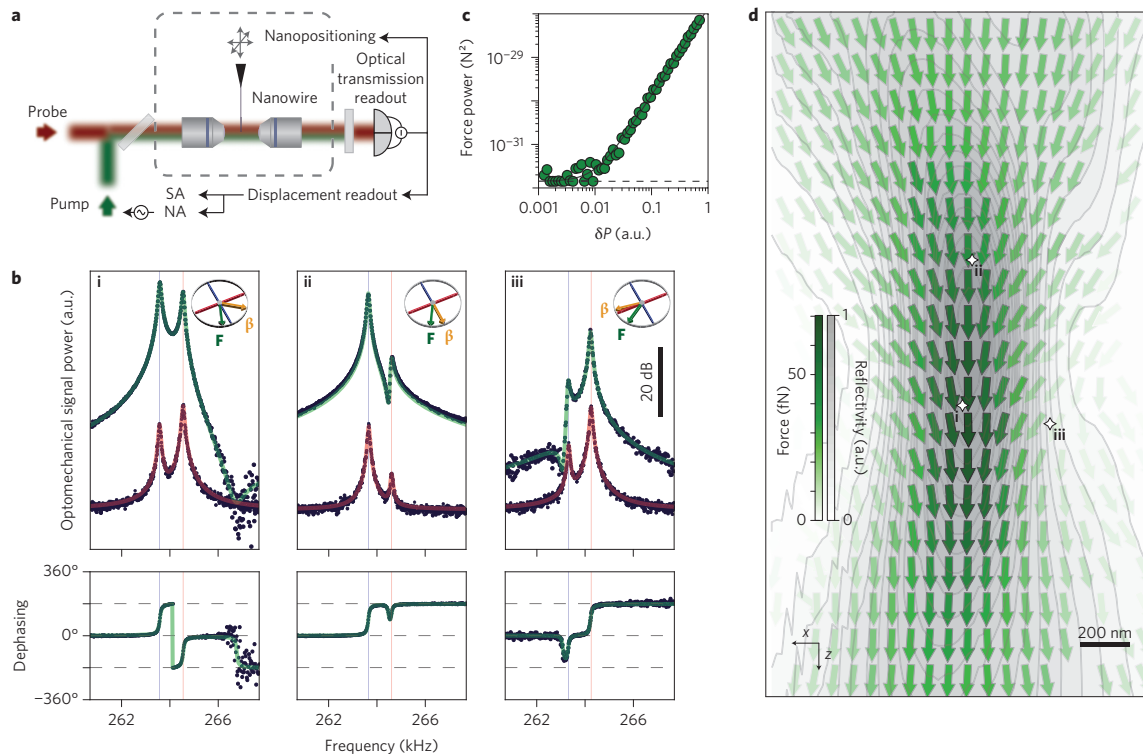
**Figure 1 | An ultrasensitive optical readout of motion at the nanoscale.** **a**, Our nanomechanical oscillators consist of low-dissipation suspended SiC nanowires with lengths and diameters in the 10–100  $\mu\text{m}$  and 50–300 nm range, respectively. Their extremity is positioned with a computer-controlled piezostage within the waist of a strongly focused laser beam ( $w_0 \approx 550$  nm at 633 nm) generated with a high numerical aperture microscope objective (0.75 NA). The transmitted light is collected through a second objective and detected on a differential quadrant photodetector (QPD). The nanowire position is controlled with an accuracy below 10 nm and position-tracking routines ensure long-term stability. The ensemble is mounted in a vacuum chamber to reduce air damping. **b,c**, Recording the d.c. differential transmission  $V_0$  as the nanowire position in the vertical (left) and horizontal (right) planes is scanned allows imaging of the nanowire. The vector represents the transmission gradient  $\nabla V_0$  at the centre of the waist where the noise spectrum of the QPD a.c. output port is acquired (**c**, 36 Hz resolution bandwidth) and reveals the Brownian motion of the first three eigenmode families with a very large signal-to-noise (the dashed line in **c** shows the expected SQL level). Recording the displacement noise for each mode in the vertical plane (**iii**) permits determining their longitudinal vibration profiles (see the Supplementary Information). Each mode family is composed of two peaks (**ii**), which correspond to the two eigenmodes that vibrate along perpendicular directions. **d**, Projected displacement noise spectra  $S_{\delta r_\beta}[\Omega]$  reported as a function of the direction  $\mathbf{e}_\beta$  of the measurement vector for a constant injected power of 100  $\mu\text{W}$ . In the horizontal plane 900 positions were sampled, over which  $\mathbf{e}_\beta$  samples any possible orientation, and the local intensity varies by more than four orders of magnitude. **e**, The corresponding projected root mean square (r.m.s.) vibration amplitude for both polarizations reported as a function of  $\mathbf{e}_\beta$  fitted using  $\Delta x_i |\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_\beta|$ . This allows the eigenmodes orientations  $\mathbf{e}_{1,2}$  to be determined and their perpendicularity verified at the per cent level. The effective masses deduced (376 fg here for a 25  $\mu\text{m}$ /150 nm nanowire) were found to be position independent to within a 20% error margin. a.u., arbitrary units.

light–matter interactions at the nanoscale level<sup>33,34</sup>. With an ultrahigh vectorial force sensitivity in the range of a few  $\text{aN Hz}^{-1/2}$  at room temperature, our system appears particularly suited to investigating weak vectorial force fields, in particular in the emerging field of hybrid nanomechanics<sup>35–38</sup>. On a more applied side, this work shows that an ultralow noise optical readout can be transferred to detection schemes based on nanoelectromechanical systems<sup>31,39–41</sup>.

**An ultrasensitive vectorial displacement sensor.** Our nano-optomechanical scheme (Fig. 1a) consists of positioning the extremity of a suspended SiC nanowire at the waist of a strongly focused laser beam obtained with a high numerical aperture microscope objective while collecting the transmitted light<sup>37,42–44</sup>. The wide bandgap of SiC allows the nanowire to sustain significant optical powers (<1 mW) in the visible domain without incurring any damage. Nanomechanical motion is measured using a differential transmission measurement technique<sup>45</sup> based on a high-gain dual quadrant photodiode. Its differential output voltage  $V_0$  depends both on the piezocontrolled nanowire rest position  $\mathbf{r}_0$  and on its bidimensional deflection  $\delta\mathbf{r}$ . For small vibration amplitudes, it

can be expanded as  $V_0(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}(t)) \approx V_0(\mathbf{r}_0) + \beta \cdot \delta\mathbf{r}(t)$ . The projective measurement vector  $\beta \equiv \nabla V_0|_{\mathbf{r}_0} \equiv \beta_\beta \mathbf{e}_\beta$  thus converts the bidimensional vibrations  $\delta\mathbf{r}$  of the nanowire extremity into a measurable scalar quantity,  $\delta r_\beta \equiv \delta\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_\beta$ . Typical static differential transmission maps  $V_0(\mathbf{r}_0)$  acquired when scanning the nanowire rest position  $\mathbf{r}_0$  in the vertical ( $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ ) and horizontal ( $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z$ ) planes are shown in Fig. 1b (left and right, respectively). Despite the subwavelength diameter of the nanowire, a large transmission contrast can be achieved, which leads to a quasi-suppression of the light transmission when positioned on the optical axis. As a consequence, the Brownian motion of the nanowire can be monitored with a very high sensitivity by measuring the spectrum of the differential photocurrent fluctuations  $\delta V_0(t)$ :  $S_{V_0}[\Omega] \equiv \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\Omega\tau} \langle \delta V_0(t) \delta V_0(t + \tau) \rangle$ .

Figure 1c shows a typical calibrated displacement spectrum acquired with the nanowire extremity centred in the optical waist. Sharp peaks are observed at 113, 473 and 1,160 kHz, which completes a series that matches the eigenfrequencies expected for a 52  $\mu\text{m}$  long, 150 nm diameter singly clamped SiC nanowire. Moving the nanowire in the vertical plane allowed us to determine the spatial profiles of the first three eigenmodes Brownian motion



**Figure 2 | Measurement of the bidimensional topology of the optomechanical interaction force field.** **a**, Schematics of the experiment: a second laser (532 nm), intensity-modulated by means of an acousto-optic modulator, is focused on the extremity of the 25  $\mu\text{m}$ /150 nm nanowire, whose motion is simultaneously recorded with the 633 nm probe laser. **b**, For each measurement point (i to iii, reported in **d**), Brownian motion (red fitted curves) and mechanical response (amplitude and phase) measurements (green fitted curves) are recorded on a spectrum analyser (SA) and network analyser (NA), respectively. The fit (see text) allows us to infer the local amplitude, direction and dephasing of the optical force exerted by the pump laser with respect to the intensity modulation. Arrows in the sketches indicate the deduced orientations for the local measurement  $\beta$  and force  $\mathbf{F}$  vectors. **c**, The linearity of the experiment was verified by varying the modulation strength and recording the force magnitude down to the thermal noise limit (38 aN Hz $^{-0.5}$  here). **d**, The measurement sequence was reproduced on a 40  $\times$  40 grid in a 1.6  $\times$  3  $\mu\text{m}^2$  horizontal area around the pump laser waist (22 hours duration) to establish the spatial map of the optomechanical interaction between the 532 nm focused laser beam and the nanoresonator (data are averaged on a 2  $\times$  2 grid). The normalized pump beam reflectivity map is also shown for comparison in grey.

(Fig. 1c,iii), which serves for effective mass derivation (see the Supplementary Information). Even for a modest quality factor of  $Q=2,890$  (limited by clamping losses and crystalline phase inhomogeneities<sup>32</sup> (see the Supplementary Information)) the fluctuations of the fundamental vibrational mode were resolved with an extremely high signal-to-noise ratio of 72 dB with respect to the shot noise-limited detection background (see the Supplementary Information). Recording the displacement noise at various incident optical powers (10–100  $\mu\text{W}$ ) and environment pressures (0.01–10 mbar), we determined that the photothermal static heating effects were negligible (see the Supplementary Information) and checked that our system was driven by an incoherent force, which verified the fluctuation–dissipation theorem (see the Supplementary Information) establishing that thermal noise was the dominant external excitation.

Zooming over each peak revealed the systematic presence of split resonance doublets (Fig. 1c), which correspond to the two mechanical polarizations of each longitudinal eigenmode family (frequencies  $\Omega_{1,2}$ , directions  $\mathbf{e}_{1,2}$ ), with a degeneracy lifted by the asymmetries in nanowire geometry and clamping conditions<sup>46</sup>. The generic dynamics of the nanowire, as measured by the probe laser and restricted to the first longitudinal eigenmode family (around

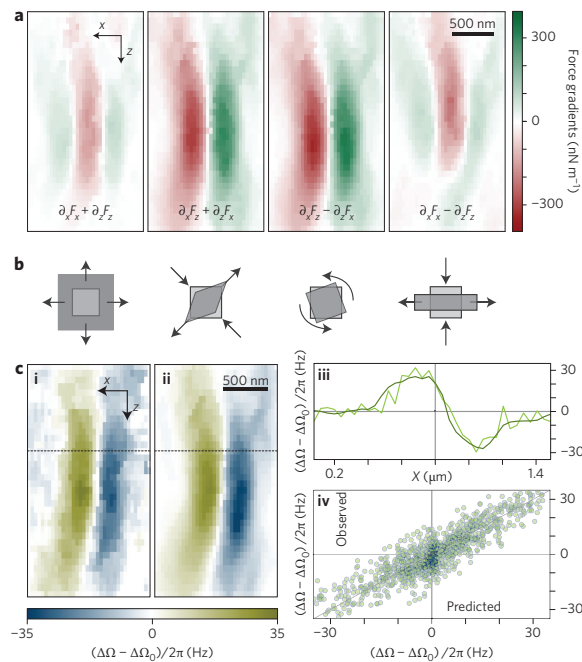
113 kHz), is described by the vectorial dynamical equation:

$$\delta\ddot{\mathbf{r}} = -\Omega^2\delta\mathbf{r} - \Gamma\delta\dot{\mathbf{r}} + \delta\mathbf{F}_{\text{th}}(t)/M + \mathbf{F}(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}, t)/M$$

where  $M$  is the effective mass of the nanoresonator<sup>20</sup>,

$$\Omega^2 \equiv \begin{pmatrix} \Omega_1^2 & 0 \\ 0 & \Omega_2^2 \end{pmatrix}$$

is the restoring force matrix in the  $\mathbf{e}_{1,2}$  base and  $\delta\mathbf{F}_{\text{th}} = (\delta F_{\text{th}}^1, \delta F_{\text{th}}^2)$  is the vector of Langevin forces that drives each mode independently<sup>20,47</sup> with a white spectral density of  $S_{F_i}^{\text{th}} = 2M\Gamma k_B T$  ( $k_B$  is Boltzmann's constant,  $T=300$  K). For simplicity, we used equal damping rates  $\Gamma$ . The effective masses of both polarizations are identical, as confirmed experimentally (see the Supplementary Information). The term  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}, t)$  represents a generic external force field in which evolves the nanoresonator, projected along the first two eigenmodes<sup>20</sup>, which can vary in space and time. In the case of optical forces, this can be evaluated by integrating the Maxwell stress tensor over the nanowire surface (see the Supplementary Information). At low light intensities, optical forces can be neglected and the spectrum of the nanowire vibrations



**Figure 3 | Optomechanical backaction in 2D.** **a**, Projection of the force field derivatives  $\partial_i F_j$ ,  $i, j \in \{x, z\}$  derived from Fig. 2d on the real  $2 \times 2$  Pauli matrices  $1, \sigma_x, i\sigma_y, \sigma_z$ , which form a base of the force-field gradients (for example  $i\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \propto \partial_x F_z - \partial_z F_x$  is a measure of the non-conservativity). **b**, Schematics of the force-field topology associated with each base element. The elementary deformation of a square unit cell permits their divergence, shear and rotational properties to be visualized. **c**, Cartography of the relative frequency splitting  $(\Delta\Omega - \Delta\Omega_0)/2\pi$ : i, directly measured from Brownian motion measurements; ii, predicted from equation (3) using the force-field gradients of **a** after a proper rotation to account for eigenaxes orientations. Both measurements present a very good agreement, as can be verified in the linear transverse cut (across the dotted line) shown in iii (light green, direct; dark green, predicted) and in iv, in which all measurements are reported. The data points are well aligned on the first bisector (straight line), which demonstrates that bidimensional optomechanical backaction governs the nanoresonator dynamics.

$\delta r_\beta$  projected along the direction  $\mathbf{e}_\beta$  of the measurement vector can be approximated by:

$$S_{\delta r_\beta}[\Omega] = S_{V_\ominus}[\Omega]/\beta^2 = \sum_{i=1,2} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_\beta)^2 |\chi_i[\Omega]|^2 S_{F_i}^{\text{th}}$$

with  $\chi_i[\Omega] \equiv 1/(M(\Omega_i^2 - \Omega^2 - i\Omega\Gamma))$  being the mechanical susceptibilities. The displacement sensitivities on each eigenmode are therefore related to their orientation with respect to the measurement vector  $\beta$  which is experimentally measured prior to any dynamical measurement (see the Supplementary Information). It can be varied by moving the nanowire within the waist area, which enables a full reconstruction of the eigenmode orientations and effective masses (see Fig. 1d and Supplementary Information), which are extremely important for any quantitative vectorial applications, such as force-field imaging.

**An ultrasensitive vectorial force sensor.** Measuring the nanowire deformations in 2D can naturally be used to measure vectorial forces, with sensitivities in the  $\text{aN Hz}^{-1/2}$  range at room temperature. In this context, it is of primary importance to investigate and

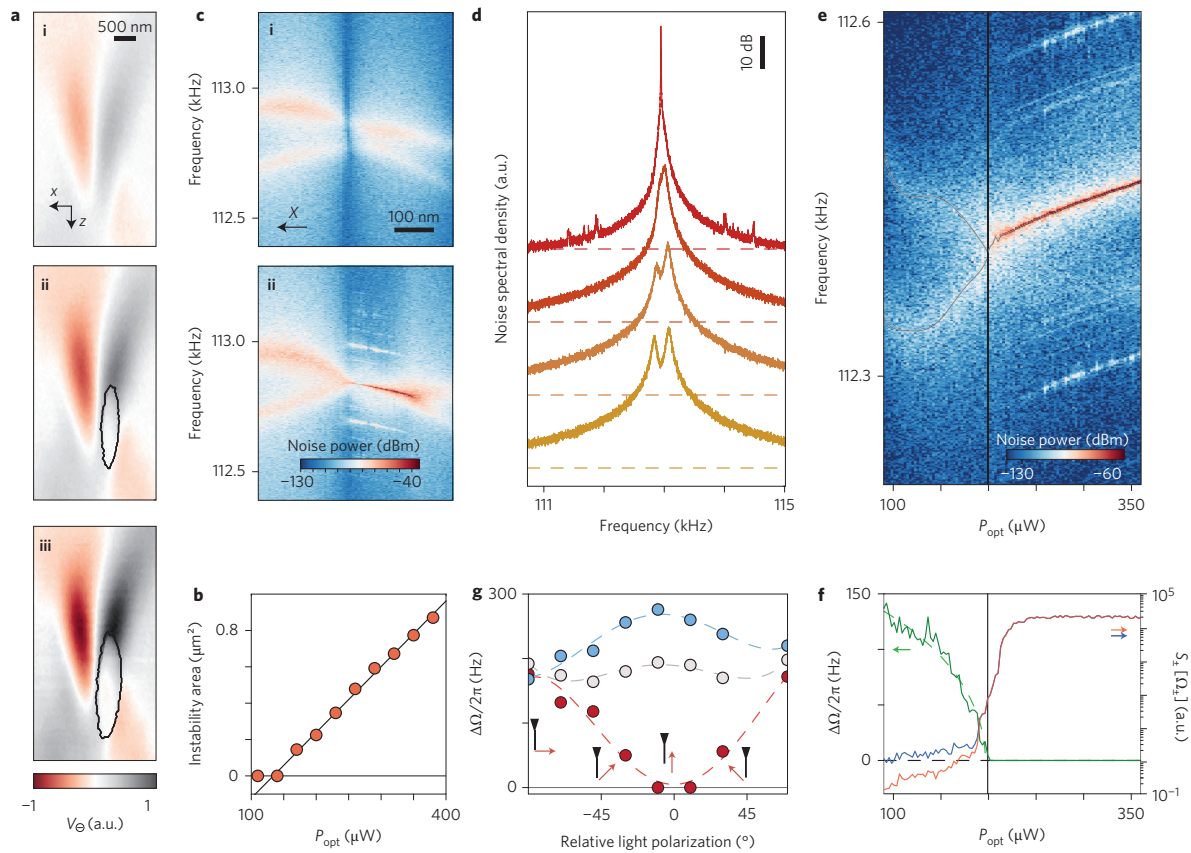
control the backaction process that results from the force field associated with the vectorial measurement. In our case, this corresponds to the optical force field experienced by the first eigenmodes of the nanowire, noted as  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_0)$  for an incident power  $P_0$ , which was determined experimentally as described in the following. The laser beam under investigation was intensity modulated by means of an acousto-optic modulator (see Fig. 2a) such that  $P(t) = P_0 + \delta P \cos \Omega t$ , with an amplitude  $\delta P$  that resulted in a modulated optical force field of amplitude  $\delta \mathbf{F}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{F}(\mathbf{r}_0) \delta P/P_0$ . The measurements were taken at low light intensities such that the optical force gradients did not perturb the nanowire stability (see below). The modulated force was frequency swept across the first mechanical doublet by means of a network analyser (see Fig. 2b), which simultaneously demodulated the nano-optomechanical signal:

$$\delta r_\beta[\Omega] = \sum_{i=1,2} \chi_i[\Omega] (\delta \mathbf{F}(\mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{e}_i + \delta F_{\text{th}}^i[\Omega]) (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_\beta) \quad (1)$$

where the detection background is neglected. Fitting this complex nano-optomechanical response, represented in Fig. 2b,i–iii, yields a complete determination of the local force field  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_0)$ : its magnitude, its orientation and the possible delay between the intensity modulation and the optical force. This measurement is very important as it confirms that the optical force is in phase with the intensity modulation, so that the displacement at resonance is in quadrature with the intensity modulation, as expected for scattering forces that respond instantaneously on the timescale of the nanowire dynamics. This observation holds in every measurement point, while the local intensity spatially changes by more than four orders of magnitude. The linearity of the response was verified by varying the modulation depth  $\delta P$  over three orders of magnitude and measuring the induced force magnitude (see Fig. 2c). Iterating this measurement over an area of  $1.6 \times 3.0 \mu\text{m}^2$  around the laser waist (see Fig. 2d) allowed us to determine the topology of the optomechanical interaction  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_0)$ , measured here at 532 nm and  $P_0 = 96 \mu\text{W}$ . The force field presents a strongly converging/diverging vector flow in the upstream/downstream regions, respectively, reaching a maximum value of 70 fN at the waist, where it is aligned along the laser propagation axis. This magnitude is comparable to the qualitative estimation expected in the regime of isotropic light scattering (110 fN (see the Supplementary Information)). These measurements were also performed at 633 nm (see the Supplementary Information), the wavelength at which the optomechanical force field presents a similar pattern for our nanowire of diameter 150 nm, with a maximum value of 14 fN for the same incident power. Moving the nanowire in the waist area thus allowed us to tune the optical force field experienced by the nanowire. Its rotational (see Fig. 3a) is maximized on each side of the optical axis, and evidences the non-conservative character of the optomechanical interaction. It is interesting that, in contrast to scalar 1D optomechanics, there exist locations for which the backaction force can be chosen perpendicular to an eigenmode direction without compromising the respective displacement readout sensitivity. This enables the classical measurement backaction to be suppressed<sup>48</sup>, which is critical in ultrasensitive force-sensing experiments.

**Dynamical backaction in a bidimensional optical force field.** At large optical powers, the dynamical backaction of the optical force field onto the nanoresonator has to be taken into account. As established previously, the optical force instantaneously follows any intensity change so that when undergoing Brownian motion in the optical waist, the nanowire experiences an additional position-dependent optical backaction force,  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_0 + \delta \mathbf{r}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{r}_0) + (\delta \mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{F}|_{\mathbf{r}_0}$ . The first term generates a static deflection of the nanowire





**Figure 4 | Dynamical bifurcation and topological instability in a non-conservative vectorial force field.** **a**, Differential transmission maps measured for increasing optical powers (140, 260 and 380  $\mu\text{W}$  from i to iii, at 633 nm). The contours of the topological instability region are stressed in black. **b**, Its area increases with the incident optical power ( $P_{\text{opt}}$ ), the solid line is a fit connected to the second-order spatial derivatives of the force field (see the Supplementary Information). **c**, Spatial dependence of the displacement noise spectrum of the two fundamental eigenmodes, measured as the nanowire position is scanned across the optical axis for optical powers lower/larger (top/down) than the topological instability threshold. **d**, Typical evolution of the displacement noise spectra when approaching and reaching the topological instability; frequency merging can be observed as well as the apparition of the coherent oscillation spike responsible for the blurring observed on d.c. transmission maps. **e**, Evolution of the displacement noise spectrum as a function of the incident optical power in the topologically unstable region. **f**, The corresponding frequency splittings  $\Delta\Omega/2\pi$  and peak noise powers  $S_{\text{HP}}[\Omega_{\pm}]$ . The dashed line is fitted using equation (3). **g**, Frequency splitting as a function of the light polarization angle at a constant incident power of 350  $\mu\text{W}$ , measured in three different locations (see the Supplementary Information).

extremity, which may potentially lead to static vectorial multistability<sup>5</sup>, but can be neglected in our case ( $\chi_i[0]F_i \lesssim 1 \text{ \AA}$ ). The second term represents the generalized dynamical vectorial backaction. The restoring force matrix is thus modified to:

$$\Omega^2 = \begin{pmatrix} \Omega_1^2 - g_{11} & -g_{21} \\ -g_{12} & \Omega_2^2 - g_{22} \end{pmatrix} \quad (2)$$

where  $g_{ij} \equiv M^{-1} \partial_i F_j|_{r_0}$  are proportional to the injected light intensity. The spatial derivatives of the force field (Fig. 3) can be calculated directly from the vectorial map shown in Fig. 2d. In analogy with the optical spring effect of cavity optomechanics, which originates from the radiation pressure gradient that exists in a detuned Fabry–Perot cavity<sup>7,8,49</sup>, diagonal terms  $g_{ii}$  modify the effective spring constants that are well-known and profusely used in ultrasensitive force microscopy. The non-diagonal terms, equal in the case of a conservative force field ( $\text{rot}(\mathbf{F})_y \propto g_{12} - g_{21} = 0$ ), couple both mechanical polarizations. These shear components

vanish on the optical axis and present extrema on each side of the waist, where the force field presents large vorticity. In orders of magnitude, the optical force gradients reach a level of  $\sim 300 \text{ nN m}^{-1}$  for  $P_0 = 100 \text{ \mu W}$ . Although this number remains small compared to the bare oscillator stiffness ( $\sim 400 \text{ \mu N m}^{-1}$ ), the backaction force noise experienced by the nanowire can reach  $\nabla \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r}_{\text{th}}[\Omega_i] \simeq 30 \text{ aN Hz}^{-0.5}$ , which is comparable to the magnitude of the Langevin force and is hence of utter importance for a number of ultrasensitive force microscopy experiments<sup>37,42,50</sup>.

This analysis therefore predicts that significant vectorial backaction can be expected in our system. Its direct consequence is a modification of the nanowire eigenfrequencies  $\Omega_{1,2} \rightarrow \Omega_{\pm} \equiv \bar{\Omega} \pm \Delta\Omega/2$ , given by the square root of  $\Omega^2$  eigenvalues (see the Supplementary Information). In the limit of small frequency splitting  $\Delta\Omega \equiv \Omega_+ - \Omega_-$  with respect to the mean frequency  $\bar{\Omega}$ , we have:

$$\Delta\Omega \equiv \frac{1}{2\bar{\Omega}} \sqrt{(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 - g_{11} + g_{22})^2 + 4g_{12}g_{21}} \quad (3)$$

an expression that captures all vectorial backaction effects. The consistency of our analysis can thus be tested by comparing the frequency splitting  $\Delta\Omega$  directly extracted from Brownian motion measurements (Fig. 3c,i), to the values inferred from equation (3) and the determination of the optical force-field derivatives (Fig. 3a). Both approaches were found to be in perfect agreement (see Fig. 3c), which underlines the necessity to have a full knowledge of force field topology in which the nanowire evolves to understand properly the dynamical backaction in 2D.

This backaction mechanism also depicts a novel class of strong coupling between both polarizations mediated by a bidimensional coupling mechanism, the eigenfrequencies  $\Omega_{\pm}$  shifting by more than their intrinsic linewidth  $\Gamma$ . This is an extension of the canonical scalar coupling between two harmonic oscillators, which efficiently describes the majority of strongly interacting systems and necessarily generates frequency repulsion<sup>51</sup>. This does not apply in higher dimensions (as can be seen in Fig. 3c), where the frequency splitting  $\Delta\Omega$  can be smaller than its value in the absence of light  $\Delta\Omega_0$ .

### Bifurcation of the nanowire dynamics and topological instability.

Pursuing our investigation of dynamical backaction in a 2D force field at larger optical powers, we observed a direct and novel dynamical signature of the non-conservative topology of the 2D optomechanical interaction. Above a threshold of  $\sim 120 \mu\text{W}$ , the nanoresonator started to self-oscillate with extremely large amplitudes ( $>500 \text{ nm}$ ), sufficient to blur the d.c. transmission maps (Fig. 4a) in a specific area on the side of the optical axis, a region of large vorticity (see Fig. 2d). In the displacement noise spectra, there is an intense coherent peak growing on top of the thermal noise spectra, whose apparition is concomitant with a frequency merging of both eigenmodes (see Fig. 4c,d). Indeed, the shear-terms product  $g_{12}g_{21}$ , which reflects the strength of cross-couplings between both polarizations and controls their frequency splitting  $\Delta\Omega$ , can accept negative values, except in the specific case of conservative force fields (then  $g_{12} = g_{21}$ ). As a consequence, in regions of strong vorticity the frequency splitting defined in equation (3) can become purely imaginary at large optical powers, so that both eigenfrequencies are now complex conjugates,  $\Omega_{\pm} = \bar{\Omega} \pm i\text{Im}(\Delta\Omega)/2$ . The consequence is a frequency merging, as well as an asymmetric modification of the effective damping rates  $\Gamma_{\pm} = \Gamma \pm \text{Im}(\Delta\Omega)$ . The appearance of a coherent oscillation peak is observed when  $\Gamma_{-}$  becomes negative and any force fluctuation can then initiate the dynamical topological instability. This bifurcation also corresponds to a transition from linearly to elliptically polarized eigenmodes, rotating in opposite directions, so that the rotating force field transfers opposite work. The area of the topological instability—an ellipse just above threshold—increases linearly with the optical power (see Fig. 4b), and the ellipse parameters are determined by the second-order spatial derivatives of the force field (see the Supplementary Information). Its presence on only one side of the optical axis is because of the tilt of the eigendirections  $\mathbf{e}_{1,2}$  with respect to the optical axis.

The bifurcation can also be investigated by placing the nanowire in the unstable region and progressively increasing the optical power while recording the displacement noise spectra (see Fig. 4e). Frequency merging is clearly visible, as well as the onset of the topological instability. The measured frequency splitting  $\Delta\Omega$  is reported in Fig. 4f as a function of optical power, which presents a good agreement with a fit using expression (3) and experimentally measured force-field gradients. This agreement also holds for the observed threshold  $P_{\text{thres}} \approx M(\Omega_1^2 - \Omega_2^2)/(|\text{rot } \mathbf{F}/P_0|)$  (see the Supplementary Information), whose expression indicates that the bifurcation among higher-order mode families is expected at larger optical powers. In this measurement, the  $Q$  factor is too large to discriminate directly the frequency merging ( $\Delta\Omega = 0$ )

from the onset of topological instability ( $\Gamma_{-} = 0$ ). However, increasing the mechanical damping rate  $\Gamma$  through pressure increase at a constant optical power beyond the bifurcation threshold leads to a reduction of the instability area, as expected from an increase of the instability threshold power (see the Supplementary Information). Furthermore, the optical polarization offers another possibility to tune the optomechanical interaction: the displacement readout signal-to-noise and also the light backaction are thus maximized (see Fig. 4g and the Supplementary Information) for vertical polarization, a situation in which the nanowire presents a larger optical polarizability<sup>46,52</sup>. It is important that the bifurcation described here does not involve nonlinear dynamics or cavity-delayed optical forces, such as in the well-known 1D optomechanical instability<sup>7,8</sup> or in recent studies on cavity-coupled multi-oscillator dynamics<sup>53–55</sup>.

Finally, the vectorial and scanning probe character of our nano-optomechanical approach represents a sensitive and robust strategy for further exploration of vectorial force fields at the nanoscale and is particularly suited to investigating the light–matter interaction in confined geometries, complementary to other characterization tools<sup>56</sup>. Exploration of optically resonant nano-optomechanical interactions related to internal Mie resonances of the nanowires<sup>52</sup> can be envisioned, possibly leading to wavelength-dependent trapping or anti-trapping optical force fields, but also to negative scattering forces<sup>57</sup>.

Our results demonstrate the importance of considering the full vectorial character of the optomechanical interaction to describe correctly the multimode thermodynamics of strongly coupled optomechanical systems<sup>55</sup>. In the case of nano-optomechanics, noise contamination between eigenmodes can be anticipated as well as an apparent violation of the fluctuation–dissipation theorem, and noise thermometry can be biased significantly in spatially confined optomechanical systems<sup>24,25</sup>. A salient illustration can be seen in Fig. 4e,f, in which the peak displacement noise presents a dramatic dependence on light intensity in regions of strong vorticity, increasing by more than two orders of magnitude before the bifurcation. These considerations are universal and crucial to a proper understanding of nanomechanics, when the resonator dimension becomes smaller than the range of the force field in which they evolve.

Received 26 January 2014; accepted 7 August 2014;  
published online 21 September 2014

### References

- Bohr, N. *Discussion with Einstein on Epistemological Problems in Atomic Physics* (University of Copenhagen, 1949).
- Caves, C. M. Quantum limits on noise in linear amplifiers. *Phys. Rev. D* **26**, 1817–1839 (1982).
- Braginsky, V. B. & Khalili, F. Y. *Quantum Measurement* (Cambridge Univ. Press, 1995).
- Jaekel, M. T. & Reynaud, S. Quantum limits in interferometric measurements. *Europhys. Lett.* **13**, 301–306 (1990).
- Dorsel, A., McCullen, J. D., Meystre, P., Vignes, E. & Walther, H. Optical bistability and mirror confinement induced by radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1550–1553 (1983).
- Cohadon, P. F., Heidmann, A. & Pinard, M. Cooling of a mirror by radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3174–3177 (1999).
- Kippenberg, T. J. & Vahala, K. J. Cavity optomechanics: back-action at the mesoscale. *Science* **321**, 1172–1176 (2008).
- Arcizet, O., Cohadon, P.-F., Briant, T., Pinard, M. & Heidmann, A. Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror. *Nature* **444**, 71–74 (2006).
- Gigan, S. *et al.* Self-cooling of a micromirror by radiation pressure. *Nature* **444**, 67–70 (2006).
- Thompson, J. D. *et al.* Strong dispersive coupling of a high-finesse cavity to a micromechanical membrane. *Nature* **452**, 72–75 (2008).
- Teufel, J. D. *et al.* Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state. *Nature* **475**, 359–363 (2011).
- Chan, J. *et al.* Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state. *Nature* **478**, 89–92 (2011).

13. Verhagen, E., Deléglise, S., Weis, S., Schliesser, A. & Kippenberg, T. J. Quantum-coherent coupling of a mechanical oscillator to an optical cavity mode. *Nature* **482**, 63–67 (2012).
14. Verlot, P., Tavernarakis, A., Briant, T., Cohadon, P.-F. & Heidmann, A. Scheme to probe optomechanical correlations between two optical beams down to the quantum level. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 103601 (2009).
15. Marino, F., Cataliotti, F. S., Farsi, A., de Cumis, M. S. & Marin, F. Classical signature of ponderomotive squeezing in a suspended mirror resonator. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 73601 (2010).
16. Purdy, T. P., Peterson, R. W. & Regal, C. A. Observation of radiation pressure shot noise on a macroscopic object. *Science* **339**, 801–804 (2013).
17. Verlot, P., Tavernarakis, A., Briant, T., Cohadon, P.-F. & Heidmann, A. Backaction amplification and quantum limits in optomechanical measurements. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 133602 (2010).
18. Weis, S. *et al.* Optomechanically induced transparency. *Science* **330**, 1520–1523 (2010).
19. Safavi-Naeini, A. H. *et al.* Electromagnetically induced transparency and slow light with optomechanics. *Nature* **472**, 69–73 (2011).
20. Pinard, M., Hadjar, Y. & Heidmann, A. Effective mass in quantum effects of radiation pressure. *Eur. Phys. J. D* **7**, 107–116 (1999).
21. Bowman, R. W. & Padgett, M. J. Optical trapping and binding. *Rep. Prog. Phys.* **76**, 026401 (2013).
22. Cohen-Tannoudji, C., Dupont-Roc, J. & Grynberg, G. *Photons and Atoms: Introduction to Quantum Electrodynamics* (Wiley, 2004).
23. Novotny, L. & Hecht, B. *Principles of Nano-Optics* (Cambridge Univ. Press, 2006).
24. Roichman, Y., Sun, B., Stolarski, A. & Grier, D. G. Influence of nonconservative optical forces on the dynamics of optically trapped colloidal spheres: the fountain of probability. *Phys. Rev. Lett.* **101**, 128301 (2008).
25. Sun, B., Lin, J., Darby, E., Grosberg, A. Y. & Grier, D. G. Brownian vortices. *Phys. Rev. E* **80**, 010401 (2009).
26. Krechetnikov, R. & Marsden, J. E. Dissipation-induced instabilities in finite dimensions. *Rev. Mod. Phys.* **79**, 519–553 (2007).
27. Li, M. *et al.* Harnessing optical forces in integrated photonic circuits. *Nature* **456**, 480–484 (2008).
28. Anetsberger, G. *et al.* Near-field cavity optomechanics with nanomechanical oscillators. *Nature Phys.* **5**, 909–914 (2009).
29. Favero, I. & Karrai, K. Optomechanics of deformable optical cavities. *Nature Photon.* **3**, 201–205 (2009).
30. Gavartin, E. *et al.* Optomechanical coupling in a two-dimensional photonic crystal defect cavity. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 203902 (2011).
31. Ramos, D. *et al.* Optomechanics with silicon nanowires by harnessing confined electromagnetic modes. *Nano Lett.* **12**, 932–937 (2012).
32. Perisanu, S. *et al.* High Q factor for mechanical resonances of batch-fabricated SiC nanowires. *Appl. Phys. Lett.* **90**, 043113 (2007).
33. Ren, K. F., Gréhan, G. & Gouesbet, G. Prediction of reverse radiation pressure by generalized Lorenz–Mie theory. *Appl. Opt.* **35**, 2702–2710 (1996).
34. Dogariu, A., Sukhov, S. & Sáenz, J. Optically induced ‘negative forces’. *Nature Photon.* **7**, 24–27 (2012).
35. Wilson-Rae, I., Zoller, P. & Imamoglu, A. Laser cooling of a nanomechanical resonator mode to its quantum ground state. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 075507 (2004).
36. Rabl, P. *et al.* A quantum spin transducer based on nanoelectromechanical resonator arrays. *Nature Phys.* **6**, 602–608 (2010).
37. Arcizet, O. *et al.* A single nitrogen-vacancy defect coupled to a nanomechanical oscillator. *Nature Phys.* **7**, 879–883 (2011).
38. Yeo, I. *et al.* Strain-mediated coupling in a quantum dot–mechanical oscillator hybrid system. *Nature Nanotech.* **9**, 106–110 (2014).
39. Gavartin, E., Verlot, P. & Kippenberg, T. J. A hybrid on-chip optomechanical transducer for ultrasensitive force measurements. *Nature Nanotech.* **7**, 509–514 (2012).
40. Chaste, J. *et al.* A nanomechanical mass sensor with yoctogram resolution. *Nature Nanotech.* **7**, 300–303 (2012).
41. Hanay, M. S. *et al.* Single-protein nanomechanical mass spectrometry in real time. *Nature Nanotech.* **7**, 602–608 (2012).
42. Nichol, J. M., Hemesath, E. R., Lauhon, L. J. & Budakian, R. Viewpoint: silicon nanowires feel the force of magnetic resonance. *Phys. Rev. B* **85**, 054414 (2012).
43. Li, T., Kheifets, S. & Raizen, M. G. Millikelvin cooling of an optically trapped microsphere in vacuum. *Nature Phys.* **7**, 527–530 (2011).
44. Gieseler, J., Deutsch, B., Quidant, R. & Novotny, L. Subkelvin parametric feedback cooling of a laser-trapped nanoparticle. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 103603 (2012).
45. Treps, N. *et al.* A quantum laser pointer. *Science* **301**, 940–943 (2003).
46. Nichol, J. M., Hemesath, E. R., Lauhon, L. J. & Budakian, R. Displacement detection of silicon nanowires by polarization-enhanced fiber-optic interferometry. *Appl. Phys. Lett.* **93**, 193110–193110 (2008).
47. Kubo, R. The fluctuation–dissipation theorem. *Rep. Prog. Phys.* **29**, 255–284 (1966).
48. Caniard, T., Verlot, P., Briant, T., Cohadon, P.-F. & Heidmann, A. Observation of back-action noise cancellation in interferometric and weak force measurements. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 110801 (2007).
49. Sheard, B. S., Gray, M. B., Mow-Lowry, C. M., McClelland, D. E. & Whitcomb, S. E. Observation and characterization of an optical spring. *Phys. Rev. A* **69**, 051801 (2004).
50. Rugar, D. *et al.* Single spin detection by magnetic resonance force microscopy. *Nature* **430**, 329–332 (2004).
51. Novotny, L. Strong coupling, energy splitting, and level crossings: a classical perspective. *Am. J. Phys.* **78**, 1199 (2010).
52. Bohren, C. F. & Huffman, D. R. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (Wiley, 1983).
53. Heinrich, G., Ludwig, M., Qian, J., Kubala, B. & Marquardt, F. Collective dynamics in optomechanical arrays. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 043603 (2011).
54. Zhang, M. *et al.* Synchronization of micromechanical oscillators using light. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 233906 (2012).
55. Seok, H., Buchmann, L. F., Wright, E. M. & Meystre, P. Multimode strong-coupling quantum optomechanics. *Phys. Rev. A* **88**, 063850 (2013).
56. Bauer, T., Orlov, S., Peschel, U., Banzer, P. & Leuchs, G. Nanointerferometric amplitude and phase reconstruction of tightly focused vector beams. *Nature Photon.* **8**, 23–27 (2014).
57. Chen, J., Ng, J., Lin, Z. & Chan, C. T. Optical pulling force. *Nature Photon.* **5**, 531–534 (2011).

## Acknowledgements

We thank B. Pigeau, J.P. Poizat, A. Kuhn, N. Roch, G. Nogues, J. Jarreau, L. Del Rey, D. Maillard, E. Eyraud, C. Hoarau and D. Lepoitevin for fruitful interactions and technical developments. This work was supported by the Agence Nationale de la Recherche (RPDoc-2010, FOCUS 2013), Lanef (CryOptics) and the European Research Council (ERC-StG-2012, HQ-NOM).

## Author contributions

All authors contributed to all aspects of this work.

## Additional information

Supplementary information is available in the [online version](#) of the paper. Reprints and permissions information is available online at [www.nature.com/reprints](http://www.nature.com/reprints). Correspondence and requests for materials should be addressed to O.A.

## Competing financial interests

The authors declare no competing financial interests.



# Abstract

This thesis is related to the field of nano-optomechanics and the use of nanomechanical resonators as ultrasensitive force sensor to study their interaction with light.

A silicon carbide nanowire is positioned in a tightly focused laser beam. Measuring the transmitted intensity fluctuations, this enables to observe with great dynamics and with a sensitivity close to the standard quantum limit the Brownian motion of the nanoresonator. The huge force sensitivity of the nanowires, due to their ultra low mass, permits to study the measurement backaction, which is induced by the force exerted on the nanowire by the focused laser beam. The exploitation of the slight degeneracy observed between the two transverse mechanical polarizations enables to realize a vectorial bidimensional cartography of the optical force field, with a probe of sub-wavelength diameter. This measurement highlights the non-conservative feature of the light-matter interaction, a symbolic signature being the existence of rotational in the measured force field. The latter shows strong spatial variations, which modify deeply the nanowire dynamics. This measurement backaction is responsible for a strong coupling between the two mechanical polarizations of the nanowire fundamental mode. The bidimensional feature of the coupling and the force field non-conservative topology lead to a bifurcation and to a dynamical instability of the nanowire. This new optomechanical instability is observed with instantaneous optical forces, which follows instantaneously the intensity variations seen by the nanowire.

In presence of absorption, a more general case of a force field partially delayed by the thermal time constants is studied, leading to a cooling, specific and tunable with the position, of the two mechanical polarizations. Then, the light-matter interaction between a laser and the nanowire and the great variety of optomechanical properties accessible with this approach are developed.

These developments demonstrate the ability to optically observe and control nanomechanical resonators with a huge sensitivity, close to the attonewton, for ultrasensitive measurements of vectorial force fields.



# Résumé de la thèse

Cette thèse s'inscrit dans la thématique de la nano-optomécanique et de l'emploi de nanorésonateurs mécaniques comme sonde de force ultrasensible pour étudier leur interaction avec la lumière.

Pour cela, un nanofil de carbure de silicium est positionné dans un faisceau laser fortement focalisé. Cela permet, en mesurant les fluctuations de l'intensité transmise, d'observer avec une grande dynamique et une sensibilité proche de la limite quantique standard le mouvement Brownien du nanorésonateur. La grande sensibilité en force des nanofils, inhérente à leur très faible masse, permet d'étudier l'action en retour de la mesure, c'est-à-dire la force exercée par le laser focalisé sur le nanofil. L'exploitation de la légère levée de dégénérescence observée entre les deux polarisations mécaniques transverses permet de réaliser une cartographie vectorielle bidimensionnelle du champ de force optique, avec une sonde de diamètre sub-longueur d'onde. Cette mesure permet également de mettre en évidence le caractère non-conservatif de l'interaction lumière-matière, dont la signature emblématique est l'existence de rotationnel dans le champ de force mesuré. Ce dernier présente de très fortes variations spatiales, qui modifient profondément la dynamique du nanofil. Cette action en retour de la mesure est responsable d'un fort couplage entre les deux polarisations mécaniques du mode fondamental du nanofil. Le caractère bidimensionnel du couplage ainsi que la topologie non-conservative du champ de force conduisent à une bifurcation et à une instabilité dynamique du nanofil. Cette nouvelle instabilité optomécanique est observée avec des forces optiques instantanées, qui suivent instantanément les variations d'intensités vues par le nanofil.

En présence d'absorption, le cas plus général d'un champ de force partiellement retardé par les constantes de temps thermiques est également étudié, conduisant à un refroidissement, spécifique et accordable en position, des deux polarisations mécaniques. Enfin l'interaction lumière-matière entre le laser et le nanofil et la grande variété des propriétés optomécaniques accessibles à cette approche sont développées.

Ces développements démontrent la possibilité d'observer et de contrôler optiquement des nanorésonateurs mécaniques de très grande sensibilité, proche de l'attonewton, pour des mesures vectorielles ultrasensibles de champ de force.